

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 51/52 (1908)
Heft: 26

Artikel: Vereinfachung der Berechnung gelenkloser Brückengewölbe
Autor: Ritter, Max
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-27440>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 22.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Mit Hilfe dieser Beziehung können wir jetzt die Gleichung der Einflusslinie für den Horizontalschub, d. i. die erste der Gleichungen (4)

$$H = \frac{\delta'}{\int y^2 \frac{J_s}{J} ds + i_s^2 l}$$

leicht auf geschlossene Form bringen. Der Nenner wird

$$\begin{aligned} \int y^2 \frac{J_s}{J} ds + i_s^2 l &= \int y^2 dx + i_s^2 l \\ &= \frac{f^2}{(5 + \lambda)^2} \int \left[\frac{9 + \lambda}{5} - 6 \left(\frac{x}{w} \right)^2 - (\lambda - 1) \left(\frac{x}{w} \right)^4 \right]^2 dx + i_s^2 l \\ &= \frac{16 (7 \lambda^2 + 76 \lambda + 232)}{1575 (5 + \lambda)^2} f^2 l (1 + \varepsilon), \dots \dots \dots (23) \end{aligned}$$

worin $\varepsilon = \frac{1575 (5 + \lambda)^2}{16 (7 \lambda^2 + 76 \lambda + 232)} \cdot \left(\frac{i_s}{f} \right)^2 \dots \dots \dots (24)$

Der Zähler δ' folgt aus der Differentialgleichung der Biegelinie infolge $H = -1$, also aus

$$\frac{d^2 \delta'}{dx^2} = M_x \frac{J_s}{J \cos \varphi} = +y.$$

Setzt man für y den oben angegebenen Wert ein, so ergibt sich nach zweimaliger Integration

$$\delta' = \frac{(13 + 2 \lambda) w^6 - 3 (9 + \lambda) w^4 x^2 + 15 w^2 x^4 + (\lambda - 1) x^6}{30 (5 + \lambda) w^4} \cdot f$$

Von den Integrationskonstanten verschwindet die erste, während die zweite aus der Erwägung, dass für $x = w$, $\delta' = 0$ wird, leicht zu ermitteln ist. Die Gleichung der Einflusslinie des Horizontalschubes lautet jetzt

$$H = \frac{(13 + 2 \lambda) w^6 - 3 (9 + \lambda) w^4 x^2 + 15 w^2 x^4 + (\lambda - 1) x^6}{\frac{64 (7 \lambda^2 + 76 \lambda + 232)}{105 (5 + \lambda)} f w^5 (1 + \varepsilon)} \quad (25)$$

wo ε , d. i. das Glied, das die Verkürzung der Gewölbeachse berücksichtigt, aus Gleichung (24) zu entnehmen ist.

Mit Hilfe der Gleichung (25) können wir jetzt den Einfluss der Bogenform auf den Horizontalschub leicht überblicken, indem wir das Verhältnis $\lambda = \frac{g_k}{g_s}$ variieren lassen. In den Fällen der Praxis liegt λ wohl stets zwischen 1 und 4; der letztere Wert wird nur selten bei Brücken mit Hinterfüllung etwa erreicht. Mit $\lambda = 1$ geht Gleichung (25) ohne weiteres in Gleichung (18) über.

Zunächst möge der Einfluss der Bogenform auf das Glied ε gezeigt werden. Die Berechnung nach Gleichung (24) ergibt für

$$\begin{aligned} \lambda &= 1 \quad 2 \quad 4, \\ \varepsilon \left(\frac{f}{i_s} \right)^2 &= 11,25 \quad 11,71 \quad 12,30. \end{aligned}$$

Wie man sieht, hängt ε von λ nur sehr schwach ab; selbst für den extremen Fall $\lambda = 4$ wird ε kaum 10 % höher als für $\lambda = 1$. Zieht man noch die untergeordnete Rolle dieses Gliedes in Betracht, so hat man sich überzeugt, dass zur Berechnung von ε auch bei Stützliniengewölben stets $\lambda = 1$ gesetzt, also Gleichung (15) benützt werden darf. Dies gilt natürlich für jeden beliebigen Wert von n .

Der Einfluss der Bogenform auf den Horizontalschub geht aus nachfolgender Tabelle hervor, in welcher die um je $1/8$ der Spannweite abstehenden, nach Gleichung (25) berechneten Einflussordinaten für $\lambda = 1, 2$ und 4 zusammengestellt sind. Abbildung 5 enthält die graphische Darstellung.

Ordinate No.	3	2	1	0	1'	2'	3'
λ							
$H \frac{f(1 + \varepsilon)}{l}$	1	2	4				
$\frac{M_s}{l}$	25	18					
$\frac{M_k}{l}$	25	18					

Aus der Tabelle und Abbildung 5 erhellt zunächst die wichtige Erkenntnis, dass der Einfluss der Bogenform

auf den Horizontalschub nur unbedeutend ist; er äussert sich in der Weise, dass mit wachsendem λ die Einflussfläche etwas vergrößert wird. Man darf also zur Berechnung des Horizontalschubes und der Normalkräfte stets die einfache Gleichung (18) benützen, auch dann, wenn die Bogenachse nicht parabolisch, sondern als Stützlinie für Eigengewicht gewählt wurde; selbst in dem extremen Falle $\lambda = 4$ ändert sich dadurch die Rechnung nur um wenige Prozente.

Man kann sich fragen, ob Gleichung (18) auch bei der Ermittlung der Schnittmomente eines Stützliniengewölbes Verwendung finden darf. Um hierüber klar zu werden, haben wir den ungünstigen Fall angenommen, dass das Gewölbe nach einer Stützlinie für $\lambda = 4$ geformt ist, und darnach Scheitel- und Kämpfermoment erstens mit Benützung von Gleichung (25) und zweitens mit Benützung von Gleichung (18) berechnet. Die Ergebnisse sind ebenfalls in obenstehender Tabelle notiert und in Abbildung 5 graphisch dargestellt. Wie man erkennt, geben die beiden Berechnungsweisen nur ganz minimale Unterschiede, die für die Bedürfnisse der Praxis ausser Betracht fallen.

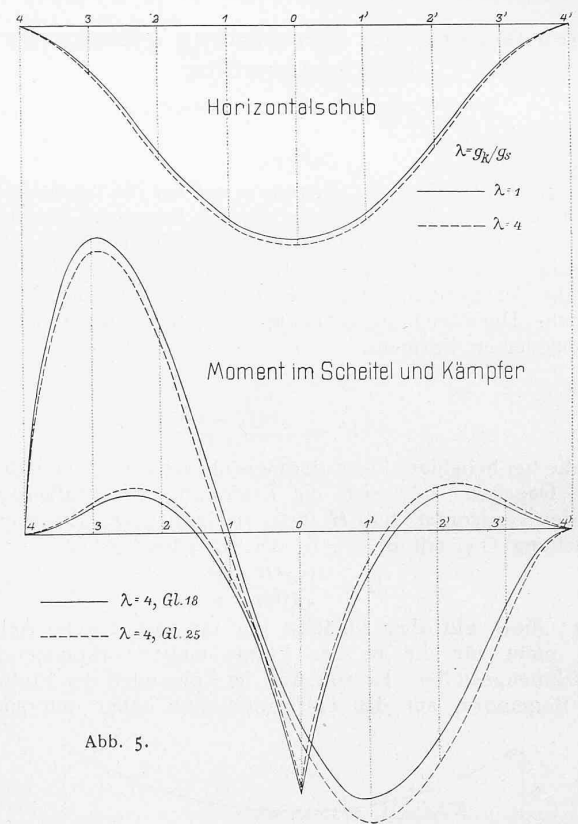


Abb. 5.

Bei obiger Untersuchung wurde das Glied ε vernachlässigt; man erkennt aber leicht, dass bei Berücksichtigung von ε die Unterschiede noch geringer werden. Dasselbe gilt für Querschnitte, die zwischen Kämpfer und Scheitel liegen, da dort der Einfluss des Horizontalschubes mehr zurücktritt.

Aus den mitgeteilten Betrachtungen darf jedoch keineswegs gefolgert werden, dass die Bogenform auf die Schnittmomente keinen Einfluss habe. Das Gegenteil ist der Fall, denn die Lage des Punktes S und damit der Hebelarm des Horizontalschubes ändert sich mit λ . Der Punkt S soll deshalb bei Stützliniengewölben mit Hilfe der Gleichung (21) sorgfältig festgelegt, und nicht einfach auf $2/3$ der Pfeilhöhe angenommen werden, wie dies in der Literatur gelegentlich empfohlen wurde. In den Fällen der Praxis liegt der Punkt S allerdings meist nur ganz wenig über $2/3$ der Pfeilhöhe; es empfiehlt sich aber doch, ihn genau zu bestimmen, weil die Schnittmomente dafür sehr empfindlich sind.

Um jeden Zweifel bezüglich der Anwendbarkeit der so einfachen Gleichung (18) auf Stützliniengewölbe auszuschliessen, sei noch bemerkt, dass man die vorstehende Untersuchung auch so führen kann, dass man als Gewölbeachse eine Potenzkurve $y' = c |x|^m = \frac{f}{w^m} |x|^m$ wählt und mit ihrer Hilfe für den Abstand des Punktes S vom Scheitel und den Horizontalschub der wandernden Einzelast geschlossene Ausdrücke ableitet. Analytische Schwierigkeiten sind hierbei keine vorhanden. Man erhält für den Abstand des Punktes S vom Scheitel $y_s = \frac{f}{m+1}$ und für die Einflusslinie des Horizontalschubes

$$H = \frac{2 \left(\frac{|x|}{w}\right)^{m+2} - (m+2) \left(\frac{x}{w}\right)^2 + m}{\frac{4(m+2)m^2}{(m+1)(2m+1)} f(1+\epsilon)} \cdot w,$$

worin
$$\epsilon = \frac{(2m+1)(m+1)^2}{m^2} \left(\frac{i_s}{f}\right)^2.$$

In praktischen Fällen liegt m stets zwischen 2 und 3. Für $m = 2$ ist die Gewölbeachse eine gewöhnliche Parabel; in der Tat geht hierfür obige Gleichung in Gleichung (18) über. Im Falle $m = 3$ ergibt sich eine kubische Parabel als Gewölbeachse; die zugehörige Belastungslinie sieht wie in

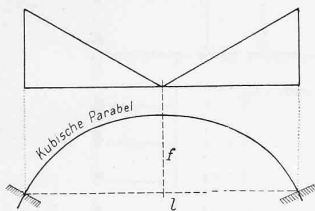


Abb. 6.

Abbildung 6 skizziert aus; $m = 3$ dürfte darnach wohl als extremster Fall zu betrachten sein. Indem man sich für $m = 2$ bis 3 nach obiger Formel die Einflussordinaten von H ausrechnet, überzeugt man sich auch nach diesem Vorgehen, dass tatsächlich innerhalb der Verhältnisse der Praxis der Einfluss der Bogenform auf den Horizontalschub so klein ist, dass der letztere ohne alle Bedenken stets nach der einfachen Gleichung (18) berechnet werden darf.

In der Literatur sind mehrere vergleichende Untersuchungen bekannt geworden, die mit den obenstehenden Angaben nicht in Einklang stehen. Dies rührt davon her, dass die betreffenden Autoren ausser der Grösse von H auch dessen Angriffspunkt S auf Grund parabolischer Achse bestimmten, sodass sich dann natürlich wesentlich andere Schnittmomente ergaben, als nach der genauen Rechnung.

4. Eigengewicht und Temperaturschwankungen. Wird ein nach einer Stützlinie für Eigengewicht geformtes Gewölbe ausgerüstet, so senkt sich seine Achse ein wenig, da sie durch die Normalkräfte verkürzt wird; die Tangenten an den Kämpfern behalten jedoch wegen der Ursprungslage ihre Lage bei. Die Folge davon ist, dass die ursprüngliche Krümmung der Achse in der Nähe des Scheitels verkleinert, in der Nähe des Kämpfers vergrössert wird, dass also die „Drucklinie“ nahe am Scheitel nach oben, nahe am Kämpfer nach unten ausschlägt (Abb. 7). Vernachlässigt man

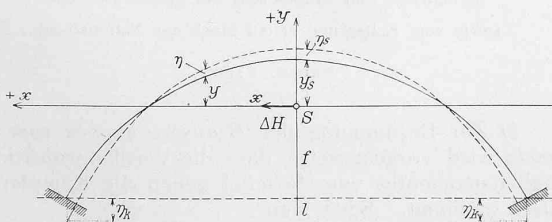


Abb. 7.

den Einfluss der Verkürzung der Bogenachse, so liegt kein Grund für irgend welche Abweichung der Drucklinie vor; es ist alsdann in jedem Querschnitt eine gleichmässige Kraftverteilung zu erwarten.

Aus dieser Erwägung folgt ohne weiteres, dass der Horizontalschub eines Stützliniengewölbes gleich $\frac{H_s}{1+\epsilon}$ ist, wo H_s die Poldistanz der Stützlinie bezw. der Gewölbeachse bezeichnet und ϵ die bei Gleichung (15) definierte Bedeutung hat. Die Reaktionen V und M sind von ϵ unabhängig; die Abweichungen der Drucklinie von der Gewölbeachse können also nur herrühren von der im Punkte S wirkenden Kraftdifferenz

$$\Delta H = \frac{H_s}{1+\epsilon} - H_s = -\frac{\epsilon}{1+\epsilon} \cdot H_s. \quad (26)$$

Indem man die von dieser Kraft erzeugten Randspannungen zu den gleichmässig verteilten addiert, erhält man die totalen Beanspruchungen vom Eigengewicht.

Um den Einfluss des veränderlichen Querschnitts auf die Eigengewichtsspannungen klarzulegen, berechnen wir die Exzentrizität der Drucklinie im Scheitel und im Kämpfer. Für irgend einen Querschnitt x, y ergibt sich ein Moment

$$M_x = -y \cdot \Delta H = \frac{\epsilon}{1+\epsilon} y H_s.$$

Die lotrecht gemessene Entfernung der Drucklinie von der Bogenachse beträgt also

$$\eta = \frac{M_x(1+\epsilon)}{H_s} = \epsilon y.$$

Mit Beachtung der Gleichungen (10) und (15) erhalten wir die Exzentrizität im Scheitel

$$\eta_s = \frac{45}{4(n+2)} \cdot \frac{i_s^2}{f}$$

und im Kämpfer

$$\eta_k = \frac{45(n+4)}{2(n+2)(3n+2)} \cdot \frac{i_s^2}{f} \quad (27)$$

Nach diesen Formeln findet man für

n	=	1	1/2	1/4
$\eta_s \frac{f}{i_s^2}$	=	3,75	4,50	5,00
$\eta_k \frac{f}{i_s^2}$	=	7,50	11,57	15,45

Wie ersichtlich, wachsen mit abnehmendem n die Abweichungen der Drucklinie ziemlich stark. Es empfiehlt sich deshalb hier, von der Vereinfachung $n = 1$ — wenigstens bei flachen Gewölben — abzusehen und die zur Berechnung von ΔH dienende Grösse ϵ aus Gleichung (15) zu entnehmen. Die Lage des Punktes S folgt dann aus Gleichung (10). Will man die Drucklinie aufzeichnen, so benütze man die bequemen Gleichungen (27).

Eine Temperaturänderung des Gewölbes um $\pm t^0$ hat dieselbe Wirkung, wie eine Aenderung der Spannweite um $\pm \Delta l = \alpha t^0 l$, bedingt also einen im Punkte S wirkenden Horizontalschub H_t , der sich mit Berücksichtigung der Gleichungen (3) und (15) zu

$$H_t = \frac{E \cdot \alpha t^0 l \cdot J_s}{\int y^2 \frac{J_s}{J} ds + i_s^2 l} = \frac{E \cdot \alpha t^0 l \cdot J_s}{\frac{1+\epsilon}{\epsilon} \cdot i_s^2} = \frac{\epsilon}{1+\epsilon} \cdot E \alpha t^0 F_s \quad (28)$$

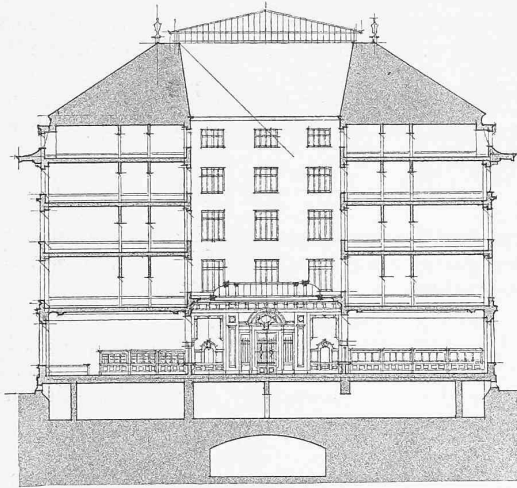
anschreiben lässt; F_s bezeichnet den Scheitelquerschnitt. Da H_t direkt proportional mit ϵ ist, erscheint auch hier die Vereinfachung $n = 1$ nicht empfehlenswert, um so weniger, als die genaue Berechnung von ϵ nach Gleichung (15) nennenswerte Arbeit nicht verursacht.

Die zur Berechnung des Gliedes ϵ und des Abstandes y_s dienenden Gleichungen (15) und (10) gelten zunächst nur für parabolische Gewölbeachsen. Praktisch darf man sie ohne alle Bedenken auch auf Stützliniengewölbe anwenden; die Untersuchungen im 3. Abschnitt lehrten in der Tat, dass ϵ und y_s mit wechselnder Bogenform nur sehr wenig variieren [vergl. die Gleichungen (22) und (24)]. Eine gewisse Ungenauigkeit ist natürlich mit den Gleichungen immer verknüpft, weil in praktischen Fällen die Querschnittänderung nur annähernd dem Gesetze (9) folgt, sie kann aber nur ganz unbedeutend sein.

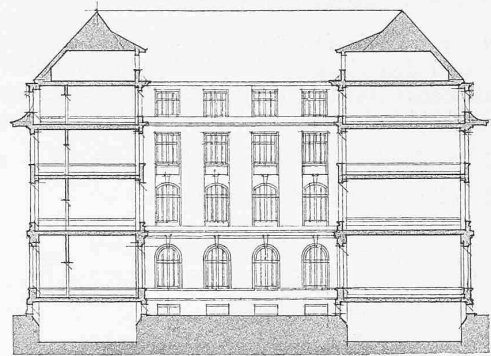
Wettbewerb für die Schweizer. Nationalbank und ein eidg. Verwaltungsgebäude in Bern.

IV. Preis. — Nr. 15. Motto: «N. B.»

Verfasser: Architekten Prince & Béguin in Neuenburg.

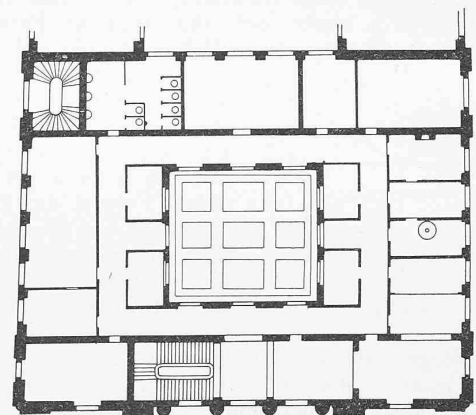
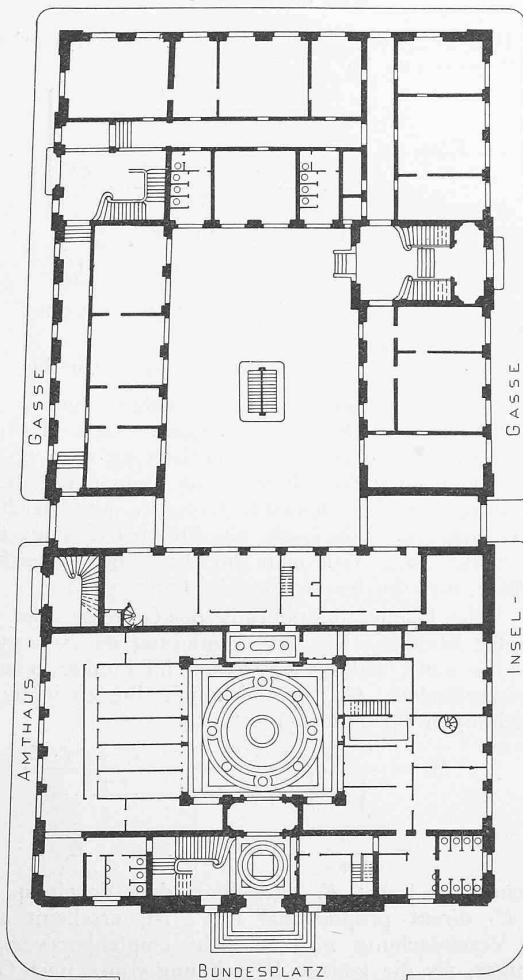


Querschnitt durch das Gebäude der Schweizer. Nationalbank.

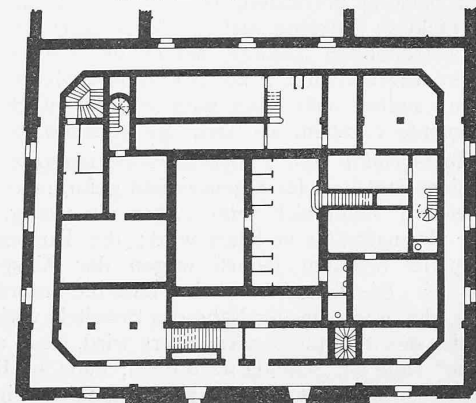


Masstab 1 : 600.

Querschnitt durch das eidg. Verwaltungsgebäude.



5 0 5 10 15 20m



Grundrisse vom Erdgeschoss des ganzen Gebäudes sowie vom Keller und ersten Stock der Nationalbank.

Masstab 1 : 600.

5. Zusammenfassung. Die in den Abschnitten 2 bis 4 mitgeteilten Untersuchungen gestatten, die Berechnung gelenkloser, nach der Stützlinie für Eigengewicht geformter Brückengewölbe bedeutend abzukürzen; der zu befolgende Rechnungsgang sei nachstehend nochmals übersichtlich zusammengestellt.

a) Voraus geht eine erste Dimensionierung auf Grund von Annäherungsformeln; daran schliesst sich die in bekannter Weise durchzuführende analytische Berechnung der Ordinaten der Gewölbeachse als Stützlinie für Eigengewicht. Deren Poldistanz ergibt sich zu H_s .

b) Zur Bestimmung der Beanspruchungen vom Eigengewicht wird vorausgesetzt, dass die Vertikalprojektion des Trägheitsmomentes vom Scheitel gegen die Kämpfer parabolisch zunimmt. Setzt man

$$\frac{J_s}{J_k \cos \varphi_k} = n,$$

so ergibt sich zunächst der Abstand des Punktes S vom Scheitel zu

$$y_s = \frac{3n + 2}{5(n + 2)} f.$$

Wettbewerb für die Schweizer Nationalbank und ein eidg. Verwaltungsgebäude in Bern.

IV. Preis. — Nr. 14. Motto: «N. B.» — Verfasser: Architekten Prince & Béguin in Neuenburg.



Schaubild des Gebäudes von dem im Programm angegebenen Standpunkt aus.

In diesem Punkte greift eine Kraft

$$\Delta H = - \frac{\epsilon}{1 + \epsilon} H_s$$

an, worin

$$\epsilon = \frac{225}{4(3n + 2)} \cdot \left(\frac{i_s}{f}\right)^2$$

Die Randspannungen folgen dann aus

$$\sigma = \frac{H_s}{F \cos \varphi} \pm \frac{\Delta H \cdot y_k}{W};$$

darin ist y_k die Ordinate des gegenüberliegenden Kernpunktes.

c) Die Berechnung der Spannungen von der Verkehrsbelastung erfolgt mit Hilfe der Einflusslinien für die Kernpunktsmomente; hierbei wird die Vereinfachung getroffen, dass die Vertikalprojektion des Trägheitsmomentes konstant sei. Der Angriffspunkt S der Reaktionen liegt (verschieden von dem unter b) benutzten) um

$$y_s = \frac{x}{l} \int y' dx$$

unter dem Scheitel, derart, dass sich die von der x -Achse und der Gewölbeachse eingeschlossenen Flächen ausgleichen. Die im Abstände z vom rechten Auflager angreifende Einzellast $P = 1$ erzeugt im Punkte S die Reaktionen

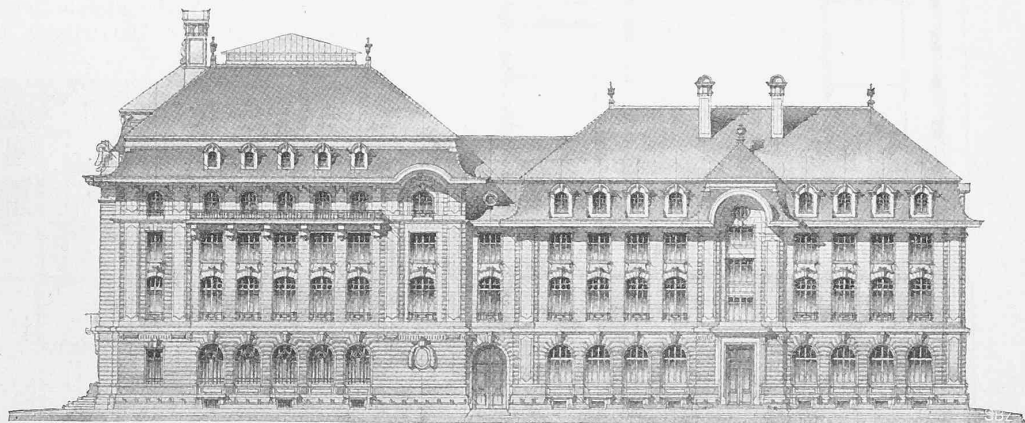
$$H = \frac{15 z^2 (l - z)^2}{4 f l^3 (1 + \epsilon)},$$

$$V = \frac{z^2 (3l - 2z)}{l^3}, \quad M = \frac{z^2}{2l}.$$

Für ϵ ist der unter b) bereits berechnete Wert einzusetzen. Daraus ergeben sich die Einflusslinien der Kernpunktsmomente in bekannter Weise.

d) Eine Temperaturschwankung um $\pm t^0$ erzeugt in dem unter b) berechneten Punkte S einen Horizontalschub

$H_t = \frac{\epsilon}{1 + \epsilon} E \alpha t^0 F_s$. — Aus den Kernpunktsmomenten dieser Kraft erhält man die Temperaturspannungen.



Ansicht der Fassade gegen die Inselgasse. — Masstab 1:600.

Das mitgeteilte Verfahren bedingt gegenüber der allgemeinen Methode eine ganz bedeutende Zeitersparnis, hauptsächlich aus dem Grunde, weil die zeitraubenden Näherungsberechnungen von Integralen wegfallen; auch wird die Bestimmung von elastischen Gewichten ganz umgangen. Besonders deutlich tritt die Vereinfachung bei den modernen Eisenbetongewölben mit Plattenbalken-Querschnitt zu Tage, bei welchen die Berechnung der elastischen Gewichte sehr mühsam ist. Dafür muss man freilich eine

Wettbewerb für die Schweizerische Nationalbank und ein eidg. Verwaltungsgebäude in Bern.

Angekaufter Entwurf Nr. 36. — Motto: «Oro». — Verfasser: Architekt Hans Unkraut in Zürich.

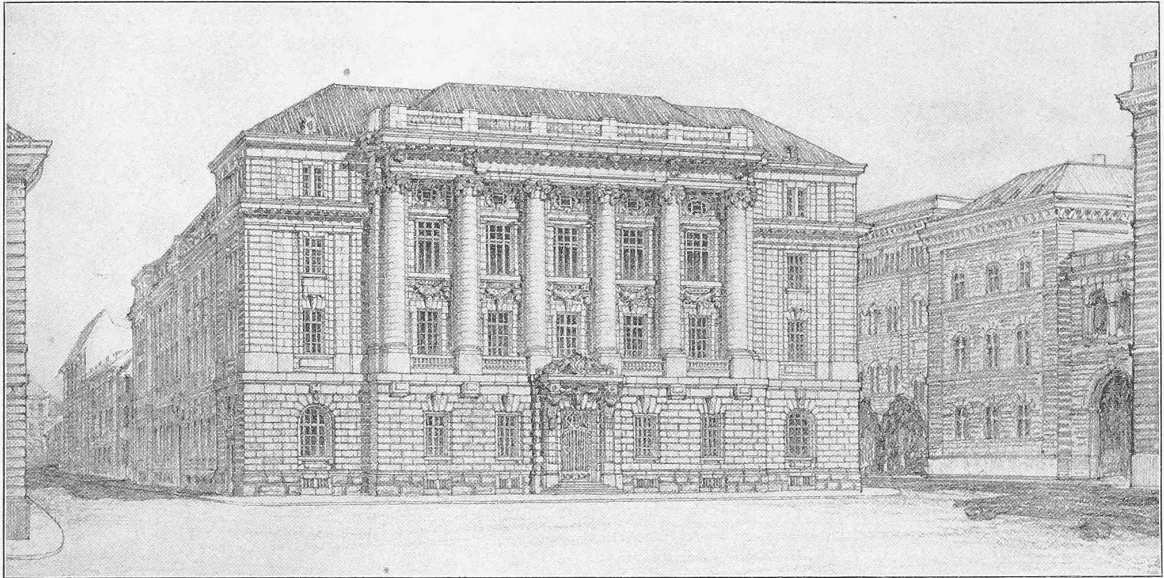


Schaubild des Gebäudes von dem im Programm angegebenen Standpunkt aus.

kleine Ungenauigkeit in Kauf nehmen, deren Betrag durch die in Abschnitt 2 bis 4 enthaltenen Betrachtungen klargelegt ist. Der Fehler in der Spannungsberechnung bewegt sich in praktischen Fällen etwa zwischen 1 bis 3 kg/cm^2 . Wenn man bedenkt, dass die Nachgiebigkeit der Widerlager, der versteifende Einfluss des Aufbaues, die Unsicherheit

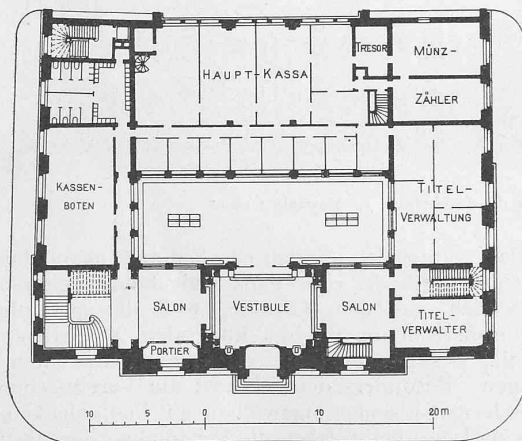
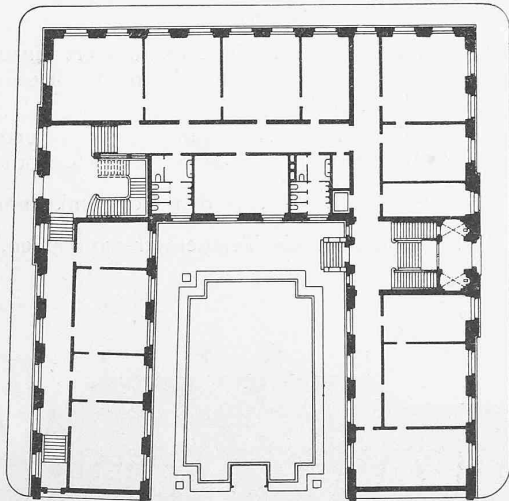
bezüglich der Uebertragung der Verkehrslasten auf den Bogen viel grössere Fehlerquellen in sich schliessen, wird man zugeben müssen, dass die empfohlenen Vereinfachungen für die Bedürfnisse der Praxis ohne weiteres zulässig sind.

Für den Anfänger sind die vorstehenden Untersuchungen nicht bestimmt; sie wären höchstens geeignet, ihn zu verwirren. Ihr Zweck ist erreicht, wenn sie dem praktisch tätigen Statiker auf einem etwas mühsamen, aber gegenwärtig sehr häufig vorkommenden Gebiet einige Erleichterung zu bringen vermögen.

Strassburg i. E., im Januar 1908.

Wettbewerb für die Schweizer. Nationalbank und ein eidg. Verwaltungsgebäude in Bern.

Auf den vorliegenden Seiten veröffentlichen wir als Abschluss unserer Darstellung der prämierten Entwürfe



Grundriss vom Erdgeschoss. — Masstab 1 : 600.



Längsschnitt durch das Gebäude der Schw. Nationalbank. 1 : 600.

dieses Wettbewerbs zunächst das mit einem IV. Preis bedachte Projekt Nr. 15 mit dem Motto: „N. B.“ der Architekten Prince & Béguin in Neuenburg und ferner die beiden zum Ankauf empfohlenen Arbeiten Nr. 20 mit dem Motto: „Seid umschlungen Millionen“ der Architekten Joss & Klauser in Bern, sowie Nr. 36 mit dem Motto: „Oro“ von Architekt Hans Unkraut in Zürich V. Zur Beurteilung verweisen wir auf das Gutachten des Preisgerichts S. 323.