Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 51/52 (1908)

Heft: 23

Artikel: Wasserschlossprobleme

Autor: Prášil, Franz

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-27534

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch



Abb. 6. Speisezimmer. - Entwurf von J. Schneider in Zürich.

fabrik Gygax & Limberger, ebenfalls in Zürich. Neben den anheimelnden Eichenmöbeln, die unser Bild zeigt, lenkte in diesem Raume besonders auch die originelle prächtige Heizkörperverkleidung von Gebrüder Linke die Aufmerksamkeit der Besucher auf sich.

Indem wir uns auf diese kleine Auswahl von Darstellungen beschränken müssen, verweisen wir wiederholt auf die offizielle, in Vorbereitung befindliche umfassendere Publikation dieser Ausstellung.

Wasserschlossprobleme.

Von Prof Dr. Franz Prášil.

(Fortsetzung.1)

Spezial-Fall b: Plötzliches Oeffnen.

Vor Beginn des Abflusses durch die Rohrleitung ist das Wasser im Stollen und im Wasserschloss in Ruhe. Der Wasserspiegel im Wasserschloss befindet sich auf dem Niveau NN, es ist z=0. Vom Moment der Eröffnung an, welche als plötzlich im vollen Betrag eintretend angenommen wird, findet Abfluss statt. Nun wird allerdings der Abfluss im vollen Betrag wegen der Trägheit der Masse in der Druckleitung nicht sofort eintreten; auch in der folgenden Zeit wird, selbst bei konstanter Oeffnung des Abflussquerschnittes q nicht konstant bleiben, da sich mit der Aenderung der Wasserspiegelhöhe auch das die Abflussgeschwindigkeit bedingende Gefälle ändert. Doch soll analog wie sub a angenommen werden, dass diese Einflüsse und Veränderungen derart gering sind, dass für die folgende Untersuchung q vom Moment der Eröffnung an als konstant angenommen werden kann.

Die Erscheinung wird nun folgenden Verlauf nehmen: Sofort nach der Eröffnung wird der Wasserspiegel im Wasserschloss sinken; unter dem hiedurch zwischen dem Wasserspiegel vor dem Stollen und demjenigen im Wasserschloss entstehenden Gefälle wird Bewegung im Stollen eintreten, die jedoch infolge der Massenträgheit und der anwachsenden Reibung nicht in dem Masse zunimmt, als dem durch das Sinken des Wasserspiegels im Wasserschloss unter das Niveau NN sich einstellenden Gefälle entspricht. Die Folge hiervon ist, dass der Wasserspiegel im Wasserschloss unter dasjenige Niveau sinkt, das dem Beharrungszustand bei konstantem Durchfluss entspricht, wodurch im weitern vorerst Absinken bis zu einem tiefsten Niveau, und dann wieder eine gedämpfte Schwingung eintritt, bis schliesslich unter dem Einfluss der Widerstände der Beharrungszustand erreicht wird, bei dem das Niveau im Wasserschloss um den Betrag des nötigen Rinngefälles unter das Niveau NN zu liegen kommt.

Die Grundgleichung C nimmt für diesen Fall, sofern man des Vergleiches halber auch hier $q=\varepsilon\,Q_n$ setzt, die gleiche Form an wie im Falle a und daher auch alle andern Gleichungen; die Bestimmung der Integrationskonstanten wird jedoch andere Werte für A und β ergeben, da jetzt der Anfangszustand ein anderer ist als früher. Man hat zur Zeit t=0:z=0 und $v=v_o=-\varepsilon\,\frac{Q_n}{F}=-\varepsilon\,c_n$.

Hiermit erhält man zur Bestimmung der Konstanten A und B die Gleichungen:

$$A \sin \beta = + \varepsilon h_{wn}; A \cos \beta = - \varepsilon \left(c_n - \frac{h_{wn}}{2 T_o}\right) \mathcal{T}.$$

Dieselbe Ueberlegung wie im Falle a betreffend die Vorzeichen von $\sin\beta$ und $\cos\beta$ zeigt in diesem Fall, dass β im zweiten Quadranten anzunehmen ist, wenn $\frac{F}{f} < \frac{2L}{r^2g}$

¹⁾ In der Tabelle für Arbeitsbilanz auf Seite 277 muss es heissen: «Hebearbeit für 2455 t.» anstatt 2,455 t. Ferner ist hier wie in der folgenden Textzeile statt «Meter/Tonnen» zu lesen: Meter Tonnen bezw. mt.

und im ersten Quadranten, wenn $\frac{4L}{v^2g} > \frac{F}{f} > \frac{2L}{v^2g}$ ist.

Man erhält weiter $A = \varepsilon h_{wn} \frac{\alpha}{T}$

$$tg \beta = -\frac{\tau}{\frac{T_o}{\mathcal{C}} - \frac{\tau}{4} \frac{\mathcal{C}}{T_o}}$$

Wird derart geöffnet, dass der Ablauf den vollen Betrag $q=\mathcal{Q}_n$ annimmt $(\varepsilon=\mathrm{I})$, dann nimmt A denselben Wert an, wie im Fall a bei vollkommenem Abschluss ($\varepsilon = 0$). Der Ausdruck für β hat in beiden Fällen gleiche Form; daraus ergibt sich mit Rücksicht auf die vorigen Erörterungen, dass der Anfangsstrahl im polaren Koordinatensystem für den Fall b gegen jenen im Fall a um den Winkel 1800 verdreht ist. Die Dauer der Periode ist dieselbe wie im Fall a; die graphische Darstellung kann ebenfalls von derselben Spirale mit der Steigung tg $a=-rac{\mathcal{T}}{2\,T_0}$ ausgehen.

Die Rechnungsresultate sind, wenn man volles Oeffnen von o auf 15,0 m^3/Sek . Abfluss, also $\varepsilon = 1$, dieselben Dimensionen und $\nu = 1,445$ Sek. wie früher annimmt, die folgenden:

$$T=$$
 137,5 Sek.; $T=$ 194,5 Sek.; $\mathcal{C}=$ 147 Sek. $A=$ 4,417 m ; $\beta=$ 1800 $+$ $(-$ 410 24') $=$ 1380 36'; arc $\beta=+$ 2,420

$$z = -2.92 + 4.417 e^{-\frac{t}{389}} \sin\left(2.42 + \frac{t}{147}\right)$$

$$\Leftrightarrow \gamma = 69^{\circ} 18'; \text{ arc } \gamma = 1.210$$

$$v = 0.032 e^{-\frac{t}{389}} \sin\left(-\frac{t}{1.21} - \frac{t}{147}\right)$$

$$= -0.032 e^{-\frac{t}{389}} \sin\left(\widehat{1.932} + \frac{t}{147}\right)$$

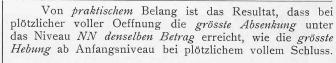
Hieraus bestimmt sich die Zeit für das erste Minimum von z $t_{1min} = 1,932 \cdot 147 = 284$

und für das erste Maximum

$$t_{1max} = (1,932 + 3,142) \ 1,47 = 746''.$$

Das sind dieselben Werte wie früher für das Eintreten das ersten Maximums, bezw. Minimums. Schliesslich folgt $z'_{min} = -2,92 - 1,99 = -4,91 m; z'_{max} = -2,31 m.$

Da z'max negativ ist, so ist zu erkennen, dass bei den angenommenen Dimensionen und voller Eröffnung auf 15 m³/Sek. Abfluss der Wasserspiegel nach dem ersten Absinken nicht mehr über das Niveau NN kommt (Abb. 5).



Spezialfall c: Veränderlicher Abfluss.

Es wird im folgenden zuerst der Einfluss allmählichen Schliessens bezw. Oeffnens der Druckleitung und dann der Fall zeitlich variablen Abflusses untersucht werden. Die Bewegung wird während der Phase des allmählichen Schliessens anderer Natur sein, als nach eingetretenem Schluss. Es ist daher die Untersuchung für beide Phasen getrennt durchzuführen.

1. Bewegung während des Schliessens.

Für das allmähliche Schliessen sei angenommen, dass dasselbe derart erfolgt, dass der Abfluss linear mit der Zeit abnimmt, also durch die Formel ausgedrückt wird: $q = Q_n \left(\mathbf{I} - \frac{t}{\tau} \right)$, wobei τ die Schlusszeit bedeutet, die zum vollständigen Schliessen nötig ist. Man erhält hiermit: $c = c_n \left(\mathbf{I} - \frac{t}{\tau} \right); \frac{dc}{dt} = -\frac{c_n}{\tau}$ und damit die für diesen

Fall spezialisierte Hauptgleichung
$$C_a$$
 in der Form:
$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{1}{T_0}\frac{dz}{dt} + \frac{z}{T^2} + \frac{c_n}{T_0}\left(1 - \frac{t}{\tau}\right) - \frac{c_n}{\tau} = o \cdot C_a$$

Das allgemeine Integral dieser Gleichung ergibt sich aus der Theorie der linearen Differentialgleichungen zweiter Ordnung

aus dem allgemeinen Glied $z_1 = A \cdot e^{-\frac{t}{2T_0}} \sin\left(\beta + \frac{t}{T}\right)$ und dem partikulären Integral $z_2 = a + b t$, wobei a und b bestimmt werden, indem man den Wert für z_2 , ferner $\frac{dz}{dt} = b$; $\frac{d^2z}{dt^2} = 0$ in die Gleichung C_a einsetzt. Man erhält

$$\frac{b}{T_0}+\frac{a}{T^2}+\frac{bt}{T^2}+\frac{c_n}{T_0}-\frac{c_nt}{T_{0\tau}}-\frac{c_n}{\tau}=0,$$

und da diese Gleichung für alle Werte von t erfüllt sein muss, folgen die beiden Gleichungen

$$\frac{b}{T_0} + \frac{a}{T^2} + \frac{c_n}{T_0} - \frac{c_n}{\tau} = 0; \quad \frac{b}{T^2} + \frac{c_n}{T_0\tau} = 0,$$

und aus denselben mit $h_{wn} = \frac{c_n T^2}{T}$

$$a=h_{vm}\left[rac{T}{\tau}\left(1-rac{T^2}{T_0^2}
ight)-1
ight];\ b=rac{h_{vm}}{\tau}.$$
 Man erhält somit durch $z=z_1+z_2$ das allgemeine Integral:

$$z = A e^{-\frac{t}{2T_0}} \sin\left(\beta + \frac{t}{C}\right) + a + b t \quad . \quad I^{c}$$

 $\frac{350}{2}$ $\frac{400}{2}$ $\frac{450}{2}$ $\frac{550}{2}$ $\frac{550}{2}$ $\frac{550}{2}$ $\frac{650}{2}$ $\frac{700Seh}{2}$ und durch Differentiation nach t, mit tg $\gamma = \frac{2T_0}{C}$

$$v = rac{A}{T} e^{-rac{t}{2T_0}} \sin\left(\gamma - \beta - rac{t}{T}
ight) + b$$
 . . II °

Zur Bestimmung der Integrationskonstante hat man zu beachten, dass für t = 0 auch in diesem Fall $z=z_0=-h_{vm}$ ist (wie im Fall a), dass hingegen $v=v_0=$ o ist, da eben die Absperrung allmählich stattfindet. Hiermit ergeben sich

$$A\sin\beta = -h_{wn}\frac{T_0}{\tau}\left[1 - \frac{T^2}{T_0^2}\right];$$

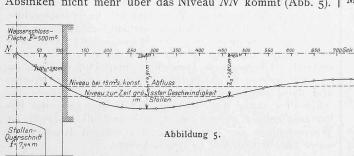
$$A\cos\beta = -h_{wn}\frac{\mathcal{T}}{2\tau}\left[3 - \frac{T^2}{T_0^2}\right];$$

$$A = h_{wn}\cdot\frac{T_0}{\tau}\frac{\mathcal{T}}{T};$$

$$tg\beta = 2\frac{1 - \frac{T^2}{T_0^2}}{3 - \frac{T^2}{T_0^2}}\cdot\frac{T_0}{\mathcal{T}}.$$

Zur graphischen Darstellung dieser Funktionen z und v kann man dieselben je in drei Gleichungen zerlegen, z. B. die z-Funktion in

$$R=A~e^{-\frac{c}{2}T_0}$$
 φ ; $z_1=R\sin{(\beta+\varphi)}$; $z_2=a+(b~\mathcal{C})~\varphi$. Durch den Ausdruck für R ist wieder die logarithmische Spirale mit der Steigung tg $a=-\frac{\mathcal{C}}{2~T_0}$ und dem Anfangsstrahle R_0 und β bestimmt. z_1 erhält man im



Die Geschwindigkeit im Stollen erreicht zur Zeit der grössten Absenkung den Betrag $w_n = \frac{Q_n}{\epsilon}$; sie wird aber von da ab noch immer grösser, da in der nun folgenden Periode des Aufsteigens des Wasserspiegels ausser der Abslussmenge Q noch dasjenige Wasser aus dem Stollen zufliessen muss, das zum Wiederauffüllen des Wasserschlosses nötig ist und zwar wird dieses Anwachsen so lange dauern, bis v zu einem Maximum wird, denn es wird wegen $wf = vF + Q_n$ die Geschwindigkeit w ein Maximum, wenn v ein Maximum ist; man erhält:

$$v_{max} = \frac{A}{T} e^{-\frac{\pi C}{2T_0}} \sin \gamma = 0,00917 \text{ m/Sek.}$$
 $w_{max} = \frac{F}{f} v_{max} + w_n = 2,636 \text{ m/Sek.}$

rechtwinkligen Koordinatensystem durch Projektion aus dem polaren System wie in den früheren Fällen; z_2 stellt in demselben rechtwinkligen Koordinatensystem eine Gerade dar, die die Ordinatenachse im Abstand a vom Ursprung schneidet und deren Neigung gegen die Abszissenachse durch die Richtungskonstante b $\mathcal C$ bestimmt ist; die algebraische Summe von $z_1 + z_2$ gibt z. (Abbildung 6.)

Von praktischer Bedeutung ist jedoch nur dasjenige Stück der Kurve, das zwischen den Abszissenwerten o und τ liegt, da zur Zeit τ nach Annahme der Schluss eingetreten ist

2. Bewegung nach Schluss.

Ist der Schluss eingetreten, so erfolgt die Bewegung des Wasserspiegels in dem Sinne weiter, wie im Fall a beschrieben. Es gelten von dieser Zeit ab die Gleichungen:

$$z = A_1 e^{-rac{t}{zT_0}} \sin\left(eta_1 + rac{t}{C}\right)$$
 und $v = rac{A_1}{T} e^{-rac{t}{zT_0}} \sin\left(\gamma - eta_1 - rac{t}{C}\right)$ mit $\operatorname{tg} \gamma = rac{2}{C}$,

wobei die Konstanten A_1 und β_1 aus den für $t=\tau$ gefundenen Werten von z und v zu berechnen sind; es empfiehlt sich hierbei lediglich der bequemeren Durchführung der Rechnung halber für diese zweite Phase die Zeit vom Augenblick des eingetretenen Schlusses an zu messen, sodass man für die Bestimmung der Konstanten A_1 und β_1 die Gleichungen erhält

$$A_1 \sin \beta_1 = z_{\tau}$$

$$A_1 \cos \beta_1 = \left(v_{\tau} + \frac{z_{\tau}}{2 T_0}\right) \mathcal{C}$$

wobei z_{τ} und v_{τ} die Endwerte der ersten Phase sind.

3. Rechnungsbeispiel.

Im folgenden ist die Rechnung im Anschluss an das bisherige Beispiel durchgeführt für Abschluss von 15 m^3/Sek . Durchfluss in 10, 100 und 200 Sekunden; man erhält mit

$$T = 137.5 \text{ Sek.}; T_0 = 194.5 \text{ Tek.}; \mathcal{C} = 147 \text{ Sek.}; h_{wn} = 2.92 \text{ m}.$$

bei $\tau =$	10"	100"	200″
$a = h_{vm} \left[\frac{T}{\tau} \left(1 - \frac{T^2}{T_0^2} \right) - 1 \right] = b = \frac{h_{vm}}{\tau} = 0$		+ 0,079 m $+ 0,0292 \frac{m}{S}$	— 1,496 m
$A = h_{wn} \frac{T_0}{r} \cdot \frac{\mathcal{C}}{T} =$	$+$ 0,292 $\frac{1}{S}$ 60,72 m	$+ 0.0292 \frac{1}{S}$ 6.072 m	$+ 0.0146 \frac{m}{S}$
$tg \beta = 2 \frac{\left(1 - \frac{T^2}{T_0 \tau}\right) T_0}{\left(3 - \frac{T^2}{T_0^2}\right) \mathcal{C}} =$		0,52948	12-

$$<\beta = 207^{\circ}54'$$
; are $\beta = 3,628$
 $<\gamma = 69^{\circ}18'$; are $\gamma = 1,210$

z_{τ}	=	- 2,772 m	— 1,478 m	- 0,320 m
$v_{ au}$	=	$+ 0,0300 \frac{m}{S}$	$+ 0,0278 \frac{m}{S}$	$+ 0,0224 \frac{m}{S}$
$A_1 \sin \beta_1$	=	- 2,772 m	— 1,478 m	- 0.320 m
$A_1 \cos \beta_1$	=	+3,363 m	+3,528 m	+3,172 m
A_1	=	4,358 m	3,825 m	3,188 m
\lhd β_1 negativ	=	— 39° 30'	- 22°44	- 5° 46'
arc β ₁	=	— o,6894	— o,3968	— o,1006
z max	$\alpha = 10^{10}$	+ 1,989 m	+ 1,951 m	+ 1,818 m

Man erkennt auch aus der graphischen Darstellung (Abb. 4, S. 276), dass Schlusszeiten bis zu 100 Sek. die Grösse

der maximalen Erhebung wenig beeinflussen; es ist dies dadurch zu erklären, dass während dieser Zeit eine sehr geringe Abnahme der Strömungsgeschwindigkeit im Stollen eintritt.

Für die Bestimmung der Wasserschlossdimensionen wird man daher die Resultate des Grenzfalles, d. i. des plötzlichen Abschlusses in Berücksichtigung ziehen, da für dieselben die Berechnung eine wesentlich einfachere ist. Bei allmählichem Oeffnen treten dieselben Verhältnisse ein. Die Senkung unter das Niveau NN findet hiebei in gleicher Grösse und zeitlicher Folge statt, wie die Hebung über das ursprüngliche Niveau im behandelten Fall.

Die Darstellung der Bewegung kann nun nach demselben Verfahren erfolgen, wie im Fall a; für die Berechnung der praktisch wichtigsten Grösse, der maximalen Erhebung, erhält man

$$z_{max} = A_1 e^{-\frac{\mathcal{C}}{2 T_0} (\widehat{\gamma - \beta_1})}$$

Von Interesse ist der Fall einer Abflussänderung in dem Sinn, dass der Abfluss innerhalb einer bestimmten Zeit zuerst bedeutend ansteigt und dann wieder entweder auf denselben oder einen veränderten Betrag heruntersinkt; es kann dies z. B. eintreten, wenn die Zentrale für den Bahnbetrieb bestimmt ist.

1. Analytische Untersuchung.

Es sei nun angenommen, dass unter sonst gleichen Verhältnissen wie früher folgendes Abflussgesetz besteht:

$$q = \varepsilon \, Q_n \left(\mathbf{I} + \varrho \, \sin \frac{t}{\tau} \right)$$

 $q = \varepsilon \, \mathcal{Q}_n \left(\mathbf{I} + \varrho \, \sin \frac{t}{\tau} \right)$ sodass also zur Zeit $t = \mathbf{0} \, \dots \, \mathbf{q} = \varepsilon \, \mathcal{Q}_n$ $t = \frac{\pi}{2} \tau \, \dots \, \mathbf{q} = \varepsilon \, \mathcal{Q}_n \, \left(\mathbf{I} + \varrho \right)$

$$t = \frac{\pi}{2}\tau \dots \qquad q = \varepsilon Q_n \text{ (i } + \varrho$$

 $t=\pi\tau$. . . $q=\epsilon\,Q_n$ beträgt; von der Zeit $t=\pi\tau$ an bleibe der Abfluss wieder konstant; ε und ę sind einfache Zahlen, ę bedeutet das Verhältnis der maximalen Vermehrung des Abflusses zum normalen Abfluss. Es wird dann

$$c = \frac{q}{F} = \epsilon c_n \left(\mathbf{1} + \varrho \sin \frac{t}{\tau} \right); \ \frac{dc}{dt} = \epsilon \varrho \, \frac{c_n}{\tau} \cos \frac{t}{\tau};$$

die Gleichung C nimmt für diesen Fall die Form an

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{1}{T_0}\frac{dz}{dt} + \frac{z}{T^2} + \frac{\varepsilon c_n}{T_0} + \frac{\varepsilon \varrho c_n}{T_0} \sin \frac{t}{\tau} + \frac{\varepsilon \varrho c_n}{\tau} \cos \frac{t}{\tau} = 0$$

$$z = y - \frac{\varepsilon c_n T^2}{T_0} = y - \varepsilon h_{vn}; \frac{dz}{dt} = \frac{dy}{dt}; \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{d^2y}{dt^2}$$

$$\varepsilon \varrho \, c_n \left[\frac{1}{T_0} \sin \frac{t}{\tau} + \frac{1}{\tau} \cos \frac{t}{\tau} \right] = \varepsilon \, \varrho \, c_n \sqrt{\frac{1}{T_0^2} + \frac{1}{\tau^2}} \sin \left(\varphi + \frac{t}{\tau} \right)$$

mit tg $\varphi = \frac{T_0}{r}$, so geht die Gleichung über in

$$\left(rac{d^2y}{dt^2} + rac{1}{T_0}rac{dy}{dt} + rac{y}{T^2} + \epsilon \varrho c_n \sqrt{rac{1}{T_0^2} + rac{1}{ au^2}}\sin\left(\varphi + rac{t}{ au}
ight) = o$$

und folgt hierfür wieder aus der Theorie der Differentialgleichungen zweiter Ordnung $y = y_1 + y_2$ mit

$$y_1 = Ae^{-\frac{t}{2T_0}} \sin\left(\beta - \frac{t}{C}\right)$$
 als allgemeines Integralglied $y_2 = a$. $\sin\left(\psi + \frac{t}{\tau}\right)$ als partikuläres Integralglied.

Letzteres kann auch geschrieben werden:

$$y_2 = a \sin \psi \cdot \cos \frac{t}{a} + a \cos \psi \sin \frac{t}{a}$$

Die Integrationskonstanten A und β sind aus dem Anfangszustand die Konstanten a und ψ dadurch zu erhalten, dass man bildet:

$$\frac{dy_2}{dt} + \frac{a}{\tau}\cos\left(\psi + \frac{t}{\tau}\right) = \frac{a}{\tau}\cos\psi\cdot\cos\frac{t}{\tau} - \frac{a}{\tau}\sin\psi\cdot\sin\frac{t}{\tau}$$

$$\frac{d^2y_2}{dt^2} = -\frac{a}{\tau^2}\sin\left(\psi + \frac{t}{\tau}\right) = -\frac{a}{\tau_2}\sin\psi\cos\frac{t}{\tau} - \frac{a}{\tau^2}\cos\psi\sin\frac{t}{\tau}$$
diese Werte in die Differentialgleichung einsetzt und die

Glieder mit cos $\frac{t}{\tau}$ und sin $\frac{t}{\tau}$ zusammenzieht; man erhält:

$$\left[-\frac{a}{\tau^2} \sin \psi + \frac{a}{\tau T_0} \cos \psi + \frac{a}{T^2} \sin \psi + \frac{a}{\tau^2} \sin \psi + \frac{a}{\tau^2} \sin \psi \right] \cos \frac{t}{\tau} + \left[-\frac{a}{\tau^2} \cos \psi - \frac{a}{\tau T_0} \sin \psi + \frac{a}{T^2} \cos \psi + \frac{a}{\tau^2} \cos \psi \right]$$

$$-\frac{1}{\tau^2}\cos\psi - \frac{1}{\tau T_0}\sin\psi + \frac{1}{T^2}\cos\psi + \frac{1}{\tau^2}\cos\psi + \frac{1}{\tau^2}\cos\varphi \right]\sin\frac{t}{\tau} = 0$$

und da diese Gleichung für alle Werte von t bestehen muss, so müssen beide Klammerausdrücke gleich o werden. Man erhält so zwei Gleichungen mit den Unbekannten a und ψ , aus denen sich dieselben unter Berücksichtigung tg $\varphi=rac{T_0}{ au}$

und
$$h_{wn} = \frac{c_n T^2}{T_0}$$
 ergeben:

$$a = - \epsilon \varrho \, h_{von} rac{\sqrt{1 + rac{T_0^2}{ au^2} \left[rac{T^2}{ au^2} + rac{T^2}{T_0^2} - 1
ight]^2}}{1 + rac{T^2}{ au^2} \left[rac{T^2}{ au^2} + rac{T^2}{T_0^2} - 2
ight]^2}} \ {
m tg} \, \psi = - rac{T_0}{ au} \left[rac{T^2}{ au^2} + rac{T^2}{T_0^2} - 1
ight]}$$

Für die Bestimmung der Integrationskonstanten A u ß ist zu berücksichtigen, dass für t = 0; $z = -\epsilon h_{wn}$; y = 0; v = o zu nehmen sind. Man erhält hiefür die Gleichungen

$$A\sin\beta = -a\sin\psi; \ A\cos\beta = -a\left[\frac{\tau}{\tau}\cos\psi + \frac{\tau}{2T_0}\sin\psi\right].$$
 Für die Dauer der Abflussvariation gelten dann die

$$\begin{split} z &= \varepsilon \, h_{wn} + A \, e^{-\frac{t}{2\,T_0}} \sin\left(\beta + \frac{t}{\mathcal{T}}\right) + a \sin\left(\psi + \frac{t}{\tau}\right) \bigg| \quad \text{mit} \\ v &= \frac{A}{T} e^{-\frac{t}{2\,T_0}} \sin\left(\gamma - \beta - \frac{t}{\mathcal{T}}\right) + \frac{a}{\tau} \cos\left(\psi + \frac{t}{\tau}\right) \bigg| \quad \text{tg} \gamma = \frac{2\,T_0}{\mathcal{T}} \end{split}$$

 ψ wird in den meisten Fällen nahezu gleich $rac{3\pi}{2}$, wodurch sich die Gleichungen für die Bestimmung von A und β wesentlich vereinfachen.

Hört entsprechend der Annahme nach der Zeit $t=\pi \tau$ die Veränderlichkeit des Abflusses auf, so sind die Werte, welche die Höhenlage des Wasserspiegels zu dieser Zeit und dessen Geschwindigkeit ergeben, durch die Formeln

$$z_{\tau} = -\varepsilon h_{wn} + A e^{-\frac{\tau}{2T_0}} \sin \left(\beta + \pi \frac{\tau}{C}\right) - a \sin \psi,$$

$$v_{\tau} = \frac{A}{T} e^{-\frac{\tau}{2T_0}} \sin \left(\gamma - \beta - \pi \frac{\tau}{C}\right) - \frac{a}{\tau} \cos \psi.$$

Es sind für die weitere Untersuchung die Formeln des Falles in Anwendung zu bringen; man misst für die Bestimmung der weiteren Bewegung wieder der bequemeren Rechnung halber die Zeit vom Moment des Beginnes des konstanten Abflusses und hat naturgemäss für die Bestimmung der Integrationskonstanten A_1 und β_1 die Endwerte der vorhergehenden Phase zu benützen.

Wird die Veränderung des Abflusses nicht unterbrochen, sondern verläuft derselbe unter dem Gesetz $\varepsilon Q_n \left(\mathbf{I} + \varrho \sin \frac{t}{\tau}\right)$ weiter, so ist zu erkennen, dass die Bewegung des Wasserspiegels im Wasserschloss die Form einer erzwungenen Schwingung annimmt, bei der mit wachsendem t der Einfluss des ersten Gliedes immer kleiner wird und zwar umso rascher, je grösser der Wert $\frac{\mathcal{C}}{^2T_0}$ im

Gliede
$$e^{-\frac{t}{2T_0}}=e^{-\frac{C}{2T_0}}\frac{t}{C}$$
 ist. Die Bewegung des Wasser-

spiegelniveaus nähert sich einer harmonischen Schwingungsbewegung. Bekanntlich kann in solchen Fällen Resonanzerscheinung eintreten, wenn die Periode der erregenden Ursache gleiche Dauer mit der Eigenperiode des schwingenden Körpers hat, d. h. wenn im gegebenen Fall $\tau = T$ ist; der Wert der Amplitude der erzwungenen Schwingung ist dann

Wert der Amplitude der erzwungenen Schwingung ist da
$$a=-\epsilon\,\varrho\,h_{wn}rac{\sqrt{\frac{T}{1}+rac{T^2}{T_0^2}}}{rac{T}{T_0}}=-\,\epsilon\,\varrho\,h_{wn}$$

der Winkel ψ ergibt sich aus tg $\psi = -\frac{\mathrm{I}}{T_0} = -\frac{\mathrm{I}}{t g \, \varphi}$ wegen $\frac{T_0}{\tau} = \operatorname{tg} \varphi$ und $\tau = T$.

Nach der Theorie der Resonanzerscheinung wird die Amplitude der erzwungenen Schwingung unendlich gross, wenn die Dämpfungskraft unendlich klein ist. Letzteres wäre bei der gebrauchten Bezeichnungsweise der Fall, wenn $T_0 = \infty$ ist, bei welchem Wert auch in obiger Gleichung die Amplitude ins Unendliche wächst; der Phasenunterschied zwischen Kraft und Bewegung muss hiebei gleich $\frac{\pi}{2}$ sein, was in der Gleichung ebenfalls zum Ausdruck kommt.

2. Graphische Darstellung.

Auch die graphische Darstellung der Bewegung der ersten Phase bietet keine Schwierigkeit; die Darstellung der Werte $z_1 = A_e^{-\frac{t}{2T_0}} \sin\left(\beta + \frac{t}{C}\right)$ kann in gleicher

Weise wie früher mit Hülfe der Projektion aus der logarithmischen Spirale erfolgen; die Darstellung von $z_2 = a \sin\left(\psi + \frac{t}{\tau}\right) = a \sin\left(\psi + \frac{C}{\tau} \cdot \frac{t}{C}\right)$ ergibt sich durch Projektion eines Kreises, der mit dem Radius a im

polaren System eingetragen ist, wobei der Anfangsstrahl unter den Winkel gegen die Abszissenachse geneigt ist und einer Drehung des Anfangsstrahles von z1 um den Bogen $_2$ $_\pi$ eine Drehung des Anfangsstrahles von $_2$ um $\frac{\mathcal{C}}{\mathcal{C}}$ $_2$ $_\pi$ entspricht (Abb. 7).

3. Rechnungsbeispiel.

Als Beispiel sei bei gleichen Stollen- und Wasserschlossdimensionen und gleichen Widerstandsverhältnissen wie früher für $\varepsilon = 0.5$; für $\varrho = 1$ und für $\tau = 20$ Sek. angenommen; es entspricht dies einem anfänglichen Durchfluss von $\varepsilon Q = 7.5 \text{ } m^3/\text{Sek.}$ der in der Zeit von $\frac{\pi}{2}\tau = 31,4$ Sek. auf 15,0 m^8/Sek . erhöht und nach weiteren 31,4 Sek., also total 62,8 Sek. wieder auf 7,5 m8 Sek. sinkt;

Hört zur Zeit $t=\pi \tau$ die Veränderlichkeit des Abflusses auf, so ergibt sich

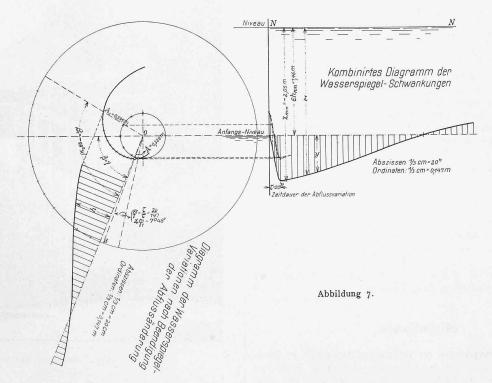
$$z_{\tau} = -1,46 - 0,328 e^{-\frac{20}{389}\pi} \sin\left(\widehat{69^0 18'} + \frac{20}{147}\right) - \\ -0,307 = +0,873 m$$

$$v_{\tau} = +0,00238 e^{-\frac{20}{389}\pi} \sin\frac{20}{147} = +0,00084 m/Sek.$$

Für die weitere Bewegung werden die Gleichungen Ia und IIa auf Seite 273 zu verwenden sein

$$z = -\varepsilon h_{wn} + A_1 e^{-\frac{t}{2T_0}} \sin\left(\beta_1 + \frac{t}{C}\right)$$

$$v = \frac{A_1}{T} e^{-\frac{t}{2T_0}} \sin\left(\gamma - \beta_1 - \frac{t}{C}\right) \text{ mit tg } \gamma = \frac{2T_0}{C}$$



es ergeben sich mit

$$T = 137,5 \, Sek.; T_0 = 194,5 \, Sek.; C = 147 \, Sek.; h_{wn} = 2,92 \, m$$

$$\frac{T_0}{\tau} = 9,725; \frac{T}{\tau} = 6,875; \frac{T}{T_0} = 0,707;$$

$$a = - \varepsilon \varrho h_{wn} \frac{\sqrt{1 + \frac{T_0^2}{\tau^2} \left[\frac{T^2}{\tau^2} + \frac{T^2}{T_0^2} - 1 \right]^2}}{1 + \frac{T^2}{\tau^2} \left[\frac{T^2}{\tau^2} + \frac{T^2}{T_0^2} - 2 \right]} = - \text{ 0,307 } m$$

$$\operatorname{tg} \psi = -\frac{T_0}{\tau} \left[\frac{T^2}{\tau^2} + \frac{T^2}{T_0^2} - 1 \right] = -457,1$$

 ψ liegt im 4. Quadranten und ist = 270° 7' 50" $\infty = 270^{\circ}$ mit letzterem Wert wird sin $\psi = -1$ und $\cos \psi = 0$; man erhält: $A \sin \beta = +a$; $A \cos \beta = +\frac{\mathcal{T}}{2 T_0}$ und daher

A = -0.328 m und hiermit die Gleichungen:

$$z = -1,46 - 0,328 e^{-\frac{t}{389}} \sin \left[69^{0} \cdot 18' + \frac{t}{147} \right] + 0,307 \cos \frac{t}{20}$$

$$v = +0,00238 e^{-\frac{t}{389}} \sin \frac{t}{147} - 0,01535 \sin \frac{t}{20}$$

und zwar werden A_1 und eta_1 zu bestimmen sein durch die Bedingungen t = 0; $z = z_{\tau}$; $v = v_{\tau}$. Dies gibt: $A_1 \sin \beta_1 = -2,048 + 1,46 = +0,588 \ m$

$$A_1 \sin \beta_1 = -2,048 + 1,46 = +0,588 m$$

$$A_1 \cos \beta_1 = +0,00084 \cdot 147 - 0,588 \frac{147}{282} = -0,098 m$$

$$A_1 \sin \beta_1 = -2,040 + 1,40 - + 0,300 \text{ m}$$
 $A_1 \cos \beta_1 = +0,00084 \cdot 147 - 0,588 \frac{147}{389} = -0,098 \text{ m}$
 $A_1 = 0,595 \text{ m}; \ \beta_1 \text{ liegt im 3. Quadranten, bezw.}$
ist negativ zu nehmen.

tg
$$\beta_1 = 5,98975$$
; $\langle \beta_1 = -99^0 30'$; arc $\beta_1 = -1,405$
 $\langle \gamma = 69^0 18'$; arc $\gamma = 1,210$

$$z = -1,46 + 0,595 e^{-\frac{t}{389}} \sin\left[-99^{\circ} 30' + \frac{t}{147}\right],$$

$$v = -0,00433 e^{-\frac{t}{389}} \sin\left[11^{\circ} 12' + \frac{t}{147}\right].$$

Da zur Zeit t= o die Geschwindigkeit v positiv ist, muss zuerst ein Maximum eintreten. Die Zeit des Eintrittes dieses Maximums vom Beginn der zweiten Bewegungsperiode ist $t_1 = 147 (\gamma - \beta_1) = 433'$

$$z_{1min} = -1,46 + 0,595 e^{-\frac{433}{389}} \sin \gamma = -1,277 m.$$
 Der Verlauf der Bewegung ist aus der Darstellung Nr. 7

zu ersehen.

Im Fall der fortdauernden Abflussänderung¹) nach dem tze $q = \varepsilon Q_n \left(\mathbf{1} + \varrho \sin \frac{t}{\tau} \right) \text{ mit } \varepsilon = 0,5 \text{ und } \varrho = \mathbf{1}$

¹⁾ Ein solcher Fall ist beschrieben in der Z. d. V. d. Ing., Bd. 52 (1908) S. 609 u. 610 im Artikel: «Die Kraftübertragungsanlagen der Ruhrtalsperren-Gesellschaft» von Prof. Dr. Rasch und Dr. Jng. Bauwens.

nähert sich die erzwungene Schwingung einer konstanten harmonischen Schwingung mit der Amplitude \pm 0,307 mgemessen ab z = -0.146 m und der Periodendauer 137,6 Sek.

Der Fall der Resonanz würde eintreten, wenn $\tau = T = 137,5$ Sek. würde. Dies ergäbe eine Amplitude für die erzwungene Schwingung gemessen ab z = -1,46 m von

$$a=\pm\; \epsilon\; \varrho\; h_{wn}\; \sqrt{rac{T_0^2}{r^2}-1}=\pm\; \mathbf{2},\!53\; m.$$
 Die Periodendauer wäre hierbei $T\cdot 2\;\pi=137,\!5\cdot 2\cdot \pi$

= 863'' = 14'23''.

Es erscheint nicht ausgeschlossen, dass derartige Perioden in einem regelmässigen Betrieb von der Art eines Eisenbahnbetriebes vorkommen können, weshalb eine derartige Untersuchung geboten ist.

Dieses Verfahren der Einführung einer periodischen Funktion für die Bestimmung des zeitlichen Verlaufes eines veränderlichen Abflusses kann erweitert werden, indem man

$$q = \varepsilon Q_n \left[\varrho_0 + \varrho_1 \sin \left(\varphi_1 + \frac{t}{\tau} \right) + \varrho_2 \sin \left(\varphi_2 + 2 \frac{t}{\tau} \right) + \dots \right]$$

einführt und die Werte für ϱ und φ der gegebenen Veränderung von q entsprechend mit Hilfe Fourierscher Reihen bestimmt. Die Integration der hierdurch entstehenden Differentialgleichung bietet keine Schwierigkeit, sie basiert auf demselben Verfahren, wie in diesem letzten Beispiel angegeben wurde; die Werte von z und v haben die Form

$$z = z_0 + A e^{-\frac{t}{2T_0}} \sin\left(\beta + \frac{t}{C}\right) + \Sigma s_n \sin\left(\psi_n + n + \frac{t}{T}\right)$$

$$v = v_0 + \frac{A}{T} e^{-\frac{t}{2T_0}} \sin\left(\gamma - \beta - \frac{t}{C}\right) + \sum \frac{ns_n}{T} \cos\left(\psi_n + n + \frac{t}{T}\right)$$

Die Rechnung erfordert natürlich grosse Aufmerksamkeit; die graphische Darstellung erfolgt durch Superposition der aus den polaren Systemen mit den logarith-

mischen Spiralen $R = A e^{-\frac{C}{2T_0} \frac{t}{C}}$ und den Kreisen mit den Radien s erhaltenen Projektionen.

(Forts. folgt.)

Miscellanea.

Die Erweiterungsbauten der technischen Hachschule zu Darmstadt. Ein interessantes Bild der Entwicklung einer techn. Hochschule bietet die «Festschrift zur Eröffnung der Erweiterungsbauten der techn. Hochschule in Darmstadt», die im Juli 1908 erschienen ist. Für die Hochschule, die anfänglich in verschiedenen, in der Stadt zerstreuten Gebäuden räumlich untergebracht war, sind im Jahre 1895, wie im beigegebenen Lageplan ersichtlich, in zwei Baublöcken drei Neubauten in der Nähe des Schlossgartens errichtet worden; davon wurde das Hauptgebäude von Prof. Wagner, das chemisch-elektrotechnische und physikalische Institut von

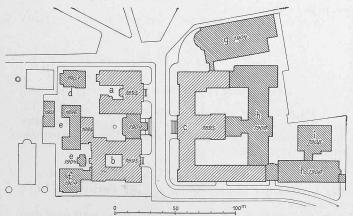


Abb. 1. Gesamt-Lageplan der Techa. Hochschule Darmstadt. - 1:3000.

Legende: a. Chemisches Institut, b. Elektrotechnisches und Physikalisches Institut, c. Hamptgebäude (1895), d. Institut für organische Chemie, c. Erweiterung des Elektrotechnischen Instituts, f. Hörsaalbau des Physikalischen Instituts, f. Zentrale für Licht, Kraft und Warme, verbunden mit Maschinenbaulaboratorien I u. V, h. Erweiterung des Hauptgebäudes, i. Erweiterung der Materialprüfungsanstalt und Maschinenbaulaboratorium III

Prof. Marx ausgeführt. Die Räumlichkeiten erwiesen sich aber schon unmittelbar nach ihrer Vollendung als unzulänglich. Hauptsächlich war dies der Fall beim elektrotechnischen Institut, das als eine der meistbesuchten derartigen Anstalten Deutschlands sich einer schnell steigenden Frequenz erfreute. Schon 1897 wurden desshalb Pläne zur Erweiterung aufgestellt. Diese Studien gelangten aber erst 1901 zum Abschluss in einem einheitlichen Bebauungsplan mit einem Kostenvoranschlag von 3,75 Mill. Fr. (Vergl. Lageplan Abb. 1, der D. B. Z. entnommen.)

Die Erweiterungsbauten der Technischen Hochschule zu Darmstadt.

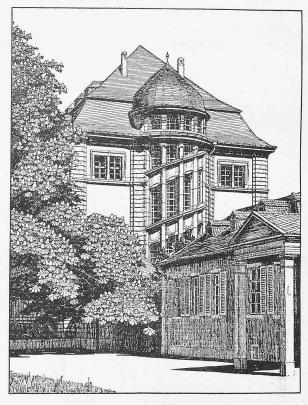


Abb. 3. Südfront des neuen Westflügels.

In einer ersten Bauperiode wurden die dringendsten Aenderungen und Vergrösserungen an den Instituten für Elektrotechnik, Chemie und Physik vorgenommen unter künstlerischer Leitung von Prof. Pützer, und daran anschliessend der Verbindungsbau des Chemie- und Physikgebäudes und Hörsaal des Physik-Institutes erstellt. Als man sich dann entschloss, die 1895 erbaute Zentrale für Kraft, Licht und Wärme zu verlegen, konnten die von Prof. G. Wickop entworfenen Erweiterungsbauten des Hauptgebäudes in Angriff genommen werden. Durch Verlängerung des Mittelbaues und des östlichen Flügels wurde ein Querbau geschaffen, der zwei grosse Innen-Höfe freilassend, das Ganze zusammen schliesst. Gegenüber dem Herrengarten schloss man einen rund 62 m langen, durch einen Treppenbau verbundenen Neubau, in Wickops gutem Barock gehalten, an. Die Abbildung 2 zeigt diese Front, während Abbildung 3 die Südfront des Westflügels darstellt.

Sehr gut eingerichtet und auch architektonisch interessant gelöst ist die Zentrale für Kraft, Licht und Wärme, die der Versorgung des ganzen Hochschulgebäudes und gleichzeitig zu Lehrzwecken dient.

Mit diesen Neubauten hat Darmstadt Anlagen erhalten, die in künstlerischer Beziehung wie auch hinsichtlich zweckmässiger Einrichtungen denen anderer deutschen Hochschulen ebenbürtig sind. . . . ff.

Marktbrunnen auf dem Gutenbergplatz in Karlsruhe. Das noch von Friedr. Ratzel entworfene eigenartige Kunstwerk hat die Reihe der in Karlsruhe in letzter Zeit erstellten Monumentalbrunnen in glücklicher Weise vermehrt. Der Brunnen, der mit dem bekannten Billing-Brunnen auf dem Stephanplatz um die Originalität wetteifert, zeigt einen etwas eigentümlichen kompositionellen Gedanken, zu dem vielleicht das Motiv alter Ziehbrunnen die Anregung gegeben haben mag. Auf einem breit hingelagerten, vielfach abgestuften Steinbau, der den eigentlich konstruktiven Kern des runden Brunnenkörpers mit dem zisternenartigen Bassin enthält, erhebt sich ein kronenähnlicher Aufbau aus getriebenen Kupferspangen,