Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 55/56 (1910)
Heft: 10

Artikel: Die Ermittlung der Zentralellipse von Kreisbogen, Kreisausschnitt und Kreisabschnitt durch Zeichnung
Autor: Hartmann, H.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-28676

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.10.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

treibungen niederhielten und ein Gleichgewicht herbeiführten, wie es im Vielzuviel der Ideen unserer ratlosen und eilfertigen Gesellschaft selten ist. [1])

Gewiss müssen neue Bedürfnisse eine neue Baukunst zeitigen; doch muss sie auf wohl überliefertem, nationalem und lokalem Kunstsinn beruhen und aus jahrhunderte alten Erfahrungen der Vergangenheit hervorgehen. Sie muss auch aus der Quelle der Logik schöpfen, ohne einen gewissen Eklektizismus zu verleugnen. Die Schweiz besitzt ja einen seltenen Reichtum an schönen Lagen und Landschaften, an Materialien und architektonischen Elementen, um aus sich selbst eine moderne Kunst schaffen zu können; es gibt nirgends in Europa ein zweites Land, wo man auf so kleinem Raume vereinigt eine so grosse Zahl künstlerisch zeugungskräftiger Bauarten vorfindet." [2])

Wir beschränken uns auf diese Proben von Text und Abbildungen aus dem Buche Henry Baudins, die in das verdienstliche Werk einen Einblick gestatten, hoffend, manchen unserer Leser dadurch angeregt zu haben, sich das Buch kommen zu lassen.

Die Ermittlung der Zentralellipse von Kreisbogen, Kreisausschnitt und Kreisabschnitt durch Zeichnung.[3])

Von Ingenieur *H. Hartmann*, Konstantinopel.

B. Kreisausschnitt.

6. *Schwerpunkt.* Das in Abbildung 13 schraffierte Element des Kreisausschnittes darf als ein Dreieck angesehen werden. Dessen Schwerpunkt hat vom Kreismittelpunkt C den Abstand $\frac{2}{3}r$ und es kann in ihm die Fläche $\frac{1}{2}\,\Delta a \cdot r$ des Elementes konzentriert gedacht werden. Bezüglich ihrer statischen Wirkung kann daher die Fläche des Kreisausschnittes ersetzt werden durch den mit AB konzentrischen Kreisbogen A_sB_s vom Halbmesser $\frac{2}{3}r$, in welchem jeder Punkt des Bogens A_sB_s mit der Fläche $\frac{1}{2}\,\Delta a \cdot r$ belastet und dessen Schwerpunkt S der Schwerpunkt des Kreisausschnittes ist. Da die Bogen AB und A_sB_s ähnlich und ähnlich gelegen sind, so trifft dies auch für ihre Schwerpunkte zu. Man bestimmt daher nach Art. 2 den Schwerpunkt S_a des Bogens ADB, dann liegt der Schwerpunkt S des Kreisausschnittes im obern Drittel von CS_a.

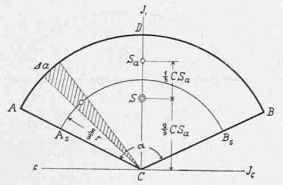

Abbildung 13.

7. *Zentralellipse.* Zieht man in einem Dreieck von der Höhe h und der Grundlinie b durch die Spitze des Dreiecks eine Parallele zu b, so ist bezüglich dieser Parallelen das Trägheitsmoment des Dreiecks bestimmt zu

$$\frac{1}{4}bh^3 = \frac{1}{2}bh\frac{h^2}{2} = F\left(\frac{h}{\sqrt{2}}\right)^2$$

d. h. man erhält das Trägheitsmoment des Dreiecks auch, wenn man seine Fläche F im Abstande $\frac{h}{\sqrt{2}}$ konzentriert. Wird die Grundlinie b unendlich klein, so gilt dieser Satz für jede beliebige durch die Spitze gehende Gerade. Ein solches Dreieck von unendlich kleiner Grundlinie ist das in Abbildung 13 schraffierte, woraus folgt, dass man bei der Bestimmung der Trägheitsmomente für die durch den Kreismittelpunkt C gehenden Geraden die Fläche des Kreisausschnittes ersetzen kann durch einen mit AB konzentrischen Kreisbogen vom Zentriwinkel α und vom Halbmesser $\frac{r}{\sqrt{2}}$

Aus der Abbildung 10 folgt aber, dass für konzentrische Kreisbogen vom selben Zentriwinkel die Trägheitsarme i_u und i_c proportional den Kreisbogenhalbmessern sind. Man bestimmt daher nach Abbildung 10 die Grössen $i_{ia} = \overline{AM}$ und $i_{ca} = \overline{CM}$ für den Bogenschwerpunkt S_a, dann sind die entsprechenden Grössen für den Kreisausschnitt:

$$i_i = \frac{1}{\sqrt{2}}\,i_{ia} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\overline{AM};\quad i_c = \frac{1}{\sqrt{2}}\,i_{ca} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\overline{CM}$$

Da in dem gleichschenklig-rechtwinkligen Dreieck die Kathetenlänge $= \frac{1}{\sqrt{2}} \times$ Hypotenusenlänge ist, so hat man demnach nur durch den Punkt M die unter 45^0 zu AM und CM geneigte Gerade m zu ziehen, worauf die aus A und C auf m gefällten Lote die gesuchten Längen i_i und i_c geben (Abb. 14); es ist also nach Gleichung (11) und Gleichung (12)

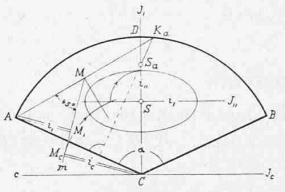

Abbildung 14.

$$i_i^2 = \frac{1}{4}\,r\,\overline{AL_a}\ [1]) \quad . \quad (28)$$

$$i_c^2 = \frac{1}{4}\,r\,(r + \overline{CL_a}) = \frac{1}{4}\,r\,(2r - \overline{AL_a}) \quad . \quad . \quad . \quad (29)$$

Mit i_c als Halbmesser aus C einen Kreisbogen gezogen und damit die zu AB parallele Schwerpunktsehne geschnitten, gibt den zweiten Hauptträgheitshalbmesser $i_u = \sqrt{i_c^2 - \overline{CS}^2}$.

Hier wird nun i_u auch für die kleinsten Winkel genau erhalten, sodass andere Konstruktionen abzuleiten, überflüssig ist. Der Grenzfall $\alpha = 0$ ergibt auch die Bestimmung von i_u für das Dreieck.

8. In Abbildung 15 sind wiederum die Längen $\overline{DS}$ (bezw. $\overline{CS}$), i_i und i_u aufgetragen. $\overline{DS}$ schwankt zwischen $\frac{1}{3}r$ (für $\alpha = 0$) und r (für $\alpha = 360^0$), und nimmt mit α kontinuierlich zu; für $\alpha \sim 111^0$ fällt der Schwerpunkt S in die Bogensehne AB. Der Hauptträgheitshalbmesser i_i verläuft analog wie beim Kreisbogen und erreicht für $\alpha \sim 257^0$ seinen Grösstwert $= 0{,}552\ r$. Die Halbachse i_u dagegen nimmt zunächst vom Wert $\frac{1}{\sqrt{18}}r \sim 0{,}239\ r$ mit zunehmendem α ab, erreicht für $\alpha \sim 100^0$ den Kleinstwert $= 0{,}220\ r$, um nun mit α zuzunehmen. Für $\alpha = 360^0$, d. h. für die Kreisfläche, wird $i_i = i_u = \frac{1}{2}r$, die Zentralellipse geht in einen Kreis über; letzteres ist aber ausserdem der Fall für $\alpha \sim 65^0$, wobei $i_i = i_u = 0{,}226\ r$ wird.

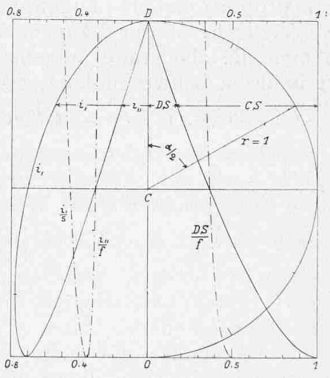

Abbildung 12 (zu Seite 114).

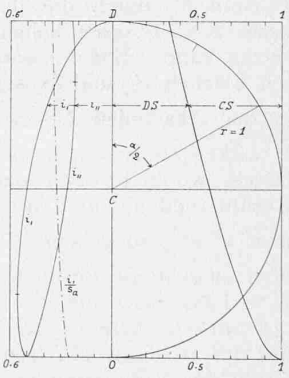

Abbildung 15.

$\overline{DS}$ und i_u in einer andern Einheit als r auszudrücken, liegt hier keine Veranlassung vor, da $\frac{\overline{DS}}{r}$ und $\frac{i_u}{r}$ ja für alle Winkel α grösser als Null und kleiner als unendlich sind; dagegen ist in Abbildung 15 wiederum i_i in Einheiten von s_a = Sehne des Bogenschwerpunktes S_a gemessen, eingetragen, wobei der Grenzwert aus Gleichung 26 sich ergibt zu

$$i_{i\,\alpha=0} = \frac{1}{\sqrt{8}}\,s_a \sim 0{,}354\ s_a \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30)$$

---

[2]) Dr. *J. Hunziker.* Das Schweizerhaus nach seinen landwirtschaftlichen Formen und seiner geschichtlichen Entwicklung. Aarau 1902-08.

[3]) Durch ein unliebsames Versehen ist auf Seite 114 letzter Nummer zu *Abb. 12 ein unrichtiger Bildstock* gesetzt worden, was unsere Leser freundl. entschuldigen wollen. Sie finden nebenstehend neben Abb. 15 die richtige Abb. 12 zu Seite 114. Die Red.

[1]) Der in der Abbildung 14 ausgefallene Buchstabe L_a bezeichnet den Fusspunkt des aus S_a auf AC gefällten Lotes, gensu wie in Abb. 16 auf Seite 132.

Die allgemeinen Formeln ergeben sich ohne weiteres aus den Gleichungen 19 bis 22:

$$\overline{CS} = \frac{2}{3} r \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (31)$$

$$\overline{DS} = r - \overline{CS} = r\left(1 - \frac{2}{3}\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}}\right) \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

$$i_1^2 = \frac{1}{4} r^2 \left(1 - \frac{\sin\alpha}{\alpha}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (33)$$

$$i_{11}^2 = \frac{1}{4} r^2 \left[1 + \frac{\sin\alpha}{\alpha} - \left(\frac{4}{3}\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}}\right)^2\right] \quad . \quad . \quad (34)$$

C. Kreisabschnitt.

9. *Schwerpunkt.* Bezüglich des Flächenausmasses ist Kreisabschnitt ADB = Kreisausschnitt $CADBC$ — Dreieck CAB oder abkürzungsweise

$$F = F_\vee - F_\triangledown$$

Vom Kreismittelpunkt C hat der Schwerpunkt $S_\vee$ des Kreisausschnittes den Abstand $\frac{2}{3}\overline{CS_a}$ (Art. 6), der Schwerpunkt $S_\triangledown$ des Dreiecks CAB den Abstand $\frac{2}{3}\overline{CE}$. Lässt man in $S_\vee$ und $S_\triangledown$ die zugehörigen Flächen $F_\vee$ bezw. $F_\triangledown$ — oder ihnen proportionale Werte — als parallele, entgegengesetzt gerichtete Kräfte wirken und bestimmt in bekannter Weise die Lage ihrer Resultierenden F, so geht diese durch den Schwerpunkt S des Kreisabschnittes; da S auch auf CD liegt, ist er somit durch die genannte

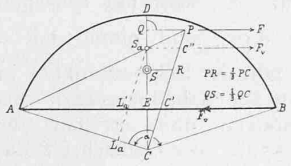

Abbildung 16.

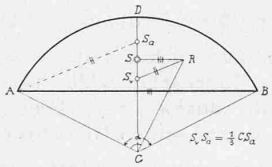

Abbildung 17.

Resultierende eindeutig bestimmt. Nach Art. 3 ist $F_\triangledown = \frac{1}{2} a \cdot \overline{L_aC}$ (Abb. 16) während $F_\vee = \frac{1}{2} a \cdot r$ ist, mit S_a = Schwerpunkt des Kreisbogens ADB, so dass man $F_\triangledown$ und $F_\vee$ durch die ihnen proportionalen Längen $\overline{L_aC}$ bezw. $r = \overline{AC}$, oder beliebige Vielfache dieser Längen ersetzen kann. Sodann kann man die als Kräfte aufgefassten Flächen $F_\vee$ und $F_\triangledown$ statt in ihren Schwerpunkten, also in den Abständen $CS_\vee = \frac{2}{3} CS_a$ bezw. $CS_\triangledown = \frac{2}{3} CE$ von C wirken zu lassen, in den n-fachen Abständen angreifen lassen, wodurch dann natürlich auch der Abstand ihrer Resultierenden von C n-mal zu gross erhalten wird. Wählt man $n = \frac{3}{2}$, so gelangt $F_\vee$ nach S_a und $F_\triangledown$ nach E und man umgeht die Bestimmung von $S_\vee$ und $S_\triangledown$ gänzlich.

Lässt man nun $F_\vee$ und $F_\triangledown$ parallel zur Bogensehne AB wirken, dann ist der Schnittpunkt P der Geraden AS_a mit der in C zu AC senkrecht gezogenen Geraden ein Punkt der Resultierenden, diese selbst ist ebenfalls parallel AB, also senkrecht zu CD und ihr Abstand von C ist das $\frac{3}{2}$-fache des Schwerpunktabstandes CS, womit letzterer bestimmt ist. Die Richtigkeit des Gesagten ergibt sich, wenn man die Hülfslinie $S_aC' \parallel AB$ zieht, woraus folgt, dass P auf der Resultierenden der entgegengesetzten Kräfte $C'A$ (in S_a angreifend) und $S_aC'' = L'_aC'$ (in E angreifend) ist; da aber $C'A$ und L'_aC' proportional CA und L_aC, also proportional $F_\vee$ und $F_\triangledown$ sind, so ist P in der Tat ein Punkt der in S_a und E angreifenden entgegengesetzt gerichteten Kräfte $F_\vee$ und $F_\triangledown$. — Zieht man durch den Punkt R eine Parallele zu AS_a, so schneidet sie die Gerade CD im Abstand $\frac{2}{3} CS_a$ von C, also im Schwerpunkt $S_\vee$ des Kreisausschnittes, man kann daher S auch nach Abbildung 17 bestimmen, in welcher nun $F_\vee$ und $F_\triangledown$ in ihren Schwerpunkten $S_\vee$ und $S_\triangledown$ angreifen. Im allgemeinen gibt jedoch Abbildung 16 genauere Ergebnisse, namentlich wenn S_a nach Abbildungen 3, 4 oder 5 bestimmt wird.

Eine zweite Art der Bestimmung von S ergibt sich, wenn man $F_\vee$ und $F_\triangledown$ parallel AC (oder BC) wirken lässt; jetzt ist der Schnittpunkt P der Geraden AS_a mit dem vom Punkt E auf AC gefällten Lote ein Punkt der Resultierenden von $F_\vee$ und $F_\triangledown$, welche Resultierende jetzt parallel AC ist und im $\frac{3}{2}$-fachen Abstand des Schwerpunktes S von C liegt. Denn P liegt auf der Resultierenden der entgegengesetzt gerichteten Kräfte EE' (in S_a angreifend) und $S_aE'' = L'_aE$ (in E angreifend); EE' und L'_aE sind aber proportional CA und L_aC, also proportional $F_\vee$ und $F_\triangledown$, mithin P ein Punkt der Resultierenden dieser Flächen. — Fällt man von V das Lot auf AC, so ergibt sich für die Bestimmung des Schwerpunktes S die Konstruktion nach Abbildung 19: man macht $EV' = \frac{1}{3} EA$ (oder $AV' = \frac{1}{3} AB$) und zieht, durch einmaliges Anlegen des Winkels, $VV' \perp AC$, $VS \parallel AC$, womit S bestimmt ist. Da hier die Dreiteilung an einer *gegebenen* Strecke — AE oder AB — vorgenommen wird, so ergibt die vorstehende Konstruktion unter sonst gleichen Verhältnissen die genauesten Resultate; daneben hat sie den Vorteil, dass die Punkte V und V' immer innerhalb der Figur verbleiben.

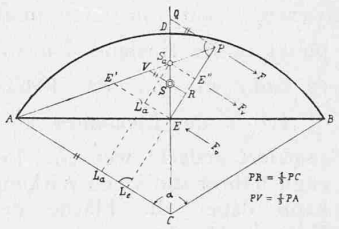

Abbildung 18.

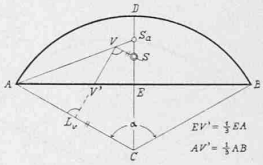

Abbildung 19.

10. *Zentralellipse.* Bezüglich der Winkelhalbierungsgeraden CD ist das Trägheitsmoment des Kreisausschnittes $CADBC$ nach Art. 7, Gleichung 28:

$$F_\vee \frac{1}{4} r \overline{AL_a},$$

das Trägheitsmoment des Dreiecks CAB für die Achse CD ist $\frac{1}{6}\overline{CE} \cdot \overline{AE}^3 = \overline{CE} \cdot \overline{AE} \cdot \frac{\overline{AE}^2}{6} = F_\triangledown \frac{\overline{AE}^2}{6}$, oder da $\overline{AE}^2 = \overline{AC} \cdot \overline{AL_c} = r\,\overline{AL_c}$, auch:

$$F_\triangledown \frac{1}{6} r \overline{AL_c}.$$

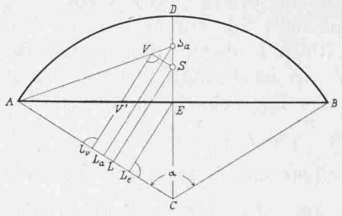

Abbildung 20.

Das Trägheitsmoment I_1 des Kreisabschnittes ist gleich der Differenz der vorstehenden Trägheitsmomente, somit

$$I_1 = Fi_1^2 = F_\vee \frac{1}{4} r\,\overline{AL_a} - F_\triangledown \frac{1}{6} r\,\overline{AL_c}$$

Ersetzt man F, $F_\vee$ und $F_\triangledown$ durch die proportionalen Längen $\overline{AL_a}$, r und $\overline{L_aC}$, so erhält man

$$\overline{AL_a}\, i_1^2 = \frac{1}{4} r^2 \overline{AL_a} - \frac{1}{6} r\,\overline{AL_c} \cdot \overline{L_aC} \qquad \text{oder}$$

$$i_1^2 = \frac{1}{4} r \left(r - \frac{2}{3}\frac{\overline{AL_c}}{\overline{AL_a}}\overline{L_aC}\right) \quad \text{und da} \quad \overline{AL_v} = \frac{2}{3}\overline{AL_c}$$

$$i_1^2 = \frac{1}{4} r \left(r - \frac{\overline{AL_v}}{\overline{AL_a}}\overline{L_aC}\right)$$

Nun verhält sich aber

$$\frac{AL_v}{\overline{AL_a}} = \frac{L_vV}{L_aS_a} = \frac{LS}{L_aS_a} = \frac{LC}{L_aC}, \text{ somit ist } \frac{AL_v}{\overline{AL_a}} L_aC = LC \text{ und}$$

es ergibt sich

$$i_1^2 = \frac{1}{4} r \left(r - \overline{LC}\right) = \frac{1}{4} r\,\overline{AL} \quad . \quad . \quad . \quad (35)$$

Das ist genau derselbe Ausdruck, wie er für den Hauptträgheitshalbmesser des Kreisausschnittes gefunden wurde (Art. 7, Gleichung 28), nur ist jetzt statt des Bogenschwerpunktes S_a der Flächenschwerpunkt S zu verwenden. Fällt man daher von S auf AC (oder BC) das Lot, markiert dessen Schnittpunkt K mit dem Kreisbogen[1]), halbiert die so erhaltene Sehne AK in M und zieht durch letztern Punkt die Gerade m unter 45° zu AM, so gibt das Lot von A auf der Gerade m den Haupträgheitshalbmesser i_1.

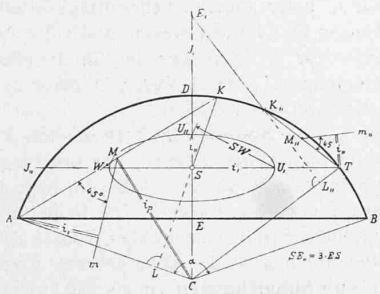

Abbildung 21.

Um i_H zu erhalten, ermitteln wir das polare Trägheitsmoment I_ρ für den Kreismittelpunkt C. Bekanntlich ist

$$I_\rho = I_c + I_1 \text{ und } i_\rho^2 = i_c^2 + i_1^2 \quad . \quad . \quad . \quad (36)$$

Für den Kreisausschnitt ist nach Art. 7, Gleichung (28) und (29) das polare Trägheitsmoment gleich

$$F_V \frac{1}{2} r^2$$

und für das Dreieck CAB

$$\frac{1}{6} \overline{CE} \cdot \overline{AE}^3 + \frac{1}{2} \overline{AE} \cdot \overline{CE}^3 = \frac{1}{2} \overline{CE} \cdot \overline{AE} \left(\frac{1}{3} \overline{AE}^2 + \overline{CE}^2 \right)$$

oder da $\overline{CE} \cdot \overline{AE} = F_\triangle$

und nach Abbildung 20

$$\overline{AE}^2 = r \cdot \overline{AL_e}$$

$$\overline{CE}^2 = r \cdot \overline{L_e C} = r (r - \overline{AL_e}) \text{ ist, so erhält}$$

man für das polare Trägheitsmoment des Dreiecks CAB den Wert

$$\frac{1}{2} F_\triangle r \left[r - \frac{2}{3} \overline{AL_e} \right]$$

Demnach wird

$$I_\rho = F i_\rho^2 = \frac{1}{2} F_V r^2 - \frac{1}{2} F_\triangle r \left(r - \frac{2}{3} \overline{AL_e} \right)$$

Setzt man für die Flächen F, F_V und $F_\triangle$ wieder die ihnen proportionalen Längen $\overline{AL_a}$, r und $\overline{L_a C}$, so schreibt sich die vorige Gleichung:

$$\overline{AL_a} \cdot i_\rho^2 = \frac{1}{2} r \left[r^2 - r \overline{L_a C} + \frac{2}{3} \overline{AL_e} \cdot \overline{L_a C} \right] =$$

$$= \frac{1}{2} r \left(r \cdot \overline{AL_a} + \frac{2}{3} \overline{AL_e} \cdot \overline{L_a C} \right) \text{ oder}$$

$$i_\rho^2 = \frac{1}{2} r \left(r + \frac{2}{3} \frac{\overline{AL_e}}{\overline{AL_a}} \overline{L_a C} \right)$$

Weiter oben haben wir gefunden, dass das zweite Glied in der Klammer gleich $\overline{LC}$ ist, mithin ergibt sich

$$i_\rho^2 = \frac{1}{2} r (r + \overline{LC}) = \frac{1}{2} r (2r - \overline{AL}) \quad . \quad . \quad (37)^2)$$

d. h. es ist in Abbildung 21 $i_\rho = \overline{CM}$.

Kennt man i_ρ und i_1 so erhält man zunächst

$$i_c^2 = i_\rho^2 - i_1^2 \quad \text{und sodann}$$

$$i_H^2 = i_c^2 - \overline{CS}^2 = i_\rho^2 - \overline{CS}^2 - i_1^2 \quad . \quad . \quad (38)$$

Beschreibt man aus dem Kreismittelpunkt C mit $CM = i_\rho$ als Halbmesser einen Kreisbogen, so schneidet er die Schwerpunktsehne ST im Punkte W und es ist

$$\overline{SW}^2 = \overline{CW}^2 - \overline{CS}^2 = i_\rho^2 - \overline{CS}^2$$

Man hat daher nur noch die Länge $\overline{SW}$ in Zirkel zu nehmen und mit ihr aus dem Endpunkt U_1 des Halbmessers i_1 die Winkelhalbierungsgerade CD in U_H zu schneiden, so ist $\overline{SU_H}^2 = \overline{SW}^2 - i_1^2 = i_\rho^2 - \overline{CS}^2 - i_1^2$, d. h. es ist

$$\overline{SU_H} = i_H.$$

Man könnte auch i_c bestimmen; indem man die Werte für i_ρ^2 und i_1^2 nach den Gleichungen 37 und 35, in die Gleichung $i_c^2 = i_\rho^2 - i_1^2$ einsetzt, erhält man

$$i_c^2 = \frac{r}{2} \left(2r - \frac{3}{2} \overline{AL} \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (39)$$

oder auch — unter Benützung des Bogenschwerpunktes S_a

$$i_c^2 = \frac{r}{4} (r + 2 \overline{L_a C}) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (40)$$

[1]) Wird der Schwerpunkt S nach Abbildung 19 bestimmt, so erhält man im gleichen Zuge auch den Punkt K und damit die Zentralellipse.

[2]) Diese Gleichung stimmt in der Form genau mit der Gleichung (12), Art. 4, überein.

Nach vorstehenden Gleichungen zu konstruieren, hat jedoch gegenüber Abbildung 21 im allgemeinen keinen Vorteil. Dagegen ist es, namentlich für Winkel $\alpha <$ etwa π angezeigt, i_H unabhängig von i_1 zu ermitteln. Zu dem Ende führen wir die Werte von i_ρ^2 (Gleichung 37) und i_1^2 (Gleichung 35) in Gleichung 38 ein und erhalten

$$i_H^2 = \frac{r}{4} \left[(2r + 2 \overline{LC}) - 4 \frac{\overline{CS}^2}{r} - (r - \overline{LC}) \right] =$$

$$= \frac{r}{4} \left[r - \frac{\overline{CS}}{r} \left(4 \overline{CS} - \frac{3r}{\overline{CS}} \overline{LC} \right) \right]$$

In den Dreiecken AEC und SLC, Abbildung 21, stehen die Seiten auf einander senkrecht, somit sind die Dreiecke ähnlich, woraus folgt

$$\overline{CE} = \overline{CA} \frac{\overline{LC}}{\overline{CS}} = r \frac{\overline{LC}}{\overline{CS}}. \qquad \text{Damit wird}$$

$$i_H^2 = \frac{r}{4} \left[r - \frac{\overline{CS}}{r} (4 \overline{CS} - 3 \overline{CE}) \right] \qquad \text{oder}$$

$$i_H^2 = \frac{r}{4} \left[r - \frac{\overline{CS}}{r} (\overline{CS} + 3 \overline{ES}) \right] \quad . \quad . \quad . \quad (41)$$

Diese Gleichung stimmt in der Form genau mit jener überein, wie sie für den Halbmesser i_H des Kreisbogens abgebildet wurde (Art. 4, Gleichung 17). Man hat daher nur nach Abbildung 21 $\overline{SE_H} = 3 \overline{ES}$ zu machen, dann schneidet das vom Punkt E_H auf CT gefällte Lot den Kreisbogen im Punkt K_H, womit $i_H = \frac{1}{2} \frac{\overline{TK_H}}{\overline{TS}} = \frac{\overline{TM_H}}{\overline{TS}}$ bestimmt ist. Die Gerade m_H unter 45° zur Sehne TK_H gezogen, ergibt somit den gesuchten Wert i_H.

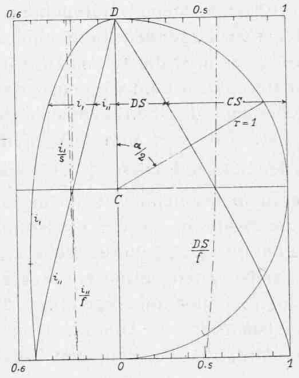

Abbildung 22.

11. In Abbildung 22 sind die Längen $\overline{DS}$ (bezw. $\overline{CS}$), i_1 und i_H eingetragen. $\overline{DS}$ und i_H nehmen mit α kontinuierlich zu, während i_1 für $\alpha \sim 231^0$ einen Grösstwert $= 0{,}522\, r$ erreicht.

Bezieht man $\overline{DS}$ und i_H auf die Bogenhöhe f, den Halbmesser i_1 auf die zu AB parallele Schwerpunktsehne s als Einheiten, so erhält man die — · — Kurven. Man erkennt, dass auch hier diese Verhältniszahlen sich anfänglich mit zunehmendem α nur wenig ändern, sodass man in vielen Fällen einfach den Grenzwert, für $\alpha = 0$, nehmen darf. Während die Werte $\frac{\overline{DS}}{f}$ und $\frac{i_1}{s}$ mit wachsendem α kontinuierlich abnehmen, nimmt der Wert $\frac{i_H}{f}$ dagegen bis zu $\alpha \sim 198^0$ zu, erreicht hier seinen Grösstwert $= 0{,}264$ und wird bei $\alpha \sim 266^0$ wieder gleich dem Grenzwert für $\alpha = 0$. Die Aenderung von $\frac{i_H}{f}$ ist also innerhalb der Grenzen $\alpha = 0$ und $\alpha \sim 270^0$ so gering, dass man fast immer einen verschwindend kleinen Fehler begeht, wenn man $i_H = 0{,}262\, f$ nimmt.

Die Formeln für die massgebenden Grössen lauten:

$$\overline{CS} = \frac{4}{3} r \frac{\sin^3 \frac{\alpha}{2}}{\alpha - \sin \alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (42)$$

$$\overline{DS} = r \left(1 - \frac{4}{3} \frac{\sin^3 \frac{\alpha}{2}}{\alpha - \sin \alpha} \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (43)$$

$$i_1^2 = \frac{1}{4} r \left(r - \overline{CS} \cos \frac{\alpha}{2} \right) = \frac{1}{4} r^2 \left(1 - \frac{2}{3} \frac{\sin^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \sin \alpha}{\alpha - \sin \alpha} \right). \quad (44)$$

$$i_H^2 = \frac{1}{4} r \left(r + 3 \overline{CS} \cos \frac{\alpha}{2} - \frac{4 \overline{CS}^2}{r} \right) =$$

$$= \frac{1}{4} r^2 \left[1 + 2 \frac{\sin^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \sin \alpha}{\alpha - \sin \alpha} - \left(\frac{8}{3} \frac{\sin^3 \frac{\alpha}{2}}{\alpha - \sin \alpha} \right)^2 \right] \quad (45)$$

Hieraus ergeben sich die Grenzwerte

$$\overline{DS}_{\alpha = 0} = 0{,}6 \cdot f \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (45)$$

$$i_1 = \frac{1}{\sqrt{12}} s \sim 0{,}289 \cdot s \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (46)$$

$$i_H = \sqrt{\frac{12}{175}} f \sim 0{,}262 \cdot f. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (47)$$

Der Halbmesser i_1 ist hiernach für kleine Werte von α gerade so gross wie für ein Rechteck, dessen Höhe gleich der Schwerpunktsehne s ist, während der Halbmesser i_{II} sich gleich gross wie beim Parabelsegment von der Pfeilhöhe f ergibt.

Miscellanea.

Oelfeuerung für Lokomotiven. Mit Rücksicht darauf, dass die Verfeuerung flüssiger Brennstoffe in den Kesseln der Dampflokomotiven geeignet ist, die Dampferzeugung der Kessel weit über das bisher mit Kohle erreichbare Mass zu steigern, hat die preussische Staatsbahn auf Anregung von Reg.-Baumeister *L. Sussmann* schon seit längerer Zeit derartige Versuche unternommen und zwar wegen der geringen Eigenproduktion Deutschlands an Petroleum nicht mit diesem vorteilhaftesten aller flüssigen Brennstoffe, sondern mit Teerölen, die als Nebenprodukte in den deutschen Kokereien gewonnen werden. Die Versuche haben ergeben, dass die alleinige Verfeuerung solcher Teeröle keine besondern Vorteile bietet, dass aber Teeröl als Zusatz bei der im übrigen mittels Steinkohle in gewöhnlicher Weise durchgeführten Lokomotivfeuerung mit Erfolg verwendet werden kann und zu einer erhöhten Kesselleistung führt. Die für Teerölzusatzfeuerung eingerichteten Lokomotiven erhalten einen Oelbehälter auf dem Tender, sowie eine Röhrenleitung mit elastischer Verbindung zwischen dem Tender und dem Führerstande der Lokomotive; der Oelzufluss zu den Brennern wird mittels fein einstellbarer Hähne und Zerstäubungsapparaten geregelt.

Schneedruck auf Dächern. In einer vor kurzem erschienenen Studie hat Dr.-Jng. *L. Schaller* in Danzig seine Untersuchungen über den Schneedruck in verschiedenen Gegenden Deutschlands mitgeteilt[1]); er kommt dabei auf Grund des über die Schmelzwasser-Höhen vorliegenden Beobachtungsmaterials zu dem Ergebnis, dass die jeweilige Belastung von der Höhenlage des betreffenden Ortes über dem Meere direkt abhängig ist. Die von ihm aufgestellte Formel $p = 70 \left(1 + \frac{h}{500}\right)$, worin p den Schneedruck für 1 m^2 Grundfläche in kg und h die Meereshöhe in m bezeichnet, soll für alle Fälle eine sichere Grundlage für die Bestimmung der grösstmöglichen Schneebelastung geben. Die bei uns z. Z. gebräuchliche Zahl von 75 kg/m^2 gilt danach nur für Landschaften geringster Meereshöhe. Zu seiner Arbeit wurde Dr.-Jng. Schaller angeregt durch die von uns bereits in Band IL Seite 117 besprochenen Untersuchungen von Ingenieur *S. de Perrot* in Neuenburg, die zu ähnlichen Ergebnissen führten.

Amerikanische Wechselstrombahnen mit 15 Perioden. Die auf Seite 59 vorigen Bandes mitgeteilten Angaben über die Verwendung der Periodenzahl 15 bei Wechselstrombahnen bedürfen in Bezug auf die amerikanischen Bahnen einer Ergänzung, zu der uns eine neulich im „El. Ry. Journal" erschienene Veröffentlichung veranlasst. Demnach wird die kalifornische Bahnstrecke Visalia-Lemon der Südpacific-Eisenbahn seit 1908 mit Einphasen-Wechselstrom von 15 Perioden und 3300 Volt Fahrdrahtspannung betrieben. Die etwa 35 km lange Strecke wird mittels einer 47 t schweren Lokomotive und vier je 40 t schweren Personenmotorwagen bedient und erhält den Bahnstrom durch Umformung von 60-periodigem Drehstrom von 35000 Volt Uebertragungsspannung; die Verteilung des einphasigen Bahnstroms erfolgt unter einer Uebertragungsspannung von 11000 Volt.

Lokomotiven für Holländisch-Indien. Das Kolonial-Ministerium für Holländisch-Indien hat von einer grössern Anzahl von Lokomotivfabriken Projekte verlangt für eine neue $^3/_6$ gekuppelte (2—3—1) Heissdampf-Schnellzugslokomotive mit vierachsigem Tender für 1067 mm Spurweite, welche 300 Tonnen auf ebener Strecke mit 80 km Geschwindigkeit in der Stunde befördern soll. Nach Prüfung der eingegangenen Projekte erklärte die Kolonial-Eisenbahndirektion die Vorlage der *Schweizerischen Lokomotiv- und Maschinenfabrik Winterthur* als diejenige, die den gestellten Bedingungen am besten entspreche, und es ist auf Grund dieses Urteils das genannte Etablissement mit der Konstruktion und Ausführung von fünf Lokomotiven samt Tendern betraut worden.

Wasserstand der grossen Juraseen. Eine in Yverdon am 25. Februar tagende Versammlung von Abgeordneten aller interessierten Gemeinden hat beschlossen, an die Regierungen der beteiligten Kantone das Gesuch zu richten, die erforderlichen Schritte zur Regelung der Wasserstände des Bieler-, Neuenburger- und Murtensees zu unternehmen. In der gleichen Konferenz wurde auch die Wiederaufnahme der Schiffahrt zwischen Yverdon und Biel besprochen.

Eidg. Polytechnikum. Für das kommende Sommersemester hat der Schweizerische Schulrat unter anderen Lehraufträge erteilt an Kulturingenieur *J. Girsberger* für „Katasterwesen und Güterzusammenlegung"; an Oberingenieur *J. Lüchinger* in Zürich über „Kostenanschläge für Ingenieurbauten"; an *A. Peter,* Direktor der Molkereischule Bern über „Molkereiwesen-Technik".

Das Fierzische Haus „zum Sonnenbühl" in Zürich V, ein Bau *Gottfried Sempers* aus den Jahren 1866/68, der ursprünglich für eine kaufmännische Schule bestimmt war, soll vom Kanton um den Betrag von 340000 Fr. erworben werden. Die Regierung beabsichtigt darin eine zahnärztliche Schule einzurichten, sodass der Bau seiner ursprünglichen Bestimmung wieder näher gebracht wird.

Zum Stadtingenieur von Schaffhausen ist als Nachfolger des verstorbenen Ingenieur H. Stocker gewählt worden Ingenieur *H. Gysel* von Wilchingen (Schaffhausen). Herr Gysel hat von 1898 bis 1902 die Ingenieurschule des Eidgenössischen Polytechnikums absolviert und seither bei den S. B. B. im Kreis III, sowie an der Thunersee-Bahn gearbeitet.

Neue Kirche in Oberstrass. Am Sonntag, 6. März, wird die durch die Architekten *Pfleghard & Häfeli* erbaute neue Kirche Oberstrass in Zürich IV eingeweiht.

Konkurrenzen.

Kirchgemeindehaus Winterthur. Mit Termin vom 31. Mai d. J. eröffnet die evangelische Kirchenpflege Winterthur unter im Kanton Zürich niedergelassenen Architekten einen Wettbewerb zur Erlangung von Entwürfen für ein Kirchgemeindehaus. Das Preisgericht ist bestellt aus den Herren Kantonsbaumeister *H. Fietz* in Zürich, Architekt *N. Hartmann* in St. Moritz, Architekt *Ed. Vischer* in Basel, Dr. jur. *G. Keller* in Winterthur und Pfarrer *K. von Greyerz* in Winterthur. Zur Prämiierung steht dem Preisgericht der Betrag von 5000 Fr. zur Verfügung; die Bestimmung von Zahl und Höhe der einzelnen Preise ist dem Preisgericht überlassen. Die prämiierten Entwürfe werden Eigentum der Kirchgemeinde Winterthur. Es ist in Aussicht genommen, den Verfasser eines der prämiierten Projekte mit der Weiterbearbeitung der Pläne und der Bauleitung zu betrauen; in diesem Falle wird der Betrag seines Preises bei dem nach den Normen des Schweiz. Ingenieur- und Architekten-Vereins zu berechnenden Honorar in Anrechnung gebracht. Die Baukosten sollen, die innere Ausstattung inbegriffen, 400000 Fr. nicht überschreiten.

Verlangt werden: Ein Lageplan 1 : 500, alle Grundrisse und Fassaden, sowie die erforderlichen Schnitte im Masstab 1 : 200; eine oder mehrere Perspektiven, ein kurzer Erläuterungsbericht und summarische Kostenberechnungen für die Baute sowie für die innere Ausstattung. Das Programm nebst Beilagen ist zu beziehen von Herrn Dr. *G. Keller,* Präsident der evangelischen Kirchenpflege Winterthur.

Bebauungsplan Beauregard bei Serrières-Neuchâtel. Die „Société Immobilière de Bellevue-Serrières" veranstaltet unter schweizerischen und in der Schweiz wohnenden Architekten einen Wettbewerb zur Erlangung eines Bebauungsplanes für das Quartier Beauregard und von Entwürfen zu dazu geeigneten Einfamilienhäusern mit Termin auf den 30. April d. J. Zur Erteilung von Preisen an die drei besten Lösungen ist dem Preisgericht der Betrag von 1200 Fr. zur Verfügung gestellt. Als Preisrichter sind bezeichnet die Herren Architekten *Eugène Colomb* und *Paul Bouvier,* beide in Neuchâtel und Herr *Fritz de Rutté,* Präsident der „Société Immobilière de Bellevue-Serrières". Von letzterem kann das Programm nebst den zwei zugehörigen Lageplänen bezogen werden.

Verlangt werden: Ein Lageplan 1 : 500; die Darstellung der verschiedenen Villen je mit Grundrissen, Schnitt, Hauptfassade und Seitenfassade im Masstab 1 : 100, perspektivischer Ansicht und summarischem Kostenanschlag. Je nach der Anzahl der vorzuschlagenden Typen erscheint somit die verlangte Arbeit ausser Verhältnis zu dem für Preise ausgesetzten Gesamtbetrag.

Neues Kunstmuseum Basel. Als Verfasser des vom Preisgericht lobend erwähnten Entwurfes „Hic Rhodus" (siehe Seite 121 dieses Bandes) haben sich uns genannt die Herren Architekten *Rittmeyer & Furrer* in Winterthur und *D. A. Bernoulli* in Basel.

[1]) Vergl. Literatur in Bd. LIV, S. 305.