

Zeitschrift:	Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber:	Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band:	55/56 (1910)
Heft:	9
Artikel:	Die Ermittlung der Zentralellipse von Kreisbogen, Kreisausschnitt und Kreisabschnitt durch Zeichnung
Autor:	Hartmann, H.
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-28669

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 08.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Die Ermittlung der Zentralellipse von Kreisbogen, Kreisausschnitt und Kreisabschnitt durch Zeichnung.

Von Ingenieur H. Hartmann, Konstantinopel.

1. Soll das Endergebnis einen bestimmten Genauigkeitsgrad nicht unterschreiten, so bedingt die graphische Behandlung vieler Aufgaben die Kenntnis der einen oder andern der in der Ueberschrift genannten Zentralellipsen. Für diese sind meines Wissens bisher keine einfachen Konstruktionen bekannt gegeben worden, sodass die einschlägigen Grössen jeweils durch Rechnung bestimmt werden müssen, welche Rechnung jedoch nicht nur zeitraubend, sondern auch unbequem ist, insofern als dabei Tabellenwerke benötigt werden.

Nachstehend soll nun unter Zuhilfenahme nur der elementarsten Sätze der Geometrie und Mechanik gezeigt werden, dass sich die Zentralellipse des Kreisbogens, Kreisausschnittes und Kreisabschnittes in der einfachsten Weise durch Zeichnung ermitteln lässt.

Als bekannt darf vorausgesetzt werden, dass für Kreisbogen sowohl als für Kreisausschnitt und Kreisabschnitt

der Schwerpunkt S auf der Halbierungsgeraden CD des Zentriwinkels α liegt (Abbildung 1); dass die eine Hauptachse i_1 der Zentralellipse mit dieser Halbierungsgeraden zusammenfällt, und dass somit die andere Hauptachse i_2 auf ihr senkrecht steht, also zur Bogensehne AB parallel ist.

A. Kreisbogen.

2. Zunächst ist der Schwerpunkt S zu bestimmen, also, da er auf der bekannten Geraden CD liegt, sein Abstand von irgend einem Punkt der Zeichnungsebene. Als solchen Punkt wählen wir den Kreismittelpunkt C . Ist dann St_c das statische Moment des Kreisbogens ADB bezüglich der Geraden c , so ist laut Definition des Schwerpunktes

$$a \cdot \bar{CS} = St_c \quad \dots \quad (1)$$

Das statische Moment St_c wird durch Summation der statischen Momente ΔSt_c der einzelnen Bogenelemente Δa erhalten (Abbildung 2), wobei Δa in Wirklichkeit unendlich klein zu denken ist, sodass es also auch gradlinig ist. Wird dessen Mittelpunkt mit Y bezeichnet, so ergibt sich

$$\Delta St_c = \Delta a \cdot \bar{XY}$$

Da das kleine, doppelt schraffierte Dreieck ähnlich ist dem Dreieck CYX , so ist aber auch

$$\Delta a \cdot \bar{XY} = \Delta l \cdot \bar{CY} = \Delta l \cdot r, \quad \text{d. h. es ist}$$

$\Delta St_c =$ der Fläche des schraffierten Rechtecks,

woraus durch Summation über den ganzen Kreisbogen folgt:

$$St_c = \Sigma(\Delta St_c) = \text{Fläche des Rechtecks } AAB^1B^1 = r \cdot \bar{AB} \quad (2)$$

Diesen Wert in Gleichung 1 eingesetzt, gilt

$$a \cdot \bar{CS} = r \cdot \bar{AB} \quad \dots \quad (3)$$

womit die Unbekannte CS und damit der Schwerpunkt S bestimmt ist. Die graphische Auflösung von Gleichungen der vorstehenden Form geschieht bekanntlich mit Hilfe ähnlicher Dreiecke. Abbildung 3 gibt die möglich einfachste Lösung: in einem Bogenendpunkt, z. B. in A , zieht man die Kreistangente und trägt darauf von A aus die Länge des Bogens ADB ab¹⁾, womit der Punkt F erhalten wird; dann schnei-

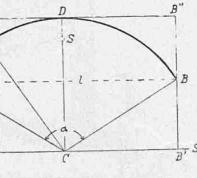


Abbildung 2.

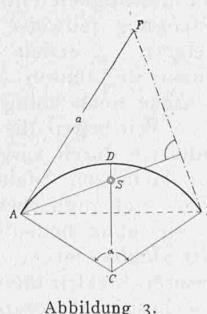


Abbildung 3.

¹⁾ Die Streckung eines Bogens erfolgt sehr rasch und genau nach der Methode von Culmann; vgl. dessen Graphische Statik.

det die durch den Punkt A zur Geraden BF gezogene Senkrechte die Winkelhalbierungsgeraden CD im Schwerpunkt S . Denn in den Dreiecken AFB und CAS stehen die Seiten aufeinander senkrecht, mithin sind die beiden Dreiecke ähnlich, woraus folgt:

$$\bar{AF} \cdot \bar{CS} = \bar{AA} \cdot \bar{CB}$$

$$\text{oder } a \cdot \bar{CS} = \bar{AB} \cdot r$$

entsprechend Gleichung 3.

Ist der Winkel α gross, so reduziert man das Dreieck ABF auf die Hälfte, d. h. man trägt auf der Tangente in A die halbe Bogenlänge AD auf (Abbildung 4) worauf $AS \perp EF$ gezogen wird.

Ist $\alpha < 57^\circ$, so wird in Abbildung 3 $\bar{BF} < \bar{AS}$, so dass ein Fehler in der Richtung von BF sich in vergrössertem Maßstab auf den Schwerpunkt S überträgt. Man umgeht dieses Arbeiten vom Kleinen ins Große, wenn man auf das Dreieck ABF (Abbildung 3) den Satz anwendet, dass die von den Endpunkten auf die Gegenseiten gefällten Lote sich in einem Punkte schneiden. Das Lot vom Punkt B auf die Gegenseite AF ist aber parallel AC , und das Lot vom Punkt F auf die Gegenseite AB ist parallel CD ; mithin ergibt sich nach Abbildung 5 mit $BG \parallel AC$ und $FG \parallel CD$ der auf dem dritten Lot AS gelegene Schnittpunkt G und damit der Schwerpunkt S . Wird $\alpha = 133^\circ$, so fällt der Punkt F auf die Winkelhalbierungsgeraden CD , und der Punkt G fällt daher mit S zusammen; für Winkel $\alpha > 133^\circ$ wird $\bar{AG} < \bar{AS}$, der Schwerpunkt S also besser nach Abbildung 3 oder 4, bzw. 7 (siehe weiter unten) bestimmt.

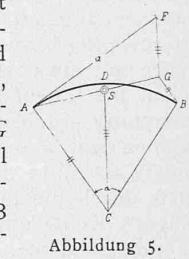


Abbildung 4.

Die Gleichung (3) bleibt bestehen, wenn für CS und AB ihnen proportionale Längen eingeführt werden. Nimmt man daher für CS dessen senkrechte Projektion \bar{CL} auf CA (Abbildung 6) so muss man für \bar{AB} , da $AB \perp CS$ ist, die senkrechte Projektion auf eine zu CA senkrechte Gerade nehmen, am einfachsten also auf die Gerade SL , womit die entsprechende Länge \bar{LH} erhalten wird und Gleichung 3 nun lautet:

$$a \cdot \bar{CL} = r \cdot \bar{LH} \quad \text{oder} \quad \bar{AF} \cdot \bar{CL} = \bar{CA} \cdot \bar{LH}$$

d. h. die Dreiecke CAF und CLH sind ähnlich, mithin muss der Punkt H auf der Geraden CF liegen. Um daher den Schwerpunkt S zu bestimmen, kann man auch auf der Tangente im Endpunkt A die Bogenlänge von A aus abtragen, den so erhaltenen Punkt F mit C verbinden und nun, durch einmaliges Anlegen des Winkels, $BH \parallel CA$ und $HL \perp CA$ ziehen, welch letztere Gerade den Schwerpunkt S bestimmt. Wie die Konstruktion nach Abbildung 5, so ist auch die vorstehende nur für Winkel $\alpha <$ etwa $\frac{3}{2} \pi$ zu empfehlen. —

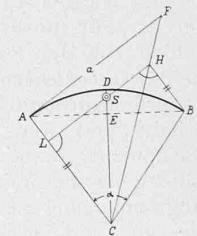


Abbildung 5.

Natürlich kann man auch hier wieder — analog den Abbildungen 3 und 4 — statt der ganzen Bogenlänge a nur deren Hälfte auf der Tangente in A abtragen, worauf dann an Stelle des Punktes B der Punkt E zu nehmen ist.

Denkt man sich die Abbildung 6 durch ihr Spiegelbild bezüglich AC ergänzt, so erkennt man, dass der Punkt L nichts anderes ist als der Schwerpunkt des so erhaltenen Kreisbogens vom Zentriwinkel 2α . Man kann also für grosse Winkel α weitabliegende Punkte F oder allzu schiefe Schnitte umgehen, indem man den Schwerpunkt für die Bogenhälfte ermittelt, womit dann sofort auch der Schwerpunkt für den ganzen Bogen bestimmt ist. Anderseits ergibt sich aber auch die Schwerpunktbestimmung nach Abbildung 7, bei der, anstatt wie bisher vom Bogen-Endpunkt, vom Bogenscheitel ausgegangen wird. Der

Macht man daher nach Abbildung 11

$$\overline{LE}_h = \overline{ES}$$

Fällt man jetzt von E_h das Lot $E_h L_h$ auf CT , so ergibt sich das zu CST ähnliche Dreieck $CL_h E_h$ und man hat daher

$$\overline{CL}_h = \overline{CE}_h \frac{\overline{CS}}{\overline{CT}} = (\overline{CS} + \overline{ES}) \frac{\overline{CS}}{r}$$

Hiermit schreibt sich Gleichung (17)

$$i_h^2 = \frac{1}{2} r (r - \overline{CL}_h) = \frac{1}{2} r \overline{TL}_h \quad \dots \quad (17a)$$

Das Lot $E_h L_h$ schneidet den Kreisbogen im Punkte K_h und es ist daher

$$\overline{TK}_h^2 = 2r \overline{TL}_h \text{ d. h. } = 4i_h^2, \quad \text{somit} \\ i_h = \frac{1}{2} \overline{TK}_h = \overline{TM}_h = \overline{MK}_h \quad \dots \quad (18)$$

Es wird also i_h analog i erhalten, nur tritt an Stelle von S der Punkt E_h und an Stelle des Bogenendpunktes A der Endpunkt T der Schwerpunktsehne.

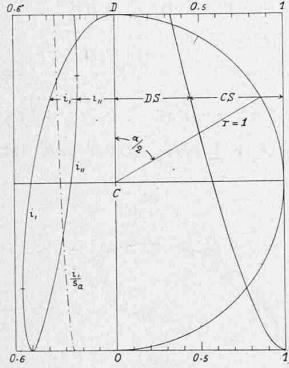


Abbildung 12.

drücken, sodass für alle Winkel α diese Zahlen >0 und $<\infty$ sind, so muss man die Längen DS (bezw. ES) und i_h auf die Bogenhöhe f , i_h auf die Länge s der Schwerpunktsehne als Einheit beziehen. Damit ergeben sich die Kurven in Abbildung 12. Man erkennt, dass $\frac{DS}{f}$, $\frac{i_h}{s}$ und $\frac{i_h}{f}$ sich mit zunehmendem Winkel α zuerst nur langsam ändern, sodass in manchen Fällen die Konstruktion den vorgeschriebenen Genauigkeitsgrad auch noch erreicht, wenn man statt der wahren Werte $\frac{DS}{f}$, $\frac{i_h}{s}$ und $\frac{i_h}{f}$ ihre Grenzwerte für $\alpha = 0$ benutzt. Diese Grenzwerte ergeben sich aus den allgemeinen Formeln für die betreffenden Größen. Zunächst erhält man aus Abbildung 2 und Gleichung (3)

$$\overline{CS} = r \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} \quad \dots \quad (19)$$

$$\text{somit} \quad \overline{DS} = r - \overline{CS} = r \left(1 - \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} \right) \quad \dots \quad (20)$$

Aus Abbildung 10 und Gleichung (11) bzw. Gleichung (12) und (13) folgt sodann

$$i_h^2 = \frac{1}{2} r \left(r - \overline{CS} \cos \frac{\alpha}{2} \right) = \frac{1}{2} r^2 \left(1 - \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right) \quad (21)$$

$$i_h^2 = \frac{1}{2} r \left(r + \overline{CS} \cos \frac{\alpha}{2} - \frac{2 \overline{CS}^2}{r} \right) = \\ = \frac{1}{2} r^2 \left[1 + \frac{\sin \alpha}{\alpha} - 2 \left(\frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} \right)^2 \right] \quad (22)$$

Ausserdem ist

$$f = r \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2} \right) \quad \dots \quad (23)$$

$$s = 2 \sqrt{r^2 - \overline{CS}^2} = 2r \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} \right)^2} \quad \dots \quad (24)$$

Entwickelt man die goniometrischen Funktionen nach Potenzen von α , so erhält man die Grenzwerte

$$\overline{DS}_a = 0 = \frac{1}{3} f \quad \dots \quad (25)$$

$$i_{1a} = 0 = \frac{1}{2} s \quad \dots \quad (26)$$

$$i_{2a} = 0 = \sqrt{\frac{4}{45}} f \sim 0,298 f \quad \dots \quad (27)$$

(Schluss folgt.)

Selbstfahrender benzin-elektrischer Beleuchtungswagen der S. B. B.

Von M. Messer, Elektroingenieur der S. B. B., Zürich.

Im Laufe des verflossenen Jahres ist von der *Werkstätte Zürich der Schweizerischen Bundesbahnen* ein Beleuchtungswagen gebaut und dem Betrieb übergeben worden, der von andern, ähnlichen Zwecken dienenden Wagen in verschiedenen Beziehungen abweicht. Es mag daher auch für weitere Kreise von Interesse sein, über die Bauart und Ausrüstung dieses Wagens etwas zu vernehmen.

Dieser Beleuchtungswagen ist eingerichtet zur Erzeugung von elektrischem Strom, der sowohl für die Beleuchtung bei Tunneluntersuchungen, Oberbau- und Brückenbauarbeiten und bei Betriebsunfällen, als auch zur Fortbewegung des Wagens selbst Verwendung findet. Zu diesem Zwecke ist er mit einer von einem Benzinmotor angetriebenen Dynamo ausgerüstet. Es sei hier gleich erwähnt, dass der zu seiner Fortbewegung mit einem Tram-bahn-Vorgeleget-motor ausgerüstete Beleuchtungswagen im allgemeinen grössere Strecken nicht durch eigene Kraft zurücklegen soll, sondern dass er mit irgend einem Zuge auf die dem Verwendungsorte am nächsten gelegene Station befördert wird, um erst von dort aus mit Hülfe seines eigenen Motors nach der Arbeitsstelle zu fahren. Damit das Wagen gewicht bezw. die Achsenbelastung nicht zu gross ausfallen und damit er in seiner Benützungsdauer

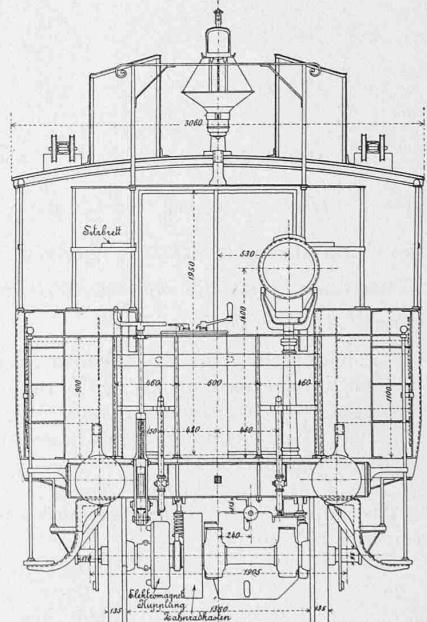


Abb. 2. Stirnansicht. — 1:50.

unbeschränkt und von einer Ladestation unabhängig sei, ist von der Verwendung einer Akkumulatorenbatterie als Stromquelle abgesehen worden. Der Wagen ist aus einem ausgeräumten, zweiachsigem Personenwagen entstanden durch Umbau des Kastens zu einem Maschinen- und einem Gerätschaftsraum (Abbildung 1 und 2). Durch einseitige Verkürzung des alten Wagenkastens ergab sich auf der Vorderseite eine geräumige Plattform, von der zwei Aufstiege auf das durch einen Lattenrost geschützte und mit Schutzgeländern versehene Wagendach führen. Das Untergestell ist der auf zunehmenden Last entsprechend verstärkt und die alten Tragfedern sind durch stärkere ersetzt worden. Der Maschinenraum (Abb. 3 u. 4, S. 116 u. 117) enthält die aus Benzinmotor und Dynamo bestehende Maschinengruppe, sowie einen Spannungsregler, zwei Schalttafeln, einen Fahrschalter, Handbremse, Werkzeugkästchen u. s. f.

Als Motor (Abb. 3 und 5, S. 116) kam ein normaler, vierzylindriger Lastautomobilmotor von ungefähr 22 PS bei 800 Uml/min zur Verwendung, der sowohl mit Benzin als