

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 51/52 (1908)
Heft: 26

Artikel: Vereinfachung der Berechnung gelenkloser Brückengewölbe
Autor: Ritter, Max
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-27440>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 22.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Vereinfachung der Berechnung gelenkloser Brückengewölbe. — Wettbewerb für die Schweizer Nationalbank und ein eidg. Verwaltungsgebäude in Bern. — Miscellanea: Schmalspurbahn mit Einphasenwechselstrombetrieb. V. Verbandstag des Verbandes akademischer Architekten-Vereine in Rothenburg. Weltproduktion an Petroleum. Elektrischer Betrieb auf den Schwedischen Staatsbahnen. Wiederaufbau des Markusturmes in Venedig.

— Nekrologie: Alphonse Béguin. Albert Vögeli. — Konkurrenzen: Einfache Wohnhäuser. — Literatur: Grundlagen zur Berechnung des Arbeitsbedarfes für elektrische Zugbeförderung auf den Bayrischen Staatsseisenbahnen. — Vereinsnachrichten: G. e. P.: Geschäftsbericht des Sekretariates 1906/08. Generalversammlung in Bern, 4. bis 6. Juli 1908. — Submissions-Anzeiger.

Abonnements-Einladung.

Auf den mit dem 4. Juli 1908 beginnenden LII. Band der „Schweizerischen Bauzeitung“ kann bei allen Postämtern der Schweiz, Deutschlands, Österreichs, Frankreichs und Italiens, ferner bei sämtlichen Buchhandlungen, sowie auch bei den Herren Rascher & Cie., Meyer & Zellers Nachfolger in Zürich und bei dem Unterzeichneten zum Preise von 10 Fr. für die Schweiz und Fr. 12,50 für das Ausland abonniert werden. Mitglieder des Schweizerischen Ingenieur- und Architektenvereins oder der Gesellschaft ehemaliger Polytechniker geniessen das Vorrecht des auf 8 Fr. bzw. 9 Fr. (für Auswärtige) ermässigten Abonnementspreises, sofern sie ihre Abonnementserklärung einsenden an den

Zürich, den 27. Juni 1908.

Herausgeber der Schweizerischen Bauzeitung:

A. JEGHER, Ingenieur,
Dianastrasse Nr. 5, Zürich II.

Vereinfachung der Berechnung gelenkloser Brückengewölbe.

Von Dipl.-Ing. Max Ritter in Strassburg i. E.

(Schluss.)

3. Der Einfluss der Bogenform auf den Horizontalschub.
Auf Grund der Annahme $J \cos \varphi = \text{konstant}$, die nach den Ergebnissen der vorausgegangenen Untersuchung stets zulässig ist, gestaltet sich die Berechnung der Einflusslinien für die Vertikalkomponente V und das Momeut M sehr einfach. Die Gleichungen (11) und (12) nehmen mit $n = 1$ die bequemen Formen

$$M = \frac{z^2}{2l} \quad \dots \quad (16)$$

$$\text{und} \quad V = \frac{z^2(3l - 2z)}{l^3} \quad \dots \quad (17)$$

an, die bei beliebiger Form der Gewölbeachse Geltung haben.

Dagegen stellt sich die Ermittlung der Einflusslinie für den Horizontalschub H nicht viel einfacher. Zwar geht Gleichung (14) mit $n = 1$ in die einfache Gestalt

$$H = \frac{15z^2(l-z)^2}{4f l^3(1+\epsilon)} \quad \dots \quad (18)$$

über; diese gilt aber zunächst nur für parabolische Achse und nicht für die in der Praxis meist vorkommenden Stützliniengewölbe. Es soll nun im Folgenden der Einfluss der Bogenform auf den Horizontalschub näher untersucht

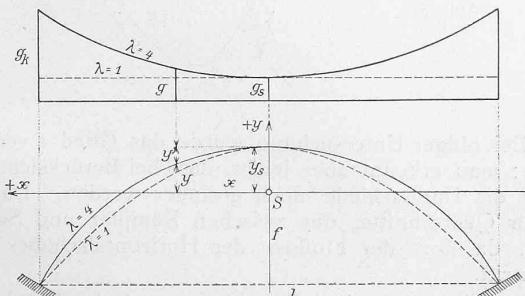


Abb. 4.

werden, um einen Anhalt für den Fehler zu bekommen, den man begeht, wenn man Gleichung (18) auch auf Stützliniengewölbe anwendet.

Im Interesse der Materialersparnis, sowie der leichteren Berechnung wegen wird in der Praxis die Gewölbeachse meist einer Stützlinie für das Eigengewicht der Brücke angepasst.¹⁾ Das Eigengewicht bezogen auf die Längeneinheit sei mit g bezeichnet. Trägt man g von einer

¹⁾ Vergl. Prof. Mörsch in Schweiz. Bauzeitung, Bd. XLVII, Seite 98.

Horizontalen in irgend einem Maßstab auf, so erhält man die zur Stützlinie gehörige „Belastungslinie“ (vergl. Abb. 4), die im Scheitelschnitt eine wagrechte Tangente besitzt und wegen der Zunahme der Gewölbestärke und der Aufbauhöhe gegen die Kämpfer ansteigt. Für unsern Zweck ist es ziemlich gleichgültig, welches Gesetz wir ihr zugrunde legen; wenn wir sie als Parabel annehmen, entfernen wir uns nicht weit von normalen Fällen der Praxis. Bezeichnen wir dann mit g_s und g_k die speziellen Werte von g im Scheitel und Kämpfer, so ist an irgend einer Stelle x

$$g = g_s + \frac{g_k - g_s}{w^2} \cdot x^2, \quad \dots \quad (19)$$

wo w die halbe Spannweite bedeutet.

Die Gleichung der diesem Belastungsgesetze entsprechenden, mit der Polweite H_g gezeichneten Stützlinie ergibt sich nach einer bekannten Beziehung durch zweimalige Integration der Differentialgleichung

$$H_g \frac{d^2 y'}{dx^2} = g = g_s + \frac{g_k - g_s}{w^2} \cdot x^2.$$

Indem wir das Koordinatensystem wie in Abbildung 4 skizziert legen, verschwinden die Integrationskonstanten, und wir erhalten

$$H_g \cdot y' = \frac{g_s}{2} x^2 + \frac{g_k - g_s}{12 w^2} \cdot x^4.$$

Für $x = w$ ist $y' = f$, also

$$H_g = \frac{5 g_s + g_k}{12 f} w^2; \quad \dots \quad (20)$$

die Gleichung der Stützlinie, bezw. der Gewölbeachse lautet somit, wenn noch zur Abkürzung das Verhältnis $\frac{g_k}{g_s} = \lambda$ gesetzt wird

$$y' = \frac{f}{(5+\lambda)l} \left[6 \left(\frac{x}{w} \right)^2 + (\lambda - 1) \left(\frac{x}{w} \right)^4 \right].$$

Der Abstand y_s des Punktes S vom Scheitel folgt aus Gleichung (6). Für $J \cos \varphi = \text{konstant}$ lässt sich diese zu

$$y_s = \frac{1}{l} \int y' dx \quad \dots \quad (21)$$

anschreiben, d. h. die x -Achse ist so zu legen, dass sich die zwischen ihr und der Gewölbeachse liegenden Flächen ausgleichen. Wird für y' der obenstehende Ausdruck eingesetzt, so erhält man

$$y_s = \frac{f}{(5+\lambda)l} \int \left[6 \left(\frac{x}{w} \right)^2 + (\lambda - 1) \left(\frac{x}{w} \right)^4 \right] dx \\ = \frac{9 + \lambda}{5(5+\lambda)} \cdot f, \text{ wo } \lambda = \frac{g_k}{g_s}. \quad \dots \quad (22)$$

Die Gleichung der Gewölbeachse, bezogen auf das durch S gelegte Koordinatensystem x, y heisst also

$$y = y_s - y' = \frac{f}{5+\lambda} \left[\frac{9 + \lambda}{5} - 6 \left(\frac{x}{w} \right)^2 - (\lambda - 1) \left(\frac{x}{w} \right)^4 \right].$$

Mit Hilfe dieser Beziehung können wir jetzt die Gleichung der Einflusslinie für den Horizontalschub, d. i. die erste der Gleichungen (4)

$$H = \frac{\delta'}{\int y^2 \frac{J_s}{J} ds + i_s^2 l}$$

leicht auf geschlossene Form bringen. Der Nenner wird

$$\int y^2 \frac{J_s}{J} ds + i_s^2 l = \int y^2 dx + i_s^2 l \\ = \frac{f^2}{(5+\lambda)^2} \int \left[\frac{9+\lambda}{5} - 6 \left(\frac{x}{w} \right)^2 - (\lambda-1) \left(\frac{x}{w} \right)^4 \right]^2 dx + i_s^2 l \\ = \frac{16(7\lambda^2 + 76\lambda + 232)}{1575(5+\lambda)^2} f^2 l (1+\varepsilon), \quad \dots \quad (23)$$

$$\text{worin } \varepsilon = \frac{1575(5+\lambda)^2}{16(7\lambda^2 + 76\lambda + 232)} \cdot \left(\frac{i_s}{f} \right)^2. \quad \dots \quad (24)$$

Der Zähler δ' folgt aus der Differentialgleichung der Biegelungslinie infolge $H = -1$, also aus

$$\frac{d^2 \delta'}{dx^2} = M_x \frac{J_s}{J \cos \varphi} = +y.$$

Setzt man für y den oben angegebenen Wert ein, so ergibt sich nach zweimaliger Integration

$$\delta' = \frac{(13+2\lambda)w^6 - 3(9+\lambda)w^4x^2 + 15w^2x^4 + (\lambda-1)x^6}{30(5+\lambda)w^4} \cdot f$$

Von den Integrationskonstanten verschwindet die erste, während die zweite aus der Erwägung, dass für $x=w$, $\delta'=0$ wird, leicht zu ermitteln ist. Die Gleichung der Biegelungslinie des Horizontalschubes lautet jetzt

$$H = \frac{(13+2\lambda)w^6 - 3(9+\lambda)w^4x^2 + 15w^2x^4 + (\lambda-1)x^6}{64(7\lambda^2 + 76\lambda + 232)} f w^5 (1+\varepsilon) \quad (25)$$

wo ε , d. i. das Glied, das die Verkürzung der Gewölbeachse berücksichtigt, aus Gleichung (24) zu entnehmen ist.

Mit Hilfe der Gleichung (25) können wir jetzt den Einfluss der Bogenform auf den Horizontalschub leicht überblicken, indem wir das Verhältnis $\lambda = \frac{g_k}{g_s}$ variieren lassen. In den Fällen der Praxis liegt λ wohl stets zwischen 1 und 4; der letztere Wert wird nur selten bei Brücken mit Hinterfüllung etwa erreicht. Mit $\lambda=1$ geht Gleichung (25) ohne weiteres in Gleichung (18) über.

Zunächst möge der Einfluss der Bogenform auf das Glied ε gezeigt werden. Die Berechnung nach Gleichung (24) ergibt für

$$\begin{aligned} \lambda &= 1 \quad 2 \quad 4, \\ \varepsilon \left(\frac{f}{i_s} \right)^2 &= 11,25 \quad 11,71 \quad 12,30. \end{aligned}$$

Wie man sieht, hängt ε von λ nur sehr schwach ab; selbst für den extremen Fall $\lambda=4$ wird ε kaum 10 % höher als für $\lambda=1$. Zieht man noch die untergeordnete Rolle dieses Gliedes in Betracht, so hat man sich überzeugt, dass zur Berechnung von ε auch bei Stützliniengewölben stets $\lambda=1$ gesetzt, also Gleichung (15) benutzt werden darf. Dies gilt natürlich für jeden beliebigen Wert von n .

Der Einfluss der Bogenform auf den Horizontalschub geht aus nachfolgender Tabelle hervor, in welcher die um je $1/8$ der Spannweite abstehenden, nach Gleichung (25) berechneten Einflussordinaten für $\lambda=1, 2$ und 4 zusammengestellt sind. Abbildung 5 enthält die graphische Darstellung.

Ordinate No.	3	2	1	0	1'	2'	3'
λ							
$H \frac{f(1+\varepsilon)}{l}$	{ 1 0,0449 2 0,0468 4 0,0495	{ 0,1318 0,1352 0,1394	{ 0,2060 0,2090 0,2148	{ 0,2844 0,2969 0,2898	{ 0,2060 0,2090 0,2148	{ 0,1318 0,1352 0,1394	{ 0,0449 0,0468 0,0495
$\frac{M_s}{l}$	{ Gl. 25 -0,0064 18 -0,0051	{ -0,0091 -0,0068	{ 0,0084 0,0108	{ 0,0559 0,0573	{ 0,0084 0,0108	{ -0,0091 -0,0068	{ -0,0064 -0,0051
$\frac{M_k}{l}$	{ > 25 -0,0605 18 -0,0638	{ -0,0416 -0,0470	{ 0,0059 0,0000	{ 0,0452 0,0417	{ 0,0645 0,0586	{ 0,0522 0,0468	{ 0,0215 0,0182

Aus der Tabelle und Abbildung 5 erhellt zunächst die wichtige Erkenntnis, dass der Einfluss der Bogenform

auf den Horizontalschub nur unbedeutend ist; er äussert sich in der Weise, dass mit wachsendem λ die Einflussfläche etwas vergrössert wird. Man darf also zur Berechnung des Horizontalschubes und der Normalkräfte stets die einfache Gleichung (18) benutzen, auch dann, wenn die Bogenachse nicht parabolisch, sondern als Stützlinie für Eigengewicht gewählt wurde; selbst in dem extremen Falle $\lambda=4$ ändert sich dadurch die Rechnung nur um wenige Prozente.

Man kann sich fragen, ob Gleichung (18) auch bei der Ermittlung der Schnittmomente eines Stützliniengewölbes Verwendung finden darf. Um hierüber klar zu werden, haben wir den ungünstigen Fall angenommen, dass das Gewölbe nach einer Stützlinie für $\lambda=4$ geformt ist, und darnach Scheitel- und Kämpfermoment erstens mit Benutzung von Gleichung (25) und zweitens mit Benutzung von Gleichung (18) berechnet. Die Ergebnisse sind ebenfalls in obenstehender Tabelle notiert und in Abbildung 5 graphisch dargestellt. Wie man erkennt, geben die beiden Berechnungsweisen nur ganz minimale Unterschiede, die für die Bedürfnisse der Praxis außer Betracht fallen.

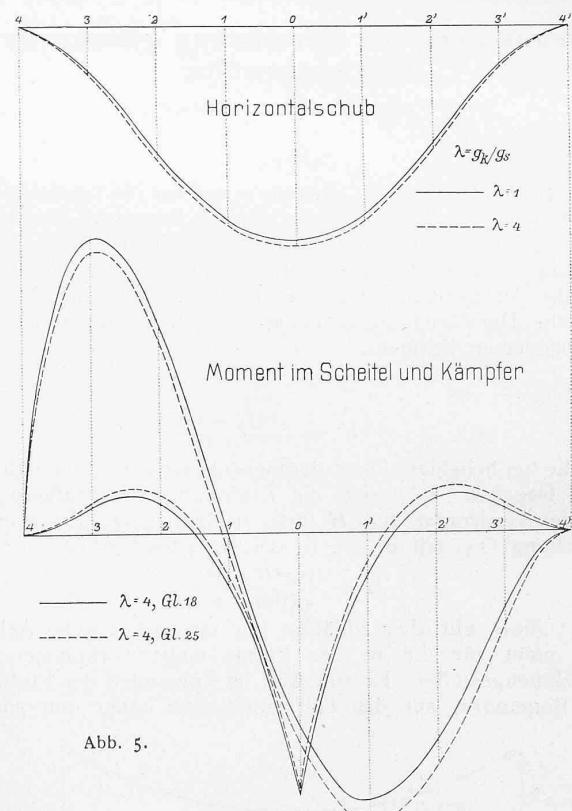


Abb. 5.

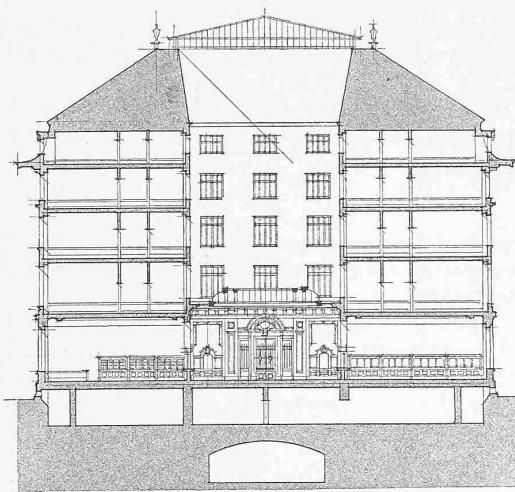
Bei obiger Untersuchung wurde das Glied ε vernachlässigt; man erkennt aber leicht, dass bei Berücksichtigung von ε die Unterschiede noch geringer werden. Dasselbe gilt für Querschnitte, die zwischen Kämpfer und Scheitel liegen, da dort der Einfluss des Horizontalschubes mehr zurücktritt.

Aus den mitgeteilten Betrachtungen darf jedoch keineswegs gefolgert werden, dass die Bogenform auf die Schnittmomente keinen Einfluss habe. Das Gegenteil ist der Fall, denn die Lage des Punktes S und damit der Hebelarm des Horizontalschubes ändert sich mit λ . Der Punkt S soll deshalb bei Stützliniengewölben mit Hilfe der Gleichung (21) sorgfältig festgelegt, und nicht einfach auf $2/3$ der Pfeilhöhe angenommen werden, wie dies in der Literatur gelegentlich empfohlen wurde. In den Fällen der Praxis liegt der Punkt S allerdings meist nur ganz wenig über $2/3$ der Pfeilhöhe; es empfiehlt sich aber doch, ihn genau zu bestimmen, weil die Schnittmomente dafür sehr empfindlich sind.

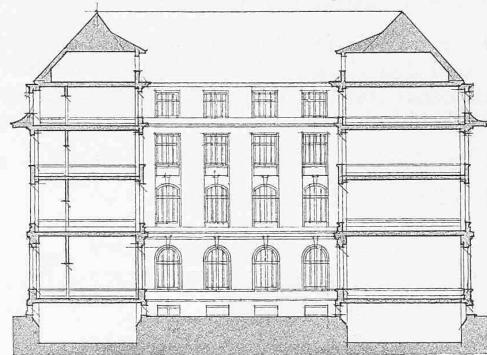
Wettbewerb für die Schweizer. Nationalbank und ein eidg. Verwaltungsgebäude in Bern.

IV. Preis. — Nr. 15. Motto: «N. B.»

Verfasser: Architekten Prince & Béguin in Neuenburg.

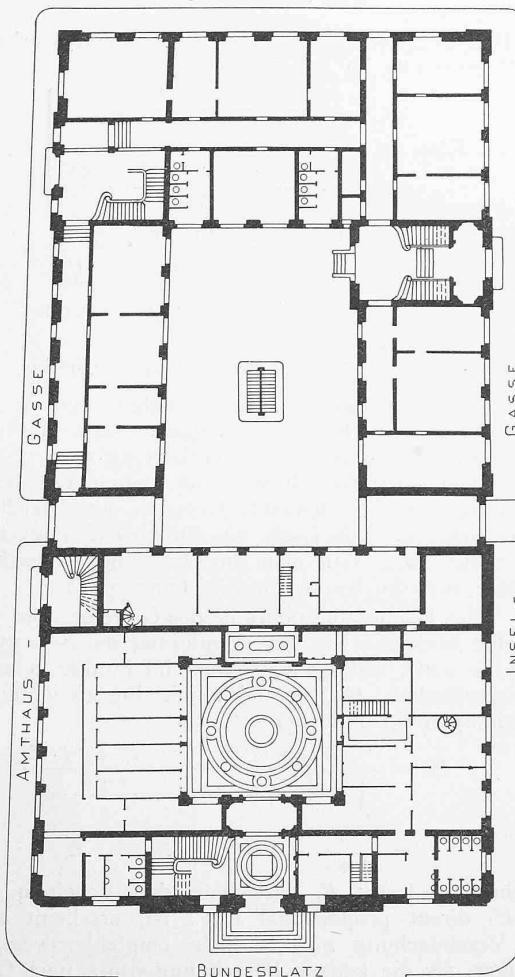


Querschnitt durch das Gebäude der Schweizer. Nationalbank.



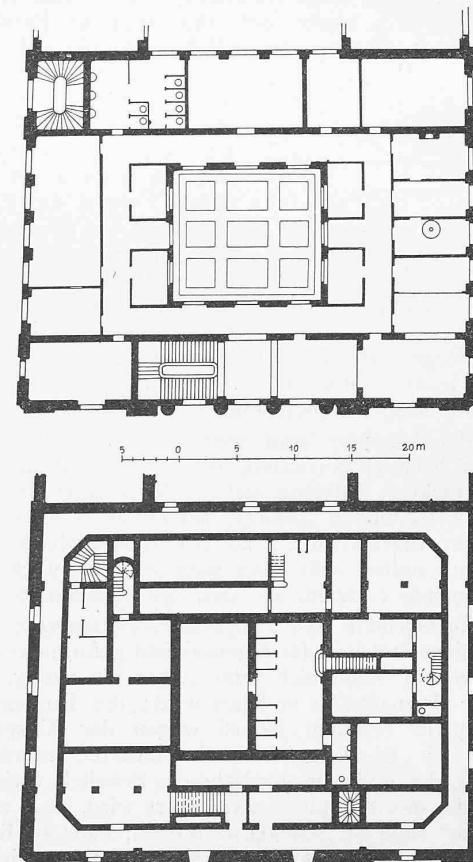
Masstab 1 : 600.

Querschnitt durch das eidg. Verwaltungsgebäude.



5. Zusammenfassung. Die in den Abschnitten 2 bis 4 mitgeteilten Untersuchungen gestatten, die Berechnung gelenkloser, nach der Stützlinie für Eigengewicht geformter Brückengewölbe bedeutend abzukürzen; der zu befolgende Rechnungsgang sei nachstehend nochmals übersichtlich zusammengestellt.

a) Voraus geht eine *erste Dimensionierung* auf Grund von Annäherungsformeln; daran schliesst sich die in bekannter Weise durchzuführende analytische Berechnung der Ordinaten der Gewölbeachse als Stützlinie für Eigengewicht. Deren Poldistanz ergibt sich zu H_s .



Grundrisse vom Erdgeschoss des ganzen Gebäudes sowie vom Keller und ersten Stock der Nationalbank.

Masstab 1 : 600.

b) Zur Bestimmung der *Beanspruchungen vom Eigen-Gewicht* wird vorausgesetzt, dass die Vertikalprojektion des Trägheitsmomentes vom Scheitel gegen die Kämpfer parabolisch zunimmt. Setzt man

$$\frac{J_s}{J_k \cos \varphi_k} = n,$$

so ergibt sich zunächst der Abstand des Punktes S vom Scheitel zu

$$y_s = \frac{3n+2}{5(n+2)} f.$$

Wettbewerb für die Schweizer Nationalbank und ein eidg. Verwaltungsgebäude in Bern.

IV. Preis. — Nr. 14. Motto: «N. B.» — Verfasser: Architekten Prince & Béguin in Neuenburg.



Schaubild des Gebäudes von dem im Programm angegebenen Standpunkt aus.

In diesem Punkte greift eine Kraft

$$\Delta H = - \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon} H_s$$

an, worin

$$\varepsilon = \frac{225}{4(3n+2)} \cdot \left(\frac{i_s}{f}\right)^2.$$

Die Randspannungen folgen dann aus

$$\sigma = \frac{H_s}{F \cos \varphi} \pm \frac{\Delta H \cdot y_k}{W};$$

darin ist y_k die Ordinate des gegenüberliegenden Kernpunktes.

c) Die Berechnung der Spannungen von der Verkehrsbelastung erfolgt mit Hilfe der Einflusslinien für die Kernpunktmomente; hierbei wird die Vereinfachung getroffen, dass die Vertikalprojektion des Trägheitsmomentes konstant sei. Der Angriffspunkt S der Reaktionen liegt (verschieden von dem unter b) benützten) um

$$y_s = \frac{1}{l} \int y' dx$$

unter dem Scheitel, derart, dass sich die von der x -Achse und der Gewölbeachse eingeschlossenen Flächen ausgleichen. Die im Abstande z vom rechten Auflager angreifende Einzellast $P = 1$ erzeugt im Punkte S die Reaktionen

$$H = \frac{15 z^2 (l-z)^2}{4 f l^3 (1+\varepsilon)},$$

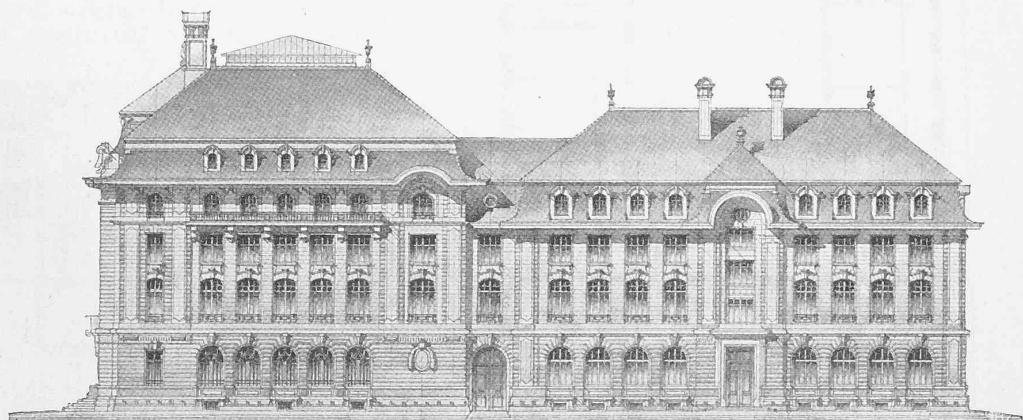
$$V = \frac{z^2 (3l-2z)}{l^3}, \quad M = \frac{z^2}{2l}.$$

Für ε ist der unter b) bereits berechnete Wert einzusetzen. Daraus ergeben sich die Einflusslinien der Kernpunktmomente in bekannter Weise.

d) Eine Temperaturschwankung um $\pm t^0$ erzeugt in dem unter b) berechneten Punkte S einen Horizontalschub

$$H_t = \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon} E \alpha t^0 F_s. —$$

Aus den Kernpunktmomenten dieser Kraft erhält man die Temperaturspannungen.



Ansicht der Fassade gegen die Inselgasse. — Masstab 1:600.

Das mitgeteilte Verfahren bedingt gegenüber der allgemeinen Methode eine ganz bedeutende Zeitsparnis, hauptsächlich aus dem Grunde, weil die zeitraubenden Näherungsberechnungen von Integralen wegfallen; auch wird die Bestimmung von elastischen Gewichten ganz umgangen. Besonders deutlich tritt die Vereinfachung bei den modernen Eisenbetongewölben mit Plattenbalken-Querschnitt zu Tage, bei welchen die Berechnung der elastischen Gewichte sehr mühsam ist. Dafür muss man freilich eine

Wettbewerb für die Schweizerische Nationalbank und ein eidg. Verwaltungsgebäude in Bern.

Angekaufter Entwurf Nr. 36. — Motto: «Oro». — Verfasser: Architekt Hans Unkraut in Zürich.

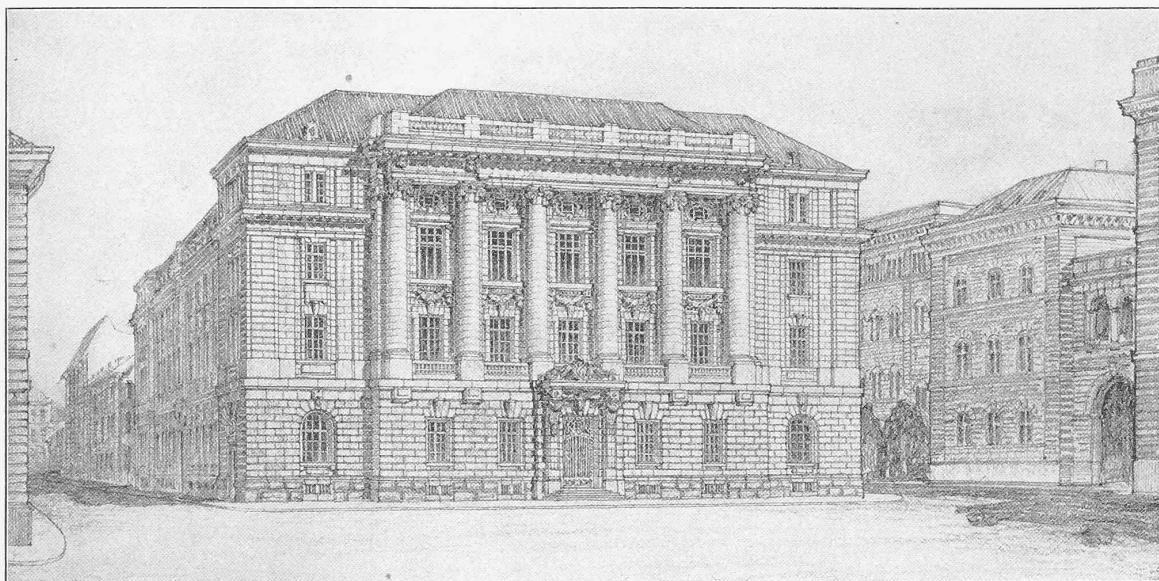


Schaubild des Gebäudes von dem im Programm angegebenen Standpunkt aus.

kleine Ungenauigkeit in Kauf nehmen, deren Betrag durch die in Abschnitt 2 bis 4 enthaltenen Betrachtungen klar gelegt ist. Der Fehler in der Spannungsberechnung bewegt sich in praktischen Fällen etwa zwischen 1 bis 3 kg/cm^2 . Wenn man bedenkt, dass die Nachgiebigkeit der Widerlager, der versteifende Einfluss des Aufbaues, die Unsicherheit

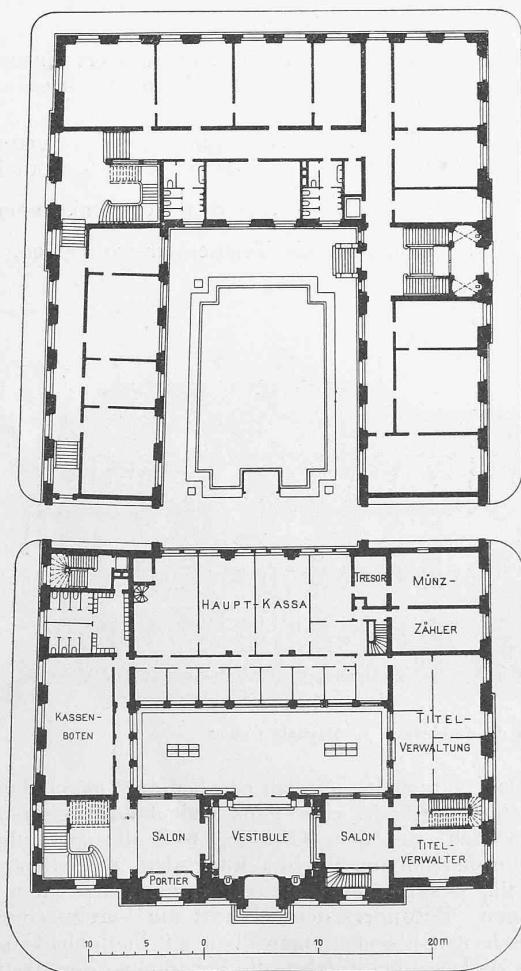
bezüglich der Uebertragung der Verkehrslasten auf den Bogen viel grössere Fehlerquellen in sich schliessen, wird man zugeben müssen, dass die empfohlenen Vereinfachungen für die Bedürfnisse der Praxis ohne weiteres zulässig sind.

Für den Anfänger sind die vorstehenden Untersuchungen nicht bestimmt; sie wären höchstens geeignet, ihn zu verwirren. Ihr Zweck ist erreicht, wenn sie dem praktisch tätigen Statiker auf einem etwas mühsamen, aber gegenwärtig sehr häufig vorkommenden Gebiet einige Erleichterung zu bringen vermögen.

Strassburg i. E., im Januar 1908.

Wettbewerb für die Schweizer. Nationalbank und ein eidg. Verwaltungsgebäude in Bern.

Auf den vorliegenden Seiten veröffentlichen wir als Abschluss unserer Darstellung der prämierten Entwürfe



Grundriss vom Erdgeschoss. — Masstab 1 : 600.



Längsschnitt durch das Gebäude der Schw. Nationalbank. 1 : 600.

dieses Wettbewerbs zunächst das mit einem IV. Preis bedachte Projekt Nr. 15 mit dem Motto: „N. B.“ der Architekten Prince & Béguin in Neuenburg und ferner die beiden zum Ankauf empfohlenen Arbeiten Nr. 20 mit dem Motto: „Seid umschlungen Millionen“ der Architekten Joss & Klauser in Bern, sowie Nr. 36 mit dem Motto: „Oro“ von Architekt Hans Unkraut in Zürich V. Zur Beurteilung verweisen wir auf das Gutachten des Preisgerichts S. 323.