

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 51/52 (1908)
Heft: 22

Artikel: Vereinfachung der Berechnung gelenkloser Brückengewölbe
Autor: Ritter, Max
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-27434>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 23.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

weit hinter sich, wobei allerdings nicht verhehlt werden darf, dass diese Zunahme immerhin Dezennien gebraucht und anfänglich manche Million als uneinbringliches Opfer gefordert hatte. Für das degehliche Fussfassen auf dem europäischen Festlande sind, wie bereits eingangs betont worden ist, die den deutschen Grundsätzen und strengern Anschauungen angepassten Ausgestaltungen von ausschlaggebendem Belang gewesen.

Eine der diesfälligen jüngern Weiterungen, die auf Anregung der Eisenbahndirektion Essen eingeführt wurde, besteht aus dem sogenannten *Lokomotivanschluss*. Das ist nämlich ein an einer beliebigen günstigen Bahnhofstelle am Leitungsnetz der Pressluft vorgesehener, angemessen eingerichteter Rohranschluss, der es ermöglicht — falls etwa im normalen Betriebe eine Störung eintreten würde — die auf den grossen Bahnhöfen in der Regel vorhandene Hilfsdienst- oder Verschiebbllokomotive in wenigen Minuten mit dem Rohrnetze derart zu verbinden, dass sie als Reserve-Pumpenmotor die Drucklufterzeugung übernehmen kann. Besonders bemerkenswert erscheint auch der in Haarlem zuerst durchgeführte Versuch, die Handhebel ganz wegzulassen und zur Bedienung der Schalter runde Knöpfe in Anwendung zu bringen. Zum Schlusse endlich darf nicht unerwähnt bleiben, dass die für Deutschland in Betracht kommenden Signalbauanstalten, angeregt durch das Bestreben des preussischen Ministers der öffentlichen Arbeiten rücksichtlich der Eisenbahneinrichtungen tunlichst Normalien zu schaffen, u. a. den Entwurf einer einheitlichen Stellwerkskonstruktion in Erwägung gezogen haben, die ebensogut für *rein elektrisch* als für *elektrisch pneumatisch* betriebene Anlagen anwendbar sein soll. Das weiter oben genannte, zurzeit im Bau begriffene Amsterdamer Weichen- und Signal-Stellwerk wird nun den ersten solchen einheitlichen Apparat erhalten und die aus dieser Anlage zu ziehenden Erfahrungen werden sonach für die künftige Ausgestaltung der in Rede stehenden Einrichtungen auch anderwärts, namentlich aber für Deutschland wichtiges Interesse besitzen.

Vereinfachung der Berechnung gelenkloser Brückengewölbe.

Von Dipl.-Ing. Max Ritter in Strassburg i. E.

Die statische Untersuchung gelenkloser Brückengewölbe nach dem gegenwärtig üblichen, auf der Elastizitätstheorie fußenden Verfahren erfordert bekanntlich einen erheblichen Aufwand an Zeit und geistiger Arbeit, wenn man genau rechnen will. In der Praxis wird dieser Umstand sehr lästig empfunden; er erschwert das Entwerfen eingespannter Gewölbe wesentlich und bildet wohl einen der Hauptgründe dafür, dass sich zur Zeit der Bogen mit drei Gelenken einer so grossen Beliebtheit erfreut.

Im Folgenden sollen nun einige Untersuchungen aus der Elastizitätstheorie vorgeführt werden, die geeignet sind, hier einige Erleichterung zu schaffen, indem mit ihrer Hilfe die Berechnung von eingespannten Gewölben bedeutend abgekürzt werden kann, ohne dass man an Genauigkeit merklich einbüsst. Die Untersuchungen stützen sich auf die übliche Behandlungsweise des eingespannten, elastischen Bogens, die wir deshalb als Einleitung in gedrängter Fassung voranzstellen. Der Kürze wegen mögen die Darlegungen auf symmetrische Gewölbe beschränkt bleiben, die ja in den weitaus häufigsten Fällen zur Anwendung kommen.

1. Einleitung:¹⁾

Zur Berechnung eines lotrecht belasteten, symmetrischen Gewölbes ohne Gelenke denken wir uns dessen linkes Widerlager entfernt und durch den daselbst wirkenden Kämpferdruck R ersetzt. Diesen zerlegen wir nach Art der

¹⁾ Vergl. die Abhandlung von Prof. Mörsch, «Berechnung von eingespannten Gewölben», Schweiz. Bauzeitung, Bd. XLVII, S. 83 u. ff.; ausserdem bezüglich der Ableitung der Gleichungen (3) Müller-Breslau, «Graphische Statik», II. 1, 4. Aufl. 1907.

Abbildung I in drei an einem vorläufig beliebigen, mit dem Kämpfer starr verbundenen Punktes S angreifende Komponenten, nämlich in den Horizontalschub H , die lotrechte Komponente V und das Drehmoment $M = Rr$. Die Größen H , V und M sind statisch nicht bestimmbare und müssen mit Hilfe von Elastizitätsgleichungen ermittelt werden.

Die Elastizitätsgleichungen ergeben sich in einfacher und sehr übersichtlicher Weise aus der Erwägung, dass jede Bewegung des Punktes S eine lineare Funktion der sie erzeugenden Kräfte sein muss. Bezeichnen wir darnach mit Δl , Δv und $\Delta \psi$ die tatsächlichen Verschiebungen des Punktes S in Richtung von H , V und M ($\Delta \psi$ bedeutet also die Drehung des Kämpfers um S), so lassen sich die Elastizitätsgleichungen unmittelbar in der Form niederschreiben:

$$\left. \begin{aligned} \Delta l &= \Sigma P \Delta l_0 - H \Delta l' - V \Delta l'' - M \Delta l''' \\ \Delta v &= \Sigma P \Delta v_0 - H \Delta v' - V \Delta v'' - M \Delta v''' \\ \Delta \psi &= \Sigma P \Delta \psi_0 - H \Delta \psi' - V \Delta \psi'' - M \Delta \psi''' \end{aligned} \right\}. \quad (1)$$

Die angewandte Bezeichnung erhellt ohne weiteres aus den Gleichungen; z. B. bedeuten Δl_0 , $\Delta l'$, $\Delta l''$, $\Delta l'''$ die horizontalen Verschiebungen des Punktes S , wenn auf den rechts eingespannten, links frei ausladenden Träger beziehungsweise die Kräfte $P = 1$, $H = -1$, $V = -1$, $M = -1$ einwirken, usw.

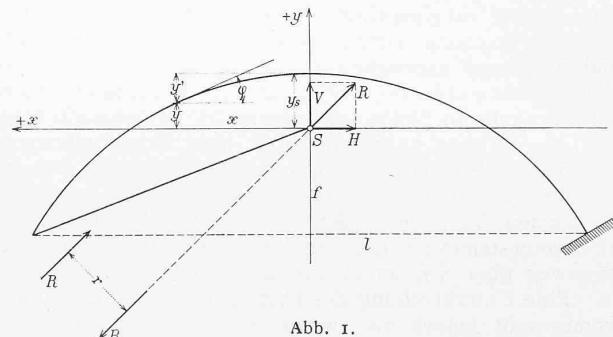


Abb. I.

Die Gleichungen (1) lassen sich mit Hilfe des bekannten Satzes von der Gegenseitigkeit der Formänderungen umschreiben in

$$\left. \begin{aligned} \Delta l &= \Sigma P \delta' - H \Delta l' - V \Delta v' - M \Delta \psi' \\ \Delta v &= \Sigma P \delta'' - H \Delta l' - V \Delta v'' - M \Delta \psi'' \\ \Delta \psi &= \Sigma P \delta''' - H \Delta l''' - V \Delta v''' - M \Delta \psi''' \end{aligned} \right\}. \quad (2)$$

worin δ' , δ'' , δ''' die Senkungen des Angriffspunktes einer Last P infolge der Ursachen $H = -1$, $V = -1$, $M = -1$ bezeichnen.

Eine weitere, für die praktische Durchführung der Berechnung sehr wertvolle Vereinfachung wird erzielt, wenn wir den Punkt S so wählen, dass die Verschiebungen $\Delta l''' = \Delta v'$, $\Delta l''' = \Delta \psi'$ und $\Delta v''' = \Delta \psi''$ verschwinden. Die Gleichungen (2) enthalten dann nur je eine der statisch unbestimmten Größen; diese ergeben sich somit sehr einfach zu

$$\left. \begin{aligned} H &= \frac{\Sigma P \delta' - \Delta l}{\Delta l'}, \\ V &= \frac{\Sigma P \delta'' - \Delta v}{\Delta v''}, \\ M &= \frac{\Sigma P \delta''' - \Delta \psi}{\Delta \psi''}. \end{aligned} \right\}. \quad (3)$$

Wir setzen in der Folge starre Widerlager voraus, haben also $\Delta l = \Delta v = \Delta \psi = 0$. Die Verschiebungen $\Delta l'$, $\Delta v''$ und $\Delta \psi'''$ drücken wir analytisch aus, indem wir das Prinzip der virtuellen Arbeit auf den rechts eingespannten Freiträger anwenden, der unter dem Belastungs- und Verschiebungszustand $H = -1$, bzw. $V = -1$, $M = -1$ steht; hiefür kann wegen der geringen Krümmung der Brückengewölbe unbedenklich die Arbeitsgleichung für gerade Stäbe Anwendung finden. Wir erhalten, mit Bezug auf das in Abbildung I skizzierte durch S gelegte Achsenkreuz und den üblichen Bezeichnungen

$$\begin{aligned}\Delta l' &= \int \frac{y^2}{EJ} ds + \int \frac{\cos^2 \varphi}{EF} ds, \\ \Delta v'' &= \int \frac{x^2}{EJ} ds + \int \frac{\sin^2 \varphi}{EF} ds, \\ \Delta \psi''' &= \int \frac{ds}{EJ}\end{aligned}$$

worin φ den Neigungswinkel der Tangente an irgend einen Punkt x, y der Bogenachse bedeutet, und die Integrationen über die ganze Bogenlänge auszudehnen sind. In dem Ausdruck für $\Delta l'$ ist das zweite Glied gegenüber dem ersten sehr klein, weshalb man dafür ohne merklichen Fehler den Wert $\frac{l}{EJ_s}$ schreiben darf, unter l die Spannweite und unter J_s den Scheitelquerschnitt des Gewölbes verstanden. Der zweite Summand in dem Ausdruck für $\Delta v''$ ist relativ so klein, dass er stets vernachlässigt werden darf. Führen wir noch das Trägheitsmoment J_s des Scheitelquerschnittes ein und setzen $\frac{J_s}{F_s} = i_s^2$ (i_s = Trägheitsradius), so erhalten wir schliesslich für H, V und M die Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} H &= \frac{\Sigma P \delta'}{\int y^2 \frac{J_s}{J} ds + i_s^2 l} \\ V &= \frac{\Sigma P \delta''}{\int x^2 \frac{J_s}{J} ds} \\ M &= \frac{\Sigma P \delta'''}{\int \frac{J_s}{J} ds} \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (4)$$

die unsren weitern Betrachtungen zu Grunde liegen.

δ', δ'' und δ''' sind hierin die mit $E \cdot J_s$ multiplizierten Senkungen der Angriffspunkte der Lasten P infolge $H = -1$, bez. $V = -1, M = -1$. Zur Bestimmung dieser Grössen sollte man streng genommen von der Differentialgleichung der Biegungslinie gekrümmter, auf Biegung, Druck und Schub beanspruchter Stäbe ausgehen; man begeht aber praktisch kaum einen Fehler, wenn man einfach die Differentialgleichung

$$\pm \frac{d^2 \delta}{dx^2} = M_x \frac{J_s}{J \cos \varphi} \quad \dots \quad (5)$$

d. h. den Satz von Mohr benützt.

Für die Lage des Punktes δ liefert das Prinzip der virtuellen Verschiebungen, entsprechend angewendet, die analytischen Bedingungen:

$$\begin{aligned}\Delta l'' &= \Delta v' = \int \frac{xy}{EJ} ds = 0, \\ \Delta l''' &= \Delta \psi' = \int \frac{y}{EJ} ds = 0, \\ \Delta v''' &= \Delta \psi'' = \int \frac{x}{EJ} ds = 0;\end{aligned}$$

d. h.: S liegt im Schwerpunkt der an der Bogenachse angreifenden, elastischen Gewichte $\frac{ds}{EJ}$, oder auch der

Gewichte $ds \cdot \frac{J_s}{J}$. Ist somit y' die Ordinate eines Bogen-elementes von der durch den Scheitel des Gewölbes gelegten Wagrechten, so hat der Punkt S vom Scheitel den Abstand:

$$y_s = \frac{\int y' \frac{J_s}{J} ds}{\int \frac{J_s}{J} ds} \quad \dots \quad (6)$$

Hat man für den in Frage kommenden Belastungsfall H, V und M berechnet, so findet man die Randspannungen am einfachsten aus den Kernpunktsmomenten. Für die nachfolgenden Betrachtungen erscheint es indessen zweckmässiger, die Schnittmomente auf die Schwerpunkte zu beziehen. Für irgend einen Querschnitt mit dem Schwerpunkt x, y ergibt sich ein Biegungsmoment

$$\left. \begin{aligned} M_x &= M_0 + M - V \cdot x - H \cdot y, \\ \text{sowie eine Normalkraft} \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (7)$$

$N_x = N_0 + V \sin \varphi + H \cos \varphi,$

wo M_0 das Moment und N_0 die Normalkraft des rechts eingespannten Freiträgers bedeuten. (Forts. folgt.)

VII. Jahresversammlung des Vereins schweizerischer Konkordatsgeometer am 17./18. Mai in St. Gallen.

Ungeachtet der exzentrischen Lage St. Gallens war der Besuch sehr zahlreich; es war die stattliche Zahl von 93 Mitgliedern erschienen, angezogen durch die schöne Witterung, die für das Programm des zweiten Tages das Beste versprach, namentlich aber durch die reichhaltigen, interessanten Traktanden.

Als von allgemeinem und speziellem Interesse für die Leser der «Bauzeitung» heben wir aus letztern vor allem die Frage über die allgemeine und spezifisch fachliche Ausbildung der Geometer hervor. Aufgerollt wurde diese durch die an der Jahresversammlung in Basel vor zwei Jahren gestellte «Motion Sutter», dahingehend, es sei für die allgemeine Vorbildung der patentierten Geometer die Maturität, für die fachliche Ausbildung der Besuch einer am Polytechnikum einzurichtenden Geometerschule zu verlangen¹⁾.

Die grosse Mehrzahl der Konkordatsgeometer hat die Geometerschule am Technikum Winterthur besucht. Wie für alle übrigen Abteilungen wird als Vorbedingung zum Eintritt in diese der erfolgreiche Besuch einer zürcherischen Sekundarschule oder einer ähnlichen, auf gleicher Höhe stehenden Anstalt verlangt. Das der zürcherischen Sekundarschule gesteckte Ziel will aber einen gewissen Bildungsabschluss zum unmittelbaren Eintritt in das praktische Leben ermöglichen, was die Sekundarschule zu einer etwas einseitigen Berücksichtigung der Realien führt. Die Folge ist ein Zurücktreten der sprachlichen Ausbildung.

Die Geometerschule am Technikum hat jetzt sechs Semesterkurse. Die ersten zwei werden von allgemein bildenden Fächern und Mathematik in Anspruch genommen; im dritten Kurse wird noch Deutsch, Physik, Mineralogie und Gesteinslehre, sodann landwirtschaftliche Botanik gelehrt, die übrige Zeit ist durch Mathematik und den eigentlichen Fachunterricht ausfüllt. Die folgenden drei Kurse weisen außer Mathematik nur spezifisch geodätische und kulturtechnische Fächer auf. Dieses Programm vermittelt somit zwar eine genügende technische, nicht aber auch eine allgemeine Ausbildung und das Verlangen nach einer auf breiterer Grundlage aufgebauten Berufsbildung der zukünftigen Geometer wird immer mehr empfunden. Ueber die Wege, die zu diesem Ziele führen sollen, gehen aber die Ansichten auseinander.

Nachdem die Diskussion über die Schulfrage nun zwei Jahre lang den Vorstand und eine besondere Studienkommission beschäftigt hat, erkannte man, dass Maturität und Polytechnikum ein zurzeit unerreichtes Ideal seien, dessen Verwirklichung aber im Auge behalten werden müsse. Eine Vermehrung der Semesterzahl am Technikum glaubte man auch nicht empfehlen zu können, da in derselben die Gefahr liegt, dass gerade das nicht erreicht wird, was angestrebt werden soll: Die Vermehrung der Bildung nach der allgemeinen Seite hin. Einer weitern Anregung, als Vorbildung zum Eintritt in eine viersemestrige Geometerschule mit ausschliesslicher Fachbildung den Besuch eines Progymnasiums oder einer Industrie-schule während zwei Jahren nach Absolvierung der Sekundarschule zu verlangen (ähnlich wie in Württemberg), stellte sich das Bedenken gegenüber, dass die Mittelschulen ihr Programm der Maturität angepasst haben und Elemente, die vor derselben die Schule verlassen, nicht speziell berücksichtigen könnten.

In den letzten Jahren ist dem neuen Technikum in Freiburg ebenfalls eine Geometerschule angegliedert worden, der Lehrplan ist dem des zürcherischen Technikums entnommen mit der einzigen Ausnahme, dass die Ansprüche an die Vorbildung noch bescheidener gehalten sind⁽¹⁾. Auch am Technikum in Genf zeigen sich die Anfänge einer Geometerschule mit einem gegenüber Winterthur wesentlich reduziertem Programm. Die Waadt-länder Geometer haben die Möglichkeit, an der technischen Fakultät der Universität Lausanne die für sie passenden Kollegien zu belegen, eine eigentliche Fachschule besteht nicht, dagegen ein ziemlich strenges, auch in die verwandten Gebiete des Zivilrechtes übergreifendes Examen.

Dem Konkordat betreffend Freizügigkeit und gemeinschaftliche Prüfung der Geometer gehören jetzt die Stände Zürich, Bern, Luzern, Solothurn, Baselstadt, Baselland, Schaffhausen, St. Gallen, Thurgau und Graubünden an; die Kantone der Innerschweiz machen in der Regel den Besitz des Patentes zur Bedingung bei Ausführung von Vermessungsarbeiten, obwohl sie dem Konkordat nicht angehören; der Kanton Tessin verlangt ein Examen mit ziemlich reduzierten Ansprüchen.

Mit dem Inkrafttreten des neuen Zivilgesetzes, das uns eine einheitliche Grundbuchordnung, beruhend auf geometrischen Vermessungen,

¹⁾ Bd. II, S. 40.