

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 55/56 (1910)  
**Heft:** 21

**Artikel:** "Allgemeine Theorie über die veränderliche Bewegung des Wassers in Leitungen": Besprechung  
**Autor:** Prášil, Franz  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-28707>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 23.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

flächen bilden, die auch dieses Gebiet gefährden. Ein Ueberlastung tritt aber hier nicht ein, da das Gebäudegewicht eher geringer ist als das der ausgehobenen Erdmasse.

Da das über dem Tunnel befindliche Material als haltlos anzusehen ist, so war jede Fundationsart, welche künstliche Kompression dieser Masse oder Druckverteilung auf grosse Flächen bezweckt, von vornherein ausgeschlossen. Es konnte sich nur darum handeln, entweder durch Ueberbrückung des lockeren Gebietes, auf der andern Seite oder aber in der Tiefe Stützpunkte zu suchen. Ersteres wäre der grossen Stützweite wegen schwer durchführbar, während letzteres infolge der Nähe des Tunnels eine zwar heikle aber doch leichter zu lösende Aufgabe darstellte. Zuerst war vorgesehen, in den beiden Gebäude-Ecken Schächte

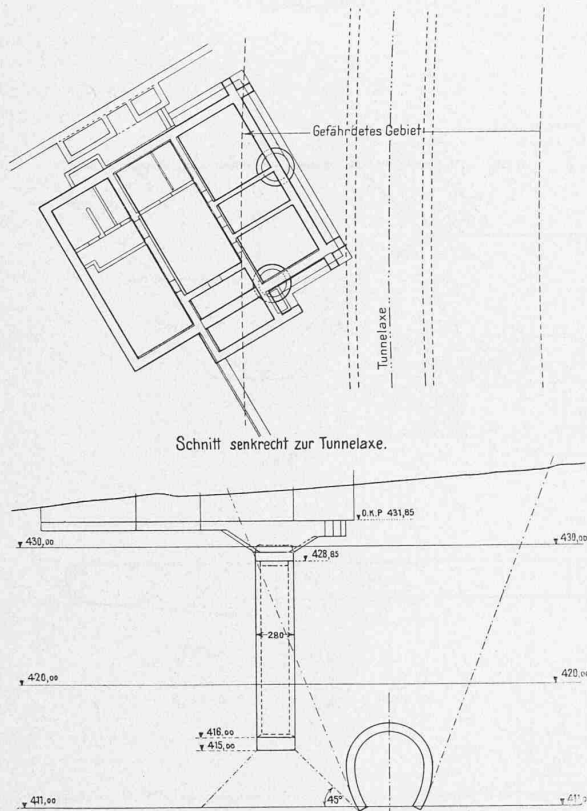


Abb. 1. Lageplan und Vertikalschnitt. — Masstab 1:500.

zur Aufnahme von Pfeilern zu graben. Auf diese Weise wäre aber der eine Pfeiler mit dem Tunnel in direkte Berührung gekommen, was, abgesehen von Gefährdung des letzteren, auch den Nachteil gehabt hätte, Erschütterung und Schallwirkung der Bahnzüge direkt ins Gebäude zu leiten. Daher wurden zwei Stützflächen in solcher Entfernung und Höhenlage gewählt, dass einerseits der von ihnen aufgenommene Gebäudedruck keine Wirkung auf die Tunnelwände ausüben kann und dass andererseits die dem Scheitelgewölbe des Tunnels als Widerlager dienende Erdmasse in keiner Weise angeschnitten wird.

Das Ausgraben von Schächten in gewöhnlicher Art hätte leicht Setzungen des umliegenden Bodens bewirken können. Deshalb wurden die Pfeiler als Senkbrunnen ausgeführt, die den ausgehobenen Raum sofort ausfüllen und das Nachstürzen von Material unmöglich machen. Die beiden Brunnen von 2 m Lichtweite und 40 cm Wandstärke haben einen unteren Schneidenring aus Schmiedeeisen und sind im übrigen leicht armiert mit Rücksicht auf gute Verbindung der frisch aufbetonierten Ringe mit den vorher erstellten. Der Ringquerschnitt ist gross genug, um die ganze Last von 370 Tonnen zu tragen. Die Brunnen sind deshalb nur unten und oben ausbetoniert worden. Der Zwischenraum wurde mit Erde ausgefüllt, da dem festen Baugrund diese zuerst nicht vorgesehene Mehr-

belastung unbedenklich zugetraut werden konnte und man auf diese Weise gegenüber dem Vorhandensein eines Hohlraumes eine bessere Schalldämpfung erhoffte.

Auf den Pfeilerköpfen einerseits und dem gesicherten Baugrund andererseits ist sodann ein Eisenbetontragwerk angeordnet worden, das die Lasten der Gebäudemauern aufnimmt (Abb. 2). Es besteht aus Balken, die oben durch eine Platte verbunden sind. Die Konstruktion ist der Einheitlichkeit halber über die ganze Gebäudegrundfläche ausgedehnt worden. Die Träger sind verschiedener Art und weisen zum Teil sehr grosse Dimensionen auf. Die nächst dem Tunnel liegende Fassade ruht auf einem aus zwei Konsolen zusammengesetzten Träger, dessen grösstes Biegemoment rund 200 Metertonnen beträgt (Abbildung 3 bis 8).

Die Ausführung ging ohne besondere Schwierigkeiten vor sich; die Brunnen konnten bis zu zwei Meter täglich abgeteuft werden. Allerdings erfolgte das Nachsinken nicht immer in vollkommener Weise, so dass die Röhren zeitweilig belastet werden mussten. Die Kosten der ganzen Fundation, also der Pfeiler samt Eisenbetonkonstruktion belaufen sich auf etwa 20 000 Franken. R. M.

### „Allgemeine Theorie über die veränderliche Bewegung des Wassers in Leitungen“.<sup>1)</sup>

Besprechung von Prof. Dr. F. Prášil in Zürich.

#### Zum ersten Teil.

Ingenieur Lorenzo Allievi in Rom hat im Jahre 1903 in der Zeitschrift „Annali della Società degli Ingegneri ed Architetti Italiani“ eine Abhandlung veröffentlicht, in der die Bewegung des Wassers in einer Rohrleitung und die damit verbundenen Druckschwankungen bei zeitlicher Veränderlichkeit des Abflussquerschnittes unter Berücksichtigung der Elastizität der Rohrwandung und der Zusammenrückbarkeit des Wassers untersucht und Methoden zur rechnerischen Bestimmung der Geschwindigkeiten und Druckschwankungen angegeben werden; im Jahre 1904 erschien eine französische Uebersetzung in der „Revue de Mécanique“, der sich nun im ersten Teil des vorliegenden Buches eine deutsche, vom Autor mehrfach ergänzte Uebersetzung anschliesst.

Allievi behandelt in den drei ersten Kapiteln das Problem unter den vereinfachenden Annahmen einer in ihrer ganzen Länge wagrecht liegenden Rohrleitung von konstantem Ausführungsquerschnitt und konstanter Wandstärke, die von einem Behälter aus gespeist wird, dessen Dimensionierung die weitere Annahme konstanter Wasserspiegellhöhe im Behälter zulässt; an deren Abflussende kann der Ausfluss ins Freie durch ein Absperrorgan zeitlich in verschiedener Weise bis zum teilweisen oder vollkommenen Abschluss vermindert werden. In den Punkten eines Querschnittes wird gleiche Geschwindigkeit und gleiche Pressung zur selben Zeit angenommen; der Einfluss der Reibung ist durchwegs vernachlässigt. Im vierten Kapitel wird die Theorie auf eine geneigte Rohrleitung ausgedehnt; ferner werden die Vorgänge bei Vergrösserung des Abflussquerschnittes und bei Zuschaltung eines Windkessels erörtert und schliesslich eine Zusammenstellung der wichtigsten Formeln und Beziehungen gebracht; in einem Anhang hierzu werden von R. Dubs das Problem der Druckschwankung ohne Berücksichtigung elastischer Eigenschaften und einige mit den Druckschwankungen in Beziehung stehende Festigkeitsprobleme behandelt.

Die Aufstellung der Grundgleichungen, das sind

1. die Bewegungsgleichung als Ausdruck für die Beziehung zwischen Beschleunigung, Masse und wirksamen Kräften;
2. die Kontinuitätsgleichung

erfolgt im § 1 des ersten Kapitels unter Berücksichtigung der Tatsache, dass auch unter den vereinfachenden Annahmen konstanten Rohrquerschnittes und wagerechter Lage der Rohrachse bei veränderlichem Abfluss infolge der elastischen Eigenschaften Geschwindigkeiten und Pressungen im allgemeinen abhängig von Zeit und Ort sind, da eben infolge dieser Eigenschaften Deformationen des Rohres im Sinne von Veränderungen des Rohrquerschnittes und

<sup>1)</sup> „Allgemeine Theorie über die veränderliche Bewegung des Wassers in Leitungen.“ I. Teil: Rohrleitungen, Von Lorenzo Allievi. Deutsche erläuterte Ausgabe, bearbeitet von Robert Dubs und Viktor Bataillard. — II. Teil: Stollen und Wasserschloss. Von Robert Dubs. Mit 35 Textfiguren. Berlin 1909, Verlag von Julius Springer. Preis geh. 10 M.

Deformationen der Wasserelemente selbst eintreten, die ebenfalls zeitlich und örtlich variieren.

Die Grössenordnungen dieser Deformationen gegenüber den Ausführungsdimensionen gestatten hierbei in den Gleichungen die Vernachlässigung von Gliedern niedriger gegen solche höherer Ordnung; von den zwei resultierenden Gleichungen (Nr. 10, Seite 12) ist die erste die Bewegungsgleichung, die zweite die Kontinuitätsgleichung; dieselben bilden ein System zweier simultaner, partieller Differentialgleichungen erster Ordnung, in denen die Zeit ( $t$ ) und der Abstand ( $x$ ) eines Rohrquerschnittes vom Abflussende als unabhängig Veränderliche, die Geschwindigkeit ( $c$ ) und die Wassersäule ( $y$ ) der Pressung als abhängig Veränderliche erscheinen.

Im § 2 des ersten Kapitels wird die allgemeine Integration des Gleichungssystems erörtert; um dieselbe zu ermöglichen, muss noch eine Vereinfachung der Bewegungsgleichung durchgeführt und deren Zulässigkeit begründet werden, es ergeben sich dann die Grundgleichungen 11, Seite 14, in der einfachen Form

$$\frac{\partial c}{\partial t} = g \cdot \frac{\partial y}{\partial x}; \quad \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{g}{a^2} \cdot \frac{\partial y}{\partial t}$$

Hierin bezeichnen:

$g$  die Beschleunigung der Erdschwere,  $a$  eine Geschwindigkeit, die im späteren als Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Pressungs-, resp. Geschwindigkeitsänderung erkannt und aus den Dimensionen des Rohres und den Elastizitätsmoduln des Rohrmaterials und des Wassers berechnet wird (Formeln 9<sub>a</sub> und 9<sub>c</sub> auf Seite 19).

Die allgemeinen Integrale der beiden letzten Differentialgleichungen werden auf Seite 16 in der Form

$$y = y_0 + F - f; \quad c = c_0 - \frac{g}{a} (F + f)$$

angegeben, worin  $y_0$  und  $c_0$  Integrationskonstante,  $F$  und  $f$  vorläufig beliebige Funktionen der Argumente  $(t - \frac{x}{a})$  resp.  $(t + \frac{x}{a})$  bedeuten, die Integrationskonstanten sind im allgemeinen aus gegebenen Werten von  $c$  und  $y$  zu einer bestimmten Zeit und an einem bestimmten Ort der Rohrleitung, die Funktionen  $F$  und  $f$  aus Bedingungen abzuleiten, welchen der zeitliche Verlauf der Pressungs- oder Geschwindigkeitsänderung an bestimmten Stellen der Rohrleitung unterworfen ist.

In der Fussnote auf Seite 16 und 17 werden die beiden Differentialgleichungen erster Ordnung in solche zweiter Ordnung übergeführt; es folgt nämlich aus den ersteren durch Differentiation

$$\frac{\partial^2 c}{\partial t \partial x} = g \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}; \quad \frac{\partial^2 c}{\partial x \partial t} = \frac{g}{a^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad \text{hiermit}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad \text{und ebenso} \quad \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 c}{\partial t^2}$$

In diesen beiden simultanen Differentialgleichungen zweiter Ordnung sind die abhängig Veränderlichen getrennt; die allgemeinen Integrale derselben haben die oben angegebenen Formen; Differentialgleichungen solcher Art ergeben sich als Grundgleichungen für die Theorie der Schallbewegung, der Schwingungen gespannter Saiten u. a. m., deren mathematische Theorie ist durch Bernoulli, d'Alembert und Riemann grundlegend geschaffen; die Tatsache, dass dieselben auch hier wieder auftreten, lässt erkennen, dass die Erscheinungen der Druck- und Geschwindigkeitsschwankungen im allgemeinen periodischer Natur sind, wobei jedoch unter bestimmten Bedingungen aperiodischer Verlauf nicht ausgeschlossen ist.

Im § 3 des 1. Kapitels wird der Wert der Geschwindigkeit  $a$  für verschiedene Rohrmaterialien und Durchmesser bestimmt; es wird innerhalb gebräuchlicher Dimensionen  $a$  in  $m/sec$  gefunden: für Gusseisen  $a \approx 1030$  bis  $1330$  und für Schmiedeisen, Stahl und Blei  $850$  bis  $1070$ ; hiermit als passender Mittelwert  $a = 1000 m/sec$ .

Im 2. Kapitel wird der einfache oder direkte Wasserstoss definiert und sein Verlauf mit Hilfe obiger allgemeiner Integrale bestimmt.

Die Definition des einfachen oder direkten Wasserstosses ergibt sich aus folgender Ueberlegung: Vom Moment des Beginnes der Querschnittsverkleinerung tritt Drucksteigerung im Rohr ein; dieselbe beginnt am Abflussquerschnitt und schreitet mit der Geschwindigkeit  $a$  gegen den Behälter vor und erreicht daselbst den Anschlussquerschnitt nach der Zeit  $\frac{L}{a}$  gerechnet vom Moment des Beginnes der Querschnittsänderung, wobei  $L$  die Länge der Rohrleitung bedeutet; am Anschlussquerschnitt kann eine Pressungssteigerung bei konstanter Wasserspiegellhöhe im Behälter nicht eintreten, es tritt daher gleichsam eine Rückwirkung der Masse im

Behälter ein, die am Anschlussquerschnitt die Pressung konstant hält, in den anderen Querschnitten der Rohrleitung aber eine Beeinflussung der durch den Schliessvorgang erregten Drucksteigerung hervorbringt, die nun mit der Geschwindigkeit  $a$  gegen das Abflussende fortschreitet; hieraus ergibt sich, dass innerhalb des Zeitintervalls  $\frac{L}{a}$  die Drucksteigerung im Rohr nur von der am Austrittsquerschnitt stattfindenden Veränderung herrührt, dass nach einer Zeit  $\frac{L}{a} + \frac{L-x}{a} = \frac{2L}{a} - \frac{x}{a}$  im obern Teil der Rohrleitung, das ist zwischen Anschliessende und dem in der Entfernung  $x$  vom Abflussende gelegenen Querschnitt bereits die vom Behälter ausgehende Rückwirkung fühlbar ist, während hierbei im untern Teil der Rohrleitung, das ist vom Querschnitt bis zum Abflussquerschnitt, die Pressungsänderung noch immer nur unter dem Einfluss der Querschnittsänderung am Ausfluss steht, dass endlich nach der Zeit  $\frac{2L}{a}$  diese Rückwirkung im ganzen Rohr fühlbar geworden ist. Diejenige Pressungssteigerung, die nur von der Querschnittsänderung herrührt, wird nun von Allievi der *einfache oder direkte Wasserstoss* (Seite 24 und 25), der Einfluss der Rückwirkung der *Gegenstoss* genannt und letzterer im § 7 Seite 40 bis 43 besprochen. Dementsprechend wird auch für einen Querschnitt  $x$  die Zeitdauer bis zum Fühlbarwerden des Gegenstosses die Phase des direkten Wasserstosses (Seite 25) genannt.

Aus diesen Betrachtungen ergeben sich bereits folgende Resultate:

1. In einem Rohr, das von einem unendlich fernen Behälter gespeist wird, tritt nur direkter Wasserstoss auf (Seite 24).

2. In einem Rohr von endlicher Länge  $L$  tritt in einem Querschnitt im Abstand  $x$  vom Abflussquerschnitt, während der Dauer des Abschlusssvorganges nur dann lediglich direkter Wasserstoss auf, wenn diese Dauer gleich oder kleiner als  $\frac{2L-x}{a}$  ist; speziell für den Abflussquerschnitt ergibt sich diese Dauer mit  $x = 0$  als gleich oder kleiner als  $\frac{2L}{a}$ .

Im § 4 wird nun gezeigt, dass innerhalb der Phase des direkten Wasserstosses die Funktion  $f$  der allgemeinen Integrale gleich Null zu setzen ist; durch Elimination der übrigbleibenden Funktion  $F$  aus den Gleichungen  $y = y_0 + F$ ;  $c = c_0 - \frac{g}{a} F$  erhält man (Seite 25) Gleichung 16:

$$y - y_0 = \frac{a}{g} (c_0 - c),$$

welche Relation (Seite 25, Gleichung 17) zum wesentlichen Resultat führt, dass die Pressungssteigerung innerhalb der Phase des direkten

Wasserstosses dann den Grösstwert  $H = y_0 + \frac{a c_0}{g}$  annimmt, wenn  $c = 0$  wird; es ist nämlich zu beachten, dass in einem Querschnitt innerhalb jeder Phase des direkten Wasserstosses  $c$  niemals negativ werden kann.

In der Formel für  $H$  befinden sich keine Grössen, die mit dem Schliessvorgang in Beziehung stehen;  $y_0$  und  $c_0$  bezeichnen lediglich die Wassersäule der Pressung und die Geschwindigkeit im Rohr im Beharrungszustand vor Beginn des Schliessvorganges; entsprechend dem oben bereits zitierten Resultat wird in einer Rohrleitung die Pressung immer einen dem Wert  $H$  entsprechenden Höchstwert erreichen, wenn die totale Schliesszeit gleich oder kleiner als  $\frac{2L}{a}$  ist und zwar unabhängig davon, in welcher Weise das Schliessen erfolgt; der Wert  $H$  wird in den weiteren Untersuchungen zweckdienlich als Hilfskonstante benützt.

Der § 5 bringt nun die *grundlegende* Methode für die Bestimmung des Einflusses des Schliessvorganges auf die Pressungsänderung während desselben; es wird eine Zeitfunktion  $\psi(t)$  eingeführt, in welcher die zeitliche Veränderlichkeit des Ausflussquerschnittes zum Ausdruck kommt und resultiert für die Berechnung der Wassersäule  $\eta$  der Pressung am Abflussquerschnitt auf Seite 27 die Formel 18:

$$\eta^2 - 2\eta(H + \lambda(t)) + H^2 = 0 \quad \text{mit}$$

$$\lambda(t) = \frac{a^2}{g} \cdot \frac{\psi^2(t)}{1 - \psi^2(t)}$$

woraus bei gegebener Funktion  $\psi$  für jeden Zeitwert  $t$  innerhalb der Phase des direkten Wasserstosses der Wert  $\eta$  berechnet werden kann; da, wie im Laufe der Ableitung gezeigt wird,  $\eta = y_0 + F(t)$  ist, so sind aus Werten von  $\eta$  auch die Werte der Funktion  $F$  und damit auch die Funktionsform bestimmt.



Diesen Untersuchungen ist im § 6 eine Bestimmung der lebendigen Kraft des austretenden Wasserstrahles während des Schliessvorganges angeschlossen; diese Bestimmung ist deshalb praktisch von Wert, weil dieselbe diejenigen Fälle präzisiert, bei welchen während des Schliessvorganges eine Zunahme der lebendigen Kraft des ausfliessenden Strahles eintritt, was auf den Regulierungsvorgang bei Turbinen rückwirkend sein kann.

Im 3. Kapitel wird, wie schon bemerkt, in erster Linie die Erscheinung des Gegenstosses (§ 7) besprochen und folgen nun in den §§ 8 bis und mit 11<sup>bis</sup> diejenigen Untersuchungen, welche für die Bestimmung der Vorgänge in einer Rohrleitung massgebend sind, wenn die Dauer des Schliessvorganges grösser als  $\frac{2L}{a}$  sind, also auch bereits am Abflussquerschnitt der Gegenstoss fühlbar wird; es umfassen diese Untersuchungen die praktisch häufigsten Fälle.

Im § 8 des 3. Kapitels wird gezeigt, dass die Bedingung zeitlich konstant bleibender Pressung im Anschlussquerschnitt der Rohrleitung an den Behälter erfüllt wird, wenn in den allgemeinen Integralen der Wert der Funktion  $f$  am Querschnitt  $x$  zur Zeit  $t$  gleich dem Wert der Funktion  $F$  zur Zeit  $t - \frac{2L}{a}$  gesetzt wird, was in der Formel 33 (Seite 44)

$$f\left(t + \frac{x}{a}\right) = F\left(t + \frac{x}{a} - \frac{2L}{a}\right)$$

und weiterhin in den Formeln 34 (Seite 45)

$$y = y_0 + F\left(t - \frac{x}{a}\right) - F\left(\phi - \frac{x}{a}\right) \quad \left\{ \begin{array}{l} \phi = t - 2 \frac{L-x}{a} \\ c = c_0 - \frac{g}{a} \left\{ F\left(t - \frac{x}{a}\right) + F\left(\phi - \frac{x}{a}\right) \right\} \end{array} \right.$$

zum Ausdruck kommt.

Analog wie während der Phase des direkten Wasserstosses erhält man aus letzteren Formeln mit  $x = 0$  die für den Abflussquerschnitt geltenden Formeln 35 (Seite 47)

$$\eta = y_0 + F(t) - F(\phi) \\ c = c_0 - \frac{g}{a} \{ F(t) + F(\phi) \}$$

die nun von der Zeit  $t = \frac{2L}{a}$  Gültigkeit haben und in denen innerhalb der Zeiten:

↓  $\frac{4L}{a}$  und  $\frac{2L}{a}$  ↓  $\frac{6L}{a}$  und  $\frac{4L}{a}$  ↓  $\frac{8L}{a}$  und  $\frac{6L}{a}$  ↓  
für  $F(\phi)$  diejenigen Werte einzusetzen sind, die man innerhalb der Zeiten:

↑ 0 und  $\frac{2L}{a}$  ↑  $\frac{4L}{a}$  und  $\frac{2L}{a}$  ↑  $\frac{8L}{a}$  und  $\frac{4L}{a}$  ↑  
für die Werte  $F$  erhält; man erkennt, dass die Berechnung stufenweise innerhalb der angegebenen Zeitintervalle zu erfolgen hat und es ergibt sich aus den Gleichungen 35 durch Elimination von  $F(t)$  und unter Berücksichtigung der schon früher benannten Funktion zur Bestimmung von  $\eta$  während des Schliessens wieder eine Gleichung 36 (Seite 48), die unter Benützung obiger Bezeichnungen zu schreiben ist.

$$\eta^2 - 2\eta(H - 2F(\phi) + \lambda(t)) + (H - 2F(\phi))^2 = 0$$

wobei für die Wertbestimmung von  $F(\phi)$  obige Regel massgebend ist.

Der Reihenfolge der Erörterungen vorgehend, sei nun auf das im § 9 (Seite 55–62) durchgeführte Zahlenbeispiel hingewiesen, dessen Resultate tabellarisch (Seite 59) und graphisch (Seite 60 und 61) dargestellt sind; im durchgeführten Beispiel bleiben die Werte von  $\eta$  im Querschnitt  $x = 0$  und von  $y$  im Querschnitt  $x = 200$  m innerhalb der Zeiten 1,2 sek und 3 sek nahezu konstant und zwar ist im Querschnitt  $x = 0$   $\eta \approx 131$  m im Querschnitt  $x = 200$  m  $y \approx 110,5$  m; in denselben Querschnitten sind innerhalb desselben Zeitintervalles die Werte von  $c$  zu gleichen Zeiten und in den verschiedenen Querschnitten nahezu dieselben, was auf Seite 62 am Schluss des § 9 die Bemerkung, dass man in diesem Fall während der Gegenstossphase  $\frac{\partial y}{\partial t} = 0$  und  $\frac{\partial c}{\partial x} = 0$  setzen könne, und damit das Bestreben veranlasst hat, die Bedingungen zu bestimmen, unter denen die im Beispiel nur angenähert auftretende Erscheinung tatsächlich eintritt; diese Veranlassung führte zu den Untersuchungen in den §§ 10, 11, 11<sup>bis</sup>, Seite 63 bis 83.

Nach den Untersuchungen im § 10 würde nun folgen, dass während Gegenstossphase  $\frac{\partial y}{\partial t} = 0$  und  $\frac{\partial c}{\partial x} = 0$  werden, dass also nach Seite 64 die Gegenstossphase gleichsam eine Beharrungs-

phase wird, wenn die Abschiessgeschwindigkeit am Absperrorgan konstant, d. h.  $\psi(t)$  eine lineare Funktion der Zeit ist.

Im § 11 wird dann auf Grund dieses Resultates unter Annahme zeitlich linearen Schlusses die Formel 40 (Seite 66) abgeleitet  $Z^2 - Z(2 + n^2) + 1 = 0$ , worin sind:  $Z = \frac{\eta}{y_0}$ ;  $n = \frac{L c_0}{g T y_0}$  mit  $T$  als Abschlusszeit; wobei für den Fall des Schliessens die positive Wurzel also  $Z = 1 + \frac{1}{2} n (n + \sqrt{n^2 + 4})$  zu nehmen ist; die Formel gestattet eine einfache Berechnung des Wertes  $\eta$ ; ihre Bedeutung wird noch später bei Besprechung der von Dubs im Anhang durchgeführten Untersuchungen erörtert werden.

Nun ist aber das oben angeführte Zahlenbeispiel ebenfalls auf Grundlage linearen Schlusses durchgeführt und hat sich trotzdem eine, wenn auch geringe, zeitliche Veränderlichkeit des Wertes  $y$  während der Phase des Gegenstosses ergeben, welcher Umstand jedenfalls zu den Untersuchungen im § 11<sup>bis</sup> führte, aus denen nun hervorgeht, dass eine solche Veränderlichkeit im allgemeinen vorhanden, deren relativer Verlauf gegenüber der Drucksteigerung am Ende der Phase des direkten Wasserstosses von dem Werte des Verhältnisses  $\frac{H}{y_0}$  abhängig ist; Zahlenbeispiele auf den Seiten 79 bis 83 geben hierüber hinreichend Aufschluss; ein Zahlenbeispiel auf den Seiten 67 und 68 kennzeichnet die Anwendbarkeit der Formel 40.

Vorbehaltlich einer eingehenden Erörterung in einer speziellen die Materie betreffenden Studie, die der Referent in diesem Blatte zu veröffentlichen beabsichtigt, sei bemerkt, dass die Gegenstossphase zu einer Beharrungsphase werden kann, wenn während der Gegenstossphase der Schluss linear mit der Zeit, während der Phase des direkten Wasserstosses jedoch in einer Weise erfolgt, die durch eine Gleichung bestimmt ist von der Form:

$$\psi(t) = \frac{m - \frac{t}{\tau}}{\sqrt{n + \frac{t}{\vartheta}}}$$

hiebei ist vorausgesetzt, dass die bezüglich  $\lambda(t)$  auch in den Allievischen Untersuchungen angewendete Vereinfachung zulässig ist, d. h. dass  $\lambda(t) = \frac{a^2}{g} \psi^2(t)$  gesetzt werden kann; bei passender Wahl der Konstanten  $m$ ,  $n$ ,  $\tau$  und  $\vartheta$  wächst hiebei  $\eta$  linear mit  $t$  während der Phase des direkten Wasserstosses und behält dann, wenn der Schluss nunmehr linear mit bestimmter Geschwindigkeit erfolgt, konstant denselben Wert bei, bis zum vollständigen Schluss des Absperrorgans.

Zurückkehrend zu den Erörterungen im § 9 ist zu bemerken, dass in denselben die Erscheinungen bis und nach teilweisem Schluss des Absperrorgans untersucht und hierbei gefunden wird, dass in einem solchen Fall je nach den durch die Art des Schlusses auftretenden Geschwindigkeitsverhältnissen zur Zeit der Arretierung des Absperrorgans ein periodischer oder aperiodischer Uebergang in den neuen Beharrungszustand eintreten kann.

Bei vollständigem Schliessen ergeben die Untersuchungen immer periodische Schwankungen mit der Dauer einer ganzen Periode von  $\frac{4L}{a}$  sek; und zwar, da die Reibung in den Untersuchungen vernachlässigt ist, ohne Dämpfung.

Im 4. Kapitel werden, wie schon eingangs bemerkt, einige ergänzende Untersuchungen durchgeführt.

Im § 12 werden die Erscheinungen im geeigneten Rohr besprochen und in den Formeln 42 (Seite 85) mathematisch zum Ausdruck gebracht, unter besonderem Hinweis darauf, dass bei der hierbei rationellen Verwendung verschiedener Wandstärken in einzelnen Höhenzonen der Rohrleitung der Wert für  $a$  nur als passender Mittelwert anzunehmen ist.

Im § 13 ergeben sich für die Bestimmung der Pressungsänderung am Abflussquerschnitt bei Oeffnen des Absperrorgans die Formeln 43 und 44 (Seite 86) innerhalb der Phase des direkten Wasserstosses bzw. des Gegenstosses, während die Formel 46 (40), Seite 87 (66) die Berechnung des Mittelwertes der Pressung am Abflussquerschnitt bei zeitlich linearem Oeffnen und einer Oeffnungszeit  $T > \frac{2L}{a}$  ermöglicht, wobei in diesem Fall die negative Wurzel also  $Z = 1 + \frac{1}{2} n (n - \sqrt{n^2 + 4})$  zu nehmen ist.

Unter Hinweis auf den aus § 9 sich ergebenden Umstand, dass in diesem Falle die kleinste Pressung am Ende der Phase des direkten Wasserstosses eintritt, wird auf Seite 87 noch Formel 47 abgeleitet  $T = \frac{L c_1}{g y_0} \frac{2 \sqrt{s}}{1 - s}$  mit  $s = \frac{\eta}{y_0}$  wobei  $c_1$  die dem Wert

$\psi(T)$  entsprechende Beharrungsgeschwindigkeit in der Rohrleitung bedeutet; aus dieser Formel kann die Öffnungszeit  $T$  unter der Forderung berechnet werden, dass die Wassersäule der Pressung nicht unter einen bestimmten Wert  $\eta_s$  sinkt.

Die weiteren Untersuchungen dieses Kapitels ergeben die Umstände, unter denen die Pressung nach Beendigung des Öffnungsvorganges sich entweder asymptotisch oder periodisch dem neuen Beharrungszustand nähert, wobei den Untersuchungen zur näheren Erläuterung wieder ein Zahlenbeispiel mit Tabellen und Diagrammen beigegeben ist.

In kurzen Zügen werden noch im § 13 die Erscheinungen der Schliess- und Öffnungsbewegungen in einer Rohrleitung skizziert, die durch ein in einem beliebigen Querschnitt der Rohrleitung eingebautes Absperrorgan hervorgebracht werden.

In § 14 wird der Einfluss eines zwischen Absperrorgan und Abflussquerschnitt der Rohrleitung eingeschalteten Windkessels untersucht, in erster Linie wieder die Hauptgleichungen 50 (Seite 103) und 51 (Seite 104) für die Phase des direkten Wasserstosses bzw. der Gegenstösse aufgestellt und dann unter Verwendung von Reihenentwicklungen die angenäherten Gleichungen 52 und 53 (Seite 105) für die Berechnung von  $\eta$  während der Phase des direkten Stosses bestimmt, speziell in der Formel 53 entfällt die Grösse  $a$  und damit der Einfluss der Elastizität des Rohrmaterials und der Zusammendrückbarkeit des Wassers.

Es werden dann weiter verfolgt, einerseits unter der Annahme, dass das Ende des Absperrvorganges noch innerhalb der Phase des direkten Wasserstosses, andererseits, dass dies bereits in der Phase des Gegenstosses der Fall ist, die Erscheinungen der Pressungsänderungen bis zur Beendigung des Absperrvorganges und nach derselben und wird den Erörterungen ein instruktives Zahlenbeispiel angeschlossen. Das wesentliche Resultat der Untersuchungen ist dahin zusammenzufassen, dass durch die Einschaltung eines Windkessels weniger die Grösse als der zeitliche Verlauf der Pressungsschwankung beeinflusst wird, der Verlauf erleidet eine Verzögerung; immerhin wird in den Ableitungen auf den Umstand hingewiesen, dass die erhaltenen Gleichungen nur angenäherte Lösungen darstellen und sich demgemäss nicht zur Ausführung genauer mathematischer Deduktionen eignen.

Im § 15 werden die hauptsächlichsten Ergebnisse nochmals kurz zusammengefasst.

Im Anhang, der wohl nur irrtümlicherweise durch die Seitenüberschrift unter den § 15 eingereiht ist, leitet Herr Dubs, in Anlehnung an Vorträge des Referenten, eine allgemeine Formel für die Bestimmung der Pressungsänderung ohne Berücksichtigung der elastischen Eigenschaften bei linearer Schliess- bzw. Öffnungsbewegung ab, die für die Berechnung der Maximal- bzw. Minimalwerte zur einfachen durch die Gleichungen XV (Seite 132) und XVII (Seite 135) gegebenen Formel führt

$$C_{mm}^{max} = \sqrt{C_0^2 + C_K^2} \pm C_K$$

mit den Definitionsgleichungen:

$C_0 = \sqrt{2 g H}$ ;  $H = y_0 =$  Gefälle bis zum Abflussquerschnitt der Rohrleitung

$C_K = \frac{L}{T} \frac{C_0}{c_0}$ ,  $C_0 =$  anfängliche Geschwindigkeit in der Rohrleitung

$$C_{mm}^{max} = \sqrt{2 g H} \frac{C_0}{c_0} = \sqrt{2 g \eta} \frac{C_0}{c_0}$$

Das + Zeichen vor  $C_K$  gilt bei Schliess-, das — Zeichen bei Öffnungsbewegung.

Es wird dann auf Seite 134 bewiesen, dass diese Gleichungen *identisch sind* mit der Gleichung 40 (46) auf Seite 66 (87), woraus hervorgeht, dass der Betrag der Pressungsanschwellung beim Schliessvorgang, der Pressungsabnahme beim Öffnen durch die elastischen Eigenschaften bei dieser Art des Schliessens bzw. Öffnens nur unwesentlich beeinflusst wird.

Im weiteren wird gezeigt, dass bei einer aus Teilen von verschiedenem Ausführungsquerschnitt zusammengesetzten Rohrleitung bei zeitlich linearer Querschnittsänderung dieselbe Formel giltig

ist, nur ist im Ausdruck für  $C_K$  nicht der wirkliche Wert der Rohrleitungslänge, sondern ein reduzierter Wert einzuführen, der schliesslich die Definitionsformel

$$C_K = \frac{1}{c_0 T} \sum_{i=1}^n C_i \cdot L_i \text{ ergibt,}$$

worin die Summe sich auf  $n$  Teilstücke (Zonen) bezieht und  $c_i L_i$  die Normalgeschwindigkeit in der Zone  $i$ , deren Rohr die Länge  $L_i$  hat, bedeutet.

In den sich daran schliessenden Festigkeitsuntersuchungen wird zuerst das Verhalten eines Rohrelementes untersucht, wenn die Pressung in demselben plötzlich um einen endlichen Betrag geändert wird; die Untersuchung führt naturgemäss auf periodische Deformationen und Beanspruchungen mit dem Resultat, dass die Beanspruchung in dem Fall grösser wird, als bei langsamer Belastungssteigerung um denselben Betrag; im weiteren wird der Einfluss einer periodischen Pressungsänderung untersucht; es ergibt sich bezüglich der Deformationen und dem entsprechend der Beanspruchungen das Bild zweier superponierter Schwingungen.

Fasst man den Aufbau dieses ersten Teiles des Buches ins Auge, so ist deutlich das Bestreben zu erkennen, die immerhin komplizierten Erscheinungen von den einfachsten Fällen ausgehend in systematischen Aufbau anschaulich zu machen und den Leser in das Verständnis und in den Gebrauch des mathematischen Hilfsmittels der hier auftretenden allgemeinen Integrale und in die Bestimmung der in denselben enthaltenen, den Grenzzuständen anzupassenden Funktionen einzuführen; es sei hierbei namentlich auf die Erörterungen der §§ 8 und 9 hingewiesen; immerhin glaubt der Referent, doch die Ansicht aussprechen zu sollen, dass in weiteren Auflagen etwa in dem einleitenden § 2 die wesentlichen mathematischen Eigenschaften der durch die Formel 14 gegebenen allgemeinen Integrale zur Vorbereitung eingeschaltet werden sollten.

Die Theorie von Allievi hat bereits mehrfach zu Studien und Publikationen Anlass gegeben, worüber an andern Ort berichtet werden wird, die Praxis ist daran, ihre Richtigkeit durch Experimente an grossen Ausführungen zu erproben, wie dies an der Rohrleitung der Anlage in Ackersand<sup>1)</sup> der Fall war; der Referent hat auf die Uebereinstimmung der Theorie mit experimentellen Untersuchungen an der Rohrleitung der hydraulischen Abteilung des Maschinenlaboratoriums in einem im Februar 1908 gehaltenen Vortrag hingewiesen, es ist daher wohl das Erscheinen der Allievischen Arbeit in deutscher Sprache zu begrüssen und den Uebersetzern und Interpreten für ihre Mühe bestens zu danken. (Schluss folgt.)

## Miscellanea.

**Städtische Bauten in Zürich.** In der Begrüssungsrede, mit der Stadtpräsident Billeter die erste Sitzung des Grossen Stadtrates Zürich am 7. Mai eröffnete, hat er vor allem auf die grossen Aufgaben hingewiesen, die an das städtische Bauwesen in den nächsten Jahren herantreten werden. Als Arbeiten des Tiefbaues nannte er: In der innern Stadt die neue Brücke an Stelle des obern Mühlesteiges mit Erweiterung der Mühlegasse und Ausbau des Waisenhausquai am linken Ufer; die Erweiterung des Limmatquai und der Bahnhofbrücke bzw. die Neuerstellung der Walchebrücke bei dem im Ausbau befindlichen Stampfenbachquartier am rechten Limmatufer. Im II. und III. Kreis der Ausbau des Seequais nach Wollishofen, der *Umbau der linksufrigen Zürichseebahn*, für welche Arbeit Herr Billeter auf die nächsten Monate eine Vorlage in Aussicht stellt, die Erstellung besserer Verbindung mit dem Güterbahnhof; im IV. Kreis die Umgestaltung der Schaffhauserstrasse; im V. Kreis die Verlegung des Hafens vom Utoquai nach dem Tiefenbrunnen-Bahnhof; die Kanalisation. Im Gebiete des Hochbaues sind die Aufgaben womöglich noch mannigfaltiger: Umbau des Waisenhauses und Neubauten für die städtische Verwaltung; Bauten für Volksschule, Gewerbeschule, für ein städtisches Krankenhaus; Erweiterung der Frauenklinik; ein zweites Krematorium; das neue Bezirksgebäude; die Zentralbibliothek; Ueberbauung des städtischen Friesenbergareals usw. Die städtischen Werke sind auch in rascher Ausdehnung begriffen; in nächster Zeit muss die Leistungsfähigkeit der Wasserversorgung erhöht werden, wozu die Vorarbeiten nahezu fertig gestellt sind.

**Dampfturbinen für intermittierenden Betrieb mit Frischdampf und Abdampf** kommen in Verbindung mit Dampfsammlern zur Verwertung von Abdampf, bei zeitweiser Speisung mit Frisch-

<sup>1)</sup> Eingehende Darstellung in Bd. LIV S. 263 ff. bzw. im Sonderabzug.