

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 57/58 (1911)  
**Heft:** 12

**Artikel:** Zur Berechnung von eingespannten Gewölben  
**Autor:** Ritter, Hugo  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-82585>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 21.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

INHALT: Zur Berechnung von eingespannten Gewölben. — Die Wasserturbinen und Regulatoren des Elektrizitätswerks São Paulo, Brasilien. — Wohnhaus H. v. Waldkirch in Neuhausen. — Geleise-Umbau der städt. Strassenbahn in Zürich. — Die Hauptversammlung des deutschen Beton-Vereins. — Miscellanea: Kraftwerk Laufenburg. Wasserkraftausnutzung an badischen Schwarzwaldgewässern. Zolldirektionsgebäude Schaffhausen. Eidg. Polytechnikum. Landeplatz für Schleppschiffahrt in Rheinfelden. Schweizerische Landes-Ausstellung Bern 1914. Universitätsbauten Zürich. Hafenanlagen

für den Rhein-Rhone-Kanal in Hüningen. Rheinbrücke Waldshut-Koblenz. Lötschberg-tunnel. — Konkurrenzen: Schweizerische Landesausstellung 1914. Handelsschule in La Chaux-de-Fonds. — Literatur. — Vereinsnachrichten: Schweiz. Ingenieur- und Architekten-Verein. Zürcher Ingenieur- und Architekten-Verein. Techn. Verein Winterthur. Gesellschaft ehemaliger Polytechniker, Sektion Basel. Gesellschaft ehemaliger Studierender: Stellenvermittlung.

Tafeln 35 bis 38: Wohnhaus H. v. Waldkirch in Neuhausen.

## Band 57.

Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und unter genauer Quellenangabe gestattet.

## Nr. 12.

### Zur Berechnung von eingespannten Gewölben.

Von Dipl.-Ing. Hugo Ritter, z. Zt. in Danzig.

Die Berechnung von eingespannten Bogen unter Zugrundelegung der Elastizitätstheorie erfordert nach der allgemeinen Methode bekanntlich ein grosses Mass von Arbeit, ob nun die Bestimmung der im Innern des Bogens wirkenden Kräfte graphisch oder analytisch erfolge. Ist der Einfluss einer beweglichen Belastung zu ermitteln, so ist diese Arbeit nicht zu umgehen, handelt es sich aber um die Berechnung von Spannungen infolge von Eigengewicht oder weniger bestimmter Belastungszustände, so ist, wie im Nachstehenden gezeigt werden soll, eine einfache und rasche Lösung möglich. Diese Berechnungsweise gilt nicht nur für *vertikale*, sondern auch für *beliebig gerichtete Lasten*, wie sie z. B. bei Gewölben unter hohen Erddämmen auftreten, die nicht nur auf vertikalen, sondern auch horizontalen Erddruck zu untersuchen sind, oder bei bogenförmigen Dachbindern, bei denen der Winddruck berücksichtigt werden muss.

Die allgemeine Lösung dieser Aufgabe ist von Prof. Dr. W. Ritter im Jahre 1891 in einem Artikel dieser Zeitschrift (Bd. XVII, S. 13) für einen belasteten Stabring entwickelt worden. Es liegen ihr folgende drei Sätze zu Grunde:

1. Wirkt auf ein Balken- oder Bogenelement eine äussere Kraft, so kann die elastische Formänderung des Elementes, d. h. die Bewegung, die der eine Querschnitt gegenüber dem andern erfährt, als eine Drehung um den Antipol der äusseren Kraft bezüglich der Elastizitätsellipse des Elementes aufgefasst werden. Die Grösse der Drehung ist gleich der Kraft multipliziert mit dem auf die Kraftrichtung bezogenen statischen Moment des im Ellipsenzentrum konzentriert gedachten elastischen Gewichtes.

Die Elastizitätsellipse ist diejenige Ellipse, deren kleine Axe gleich ist der vertikalen Axe der Zentralellipse des Querschnittes, also  $i_1 = \sqrt{\frac{J}{F}}$  ( $J$  = Trägheitsmoment und  $F$  = Fläche des Querschnittes), und deren grosse halbe Axe den Wert hat  $i_2 = \sqrt{\frac{As}{12}}$  ( $As$  = Länge des Elementes), wobei der Einfluss der Scherspannungen auf die Formänderungen vernachlässigt worden ist.

2. Erfährt ein beliebig gelegener Punkt nacheinander zwei unendlich kleine Verrückungen, die als Drehungen um zwei in endlichen Abständen befindliche andere Punkte aufgefasst werden können, so kann die Gesamtbewegung als Drehung um einen dritten Punkt angesehen werden, der sich als Schwerpunkt der mit den Drehwinkeln belasteten beiden Drehpunkte ergibt. Die Grösse des Gesamtdrehwinkels ist gleich der Summe der einzelnen Drehwinkel.

3. Wenn für ein Kräftesystem mit zwei verschiedenen Polen zwei Seilecke konstruiert werden, so schneiden sich die zwischen gleichen Kräften liegenden Seiten der beiden Seilecke in einer Graden, der sogen. Polaraxe, die parallel der Verbindungslinie der beiden Pole ist. Das eine Seileck ergibt sich aus dem andern, wenn dem Kräftesystem eine weitere Kraft beigelegt wird, die in der Polaraxe liegt und deren Grösse durch die Distanz der beiden Pole dargestellt wird.

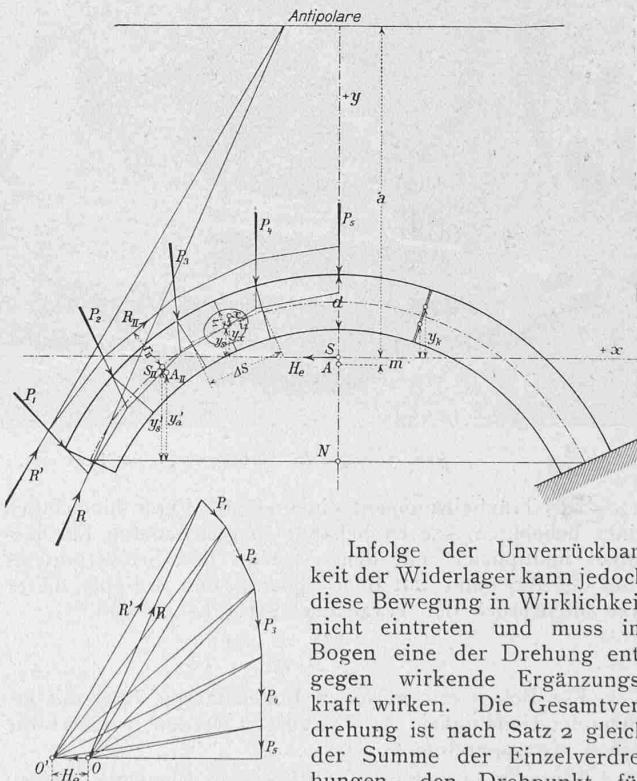
Man denkt sich nun den Bogen durch Querschnitte in eine Anzahl Elemente von gleicher Länge zerlegt und die Belastung in den Schnittpunkten konzentriert (vgl. die Abbildung). Dann lassen sich bekanntlich unendlich viele

Drucklinien in den Bogen einzeichnen, welche die Gesetze des Gleichgewichtes befriedigen. Von allen diesen wird aber nur eine einzige den wirklich vorhandenen innern Spannungen entsprechen, und um diese zu finden, muss von den Gesetzen der elastischen Formänderungen Gebrauch gemacht werden.

Zunächst zeichnet man mittels beliebig gewähltem Pole  $O'$  eine Drucklinie, dann stellt jede Seite des Seileckes die Resultierende aller auf das entsprechende Element wirkenden äusseren Kräfte dar. Hält man nun den Bogen an seinem rechten Auflager fest und denkt sich das linke frei beweglich, so wird sich dieses infolge der Elastizität des Materials unter dem Einfluss der auf den Bogen wirkenden Kräfte verschieben. Betrachtet man vorerst nur ein einziges Element, z. B. das zweite, als elastisch, so dreht die Resultierende  $R_{II}$  nach Satz 1 den einen Querschnitt des Elementes II gegenüber dem andern, folglich auch das freischwebende Bogenende um  $A_{II}$ , den Antipol der Kraft bezüglich der Elastizitätsellipse, und der Drehwinkel ist

$$\Delta\delta_{II} = R_{II} \cdot r_{II} \cdot \Delta g_{II} = \frac{R_{II} \cdot r_{II} \cdot \Delta s}{E \cdot J_{II}}$$

Betrachtet man nun ein Element nach dem andern als elastisch, so dreht sich das linke Bogenende nach einander um alle Antipole der einzelnen Elemente.



Infolge der Unverrückbarkeit der Widerlager kann jedoch diese Bewegung in Wirklichkeit nicht eintreten und muss im Bogen eine der Drehung entgegen wirkende Ergänzungskraft wirken. Die Gesamtverdrehung ist nach Satz 2 gleich der Summe der Einzelverdrehungen, den Drehpunkt für diese Gesamtbewegung findet man als Schwerpunkt der in ihren Drehpunkten als Kräfte wirkenden Drehwinkel. Die Kraft, die diese Drehung wieder rückgängig zu machen hat, muss, da sie den ganzen Bogen beeinflusst, in der Antipolaren zu diesem Punkt hinsichtlich der Elastizitätsellipse des ganzen Bogens liegen. Ihre Grösse ergibt sich aus der Beziehung:

$$H_e \cdot a \cdot \Sigma(\Delta g) = \Sigma(\Delta \delta)$$

$$\text{zu: } H_e = \frac{\Sigma(\Delta \delta)}{a \cdot \Sigma(\Delta g)}$$



diese beliebig gewählte Grösse auf den Verlängerungen der kleinen Ellipsenhalbmesser vom Mittelpunkt der Ellipsen aus aufzutragen und darauf gestützt die Antipole zu bestimmen. In dem Ausdruck für  $NA$  kann die Grösse  $r$  weggelassen werden, und in dem für  $H_e$  wird man sie besser vor das Summenzeichen setzen. Im übrigen bleibt die Berechnung der Zusatzkraft dieselbe.

Da nun die Lage der ersten Drucklinie beliebig ist, auf die Grösse der Ergänzungskraft also keinen Einfluss hat und nur ihren Abstand  $a$  vom Schwerpunkt  $S$  bedingt, kann diese ebensogut in die Bogenmittellinie gelegt werden. In diesem Falle kommen die Antipole der einzelnen Elemente ins Unendliche zu liegen, somit auch der Drehpunkt der Zusatzkraft. Und zwar fällt dieser bei symmetrischen Bogen mit dem unendlich fernen Punkt der  $y$ -Axe zusammen; die Kraft  $H_e$  liegt somit in der  $x$ -Axe. Eine Bestimmung der Grösse von  $H_e$  ist auf diesem Wege nicht möglich, wohl aber lässt sich die Lage der Drucklinie finden, indem jetzt deren Seiten sich mit den entsprechenden Linien der Bogenmittellinie auf der  $x$ -Axe schneiden müssen.

Das Einzeichnen der Drucklinie zur Bestimmung der Randspannungen ist aber in diesem Falle nicht nötig. Man erhält letztere einfacher und auch genauer aus der Formel:

$$\sigma = \frac{R}{F} + \frac{H_e \cdot y_k}{W}$$

Der erste Ausdruck gibt gleichmässig über den Querschnitt verteilte Druckspannungen, der zweite liefert im Bogenteil oberhalb der  $x$ -Axe für den obern Rand der Querschnitte Druckspannungen und für den unteren Zugspannungen, im unterhalb der Axe liegenden Teil umgekehrt.

Die Berechnung von unsymmetrischen Bogen kann in der gleichen, vorstehend beschriebenen Weise vorgenommen werden, nur erfordert sie mehr Arbeit, da sie sich auf den ganzen Bogen zu erstrecken hat. Von der Gesamteilipse sind beide Halbaxen zu bestimmen, da der Antipol  $A$  im allgemeinen nicht mehr auf der kleinen Halbaxe liegen, die Antipolare deshalb beide Axen schneiden wird.

Danzig, im Dezember 1910.

## Die Wasserturbinen und Regulatoren des Elektrizitätswerks São Paulo, Brasilien.

Gebaut von Escher Wyss & Cie. in Zürich.

Die Zentrale der Tramway, Light and Power Co. São Paulo enthielt bis vor kurzem vier hydroelektrische Einheiten zu je rund 1500 PS Maximal-Leistung; Turbinen und Generatoren waren amerikanischer Herkunft, letztere aus verschiedenen, z. T. ältern Maschinen kombiniert, wie in der Abbildung 1 im Grundriss (Gruppe I bis IV) zu erkennen.

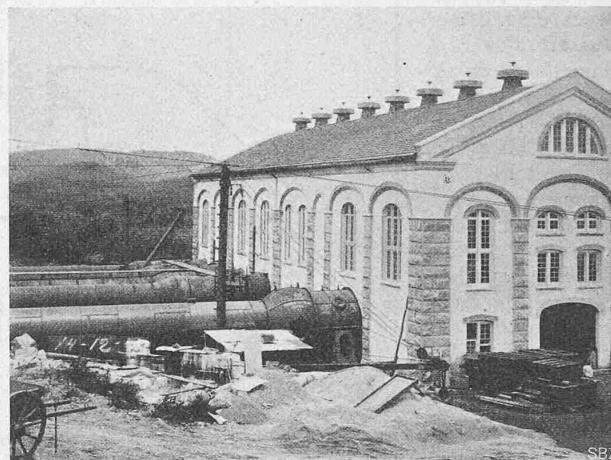


Abb. 2. Ansicht der Zentrale nach Einbau der Turbine V.

Zur Erweiterung des Werkes wurde der Firma Escher Wyss & Cie. in Zürich versuchsweise eine grössere Turbine (Nr. V) von 4500 PS in Auftrag gegeben, die als Doppel-francisturbine mit Oeldruckregulator zur Ausführung kam. Abbildung 2 zeigt die Zentrale nach Einbau der Turbine V, Abbildung 3 diese Turbine selbst samt Regulierung, in einer Werkstattaufnahme. Die Ergebnisse waren so befriedigend, dass das Werk nicht nur nacheinander drei

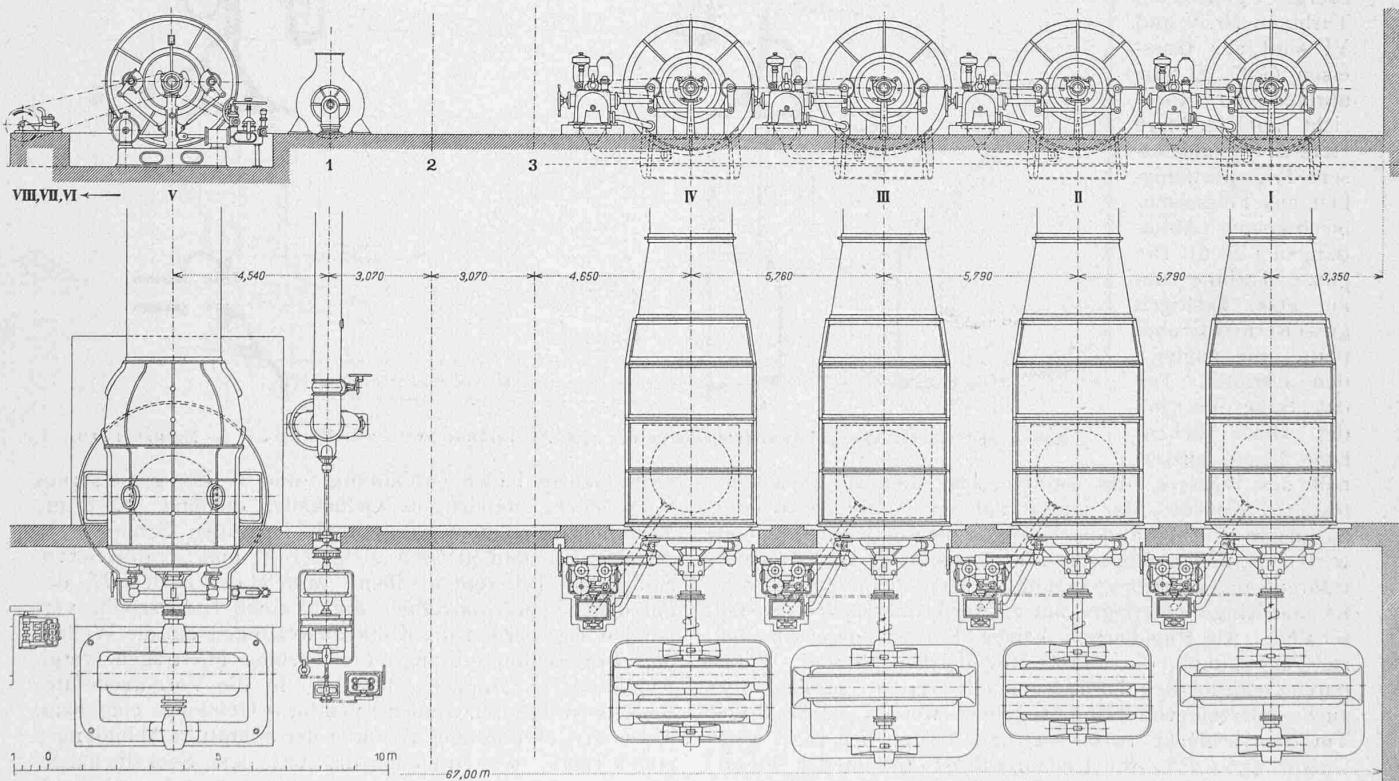


Abb. 1. Anordnung der 4500 PS-Turbinen Nr. I bis V im Elektrizitätswerk São Paulo. — Grundriss und Längsschnitt der Zentrale 1:200.