Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 51/52 (1908)
Heft: 18

Artikel: Berechnung kreisförmiger Gewölbe gegen Wasserdruck
Autor: Mörsch, Emil
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-27419

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 21.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

stürzte die Brücke ein und zwar erfolgte der Einsturz so plötzlich, dass dessen Dauer eine Viertelsminute nicht überschritten haben soll.

Die Schlussfolgerungen der Experten sind in der Hauptsache die folgenden:

Der Einsturz ist durch das Versagen der untern Gurtungen im Verankerungsarme nahe am Hauptpfeiler entstanden und zwar infolge fehlerhaften Entwurfes dieser Gurtungen. Diese auf Druck beanspruchten Teile waren seitlich nicht genügend durch das Gitterwerk versteift, ausserdem war in jedem Felde ein am Bauplatze zu vernietender Stoss, der infolge der Ueberhöhung der Brücke zuerst nur provisorisch durch Laschen und Bolzen befestigt wurde, sodass an dieser Stelle eine Verschwächung der an sich schon zu schwachen Gurtung eintrat.

Die Spannungen, die den Einsturz hervorriefen, waren solche, wie sie im regelmässigen Gang der Montierung auftreten mussten.

Die Vorschriften für den Bau dieser Brücke halten die Experten für ungenügend; die zulässigen Spannungen waren höher vorgesehen als diejenigen der bisherigen Praxis; sie waren jedoch von allen am Bau Interessierten ohne Einspruch angenommen worden.

Ein schwerer Fehler bestand darin, dass das Eigengewicht zu schwach ermittelt und nachträglich nicht rechtzeitig kontrolliert wurde. Dieser Fehler hat den Einsturz beschleunigt.

Der Einsturz hätte nach Ansicht der Experten durch irgendwelche Massregel, welche nach Wahrnehmung der ersten Anzeichen von Ueberanstrengung am 27. August getroffen worden wären, nicht vermieden werden können. Mit Rücksicht auf die Gefahr für die Arbeiter wäre jeder Versuch, die Konstruktion zu verstärken oder abzutragen, unmöglich gewesen.

Es fehlte seitens der Quebecbrückengesellschaft an der Anstellung eines erfahrenen Brückeningenieurs; dadurch wurde eine ungenügende Kontrolle ausgeübt.

Keiner der mit dem Generalentwurf betrauten Ingenieure erfasste in richtiger Weise die Grösse des Werkes und die Unzulänglichkeit der Grundlagen, von denen dasselbe abhing. Die speziellen experimentellen Untersuchungen und Studien, die nötig gewesen wären, um das Urteil der entwerfenden Ingenieure zu bestätigen, wurden unterlassen.

Die Experten sprechen die Ansicht aus, dass die heutigen Kenntnisse über das Verhalten von Stahlsäulen gegen Knicken nicht genügen, um solche Konstruktionen wie die Quebecbrücke mit Sparsamkeit entwerfen zu können.

Welche Schritte getan worden sind zum Wiederbeginn der Arbeiten, ist zur Zeit nicht bekannt. Das Material für die nördliche Brückenhälfte liegt bereit, jedoch in den gleichen Abmessungen, wie dasjenige des eingestürzten südlichen Teiles. Dass der Entwurf inbezug auf Brückenbreite zu schweren Bedenken Anlass gibt, scheint von den Experten nicht berücksichtigt worden zu sein.

F. Schüle

L'architecture contemporaine dans la Suisse romande.

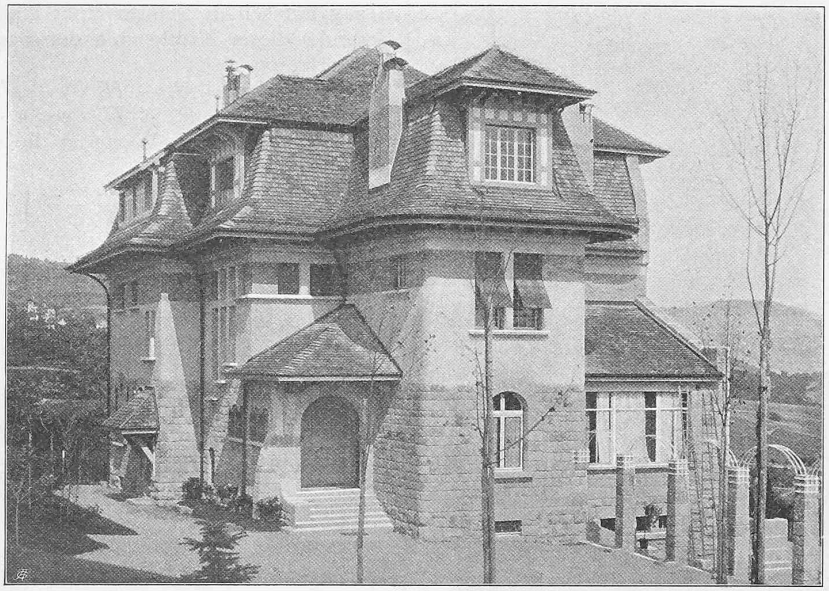


Fig. 29. La «Sauvagère» à Lausanne. — Architectes MM. *Monod & Laverrière.*

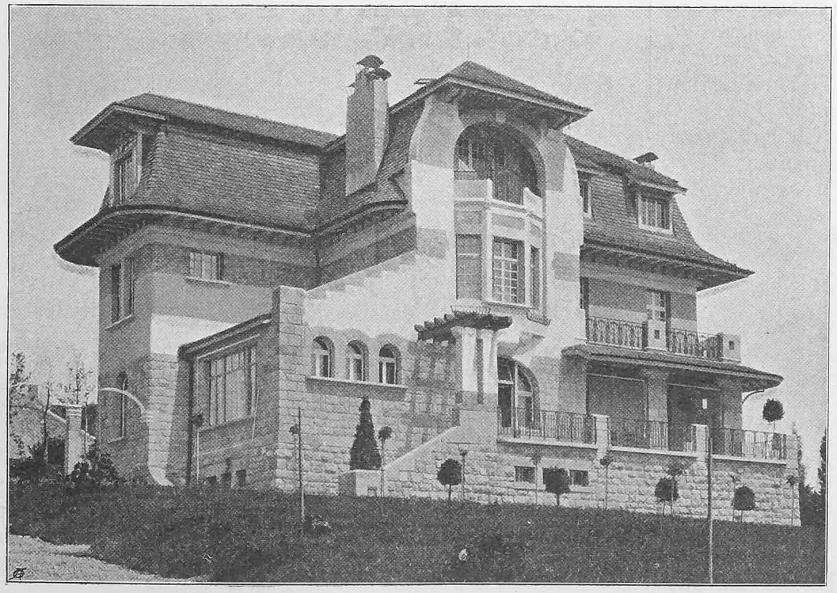


Fig. 30. La «Sauvagère» à Lausanne.

Berechnung kreisförmiger Gewölbe gegen Wasserdruck.

Von Professor *Emil Mörsch* in Zürich.

Die nachfolgende Berechnung bezieht sich auf horizontal liegende kreisförmige Gewölbe, die einem Wasserdruck ausgesetzt sind. Dieser Fall kommt z. B. bei Talsperren vor, die als Abschluss enger Schluchten in Form horizontal liegender Gewölbe ausgeführt werden.[1]) Es wirkt dann in jeder Zone ein konstanter Wasserdruck normal auf den Gewölberücken.

Unter der Voraussetzung, dass das Gewölbe nach einem Kreisbogen gekrümmt ist und eine konstante Dicke erhält, ist seine Mittellinie eine Stützlinienform für die konzentrische Belastung durch Wasserdruck. Der Druck ist bei dieser Stützlinie, die aber nicht die tatsächliche ist, für alle Fugen konstant und werde gleich R_s gesetzt.

Nehmen wir in Abbildung 1 (S. 234) das linke Auflager weg und bringen im Kämpferquerschnitt dort die Reaktion R_s an, die der mit der Bogenmittellinie zusammenfallenden Stützlinie für den Wasserdruck entspricht, so fällt die Mittelkraftslinie mit der Bogenmitte zusammen und das Gewölbe wird

[1]) Eine derartige Talsperre kommt demnächst am Fallenbach bei Amden zur Ausführung.

L'architecture contemporaine dans la Suisse romande.

Fig. 31. Le hall de la «Sauvagère».
Architectes MM. *Monod & Laverrière*, Lausanne.

sich unter Einfluss der Normalkräfte auf die einzelnen Fugen verkürzen. Da aber die Spannweite unverändert bleiben muss, so kann R_s nicht die richtige Auflagerkraft des eingespannten Bogens sein, vielmehr muss noch eine weitere, zunächst beliebige Ergänzungskraft R_e hinzugefügt werden. Die beiden Komponenten H_e und V_e der letztern können wir an dem in starrer Verbindung mit dem linken Kämpferquerschnitt zu denkenden Punkt O wirken lassen, wenn wir gleichzeitig noch ein Kräftepaar vom Moment M_e beifügen. Die drei Komponenten H_e, V_e und M_e sind als die statisch unbestimmten Grössen aus den

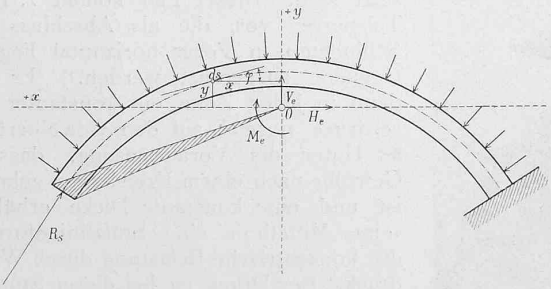


Abb. 1.

drei Elastizitätsgleichungen zu ermitteln, die sich aus der unveränderten Lage des linken Kämpferquerschnitts ergeben.

Nach der vom Verfasser in der Schweizerischen Bauzeitung 1906, Band XLVII, No. 7 und 8 erschienenen Abhandlung ist die unveränderte Lage des Kämpferquerschnitts, bezw. des in starrer Verbindung mit ihm stehenden Punktes O durch folgende drei Gleichungen ausgedrückt:

1. Keine Horizontalverschiebung von Punkt O:

$$o = \int \frac{M_e}{EJ} \cdot ds \cdot y - \int \frac{N_e}{EF} \cdot ds \cdot \cos\varphi$$

2. Keine Vertikalverschiebung von Punkt O:

$$o = \int \frac{M_x}{EJ} \cdot ds \cdot x - \int \frac{N_x}{EF} \cdot ds \cdot \sin\varphi$$

3. Keine Drehung um den Punkt O:

$$o = \int \frac{M_x}{EJ} \cdot ds$$

Der Voraussetzung gemäss ist das Moment von R_s und den links von einem Schnitt $(x\,y)$ wirkenden Wasserdrücken in Bezug auf seinen Schwerpunkt gleich Null, weil die Resultierende dieser Kräfte mit der Bogenachse zusammenfällt. Wir erhalten also:

$$M_x = M_e - H_e \cdot y - V_e \cdot x$$
$$N_x = R_s + H_e \cdot \cos\varphi + V_e \cdot \sin\varphi$$

Mit Einsetzen dieser Werte in die drei obern Gleichungen bekommt man

$$o = M_e \int \frac{ds \cdot y}{EJ} - H_e \int \frac{y^2 \cdot ds}{EJ} - V_e \int \frac{x \cdot y \cdot ds}{EJ} - R_s \int \frac{ds}{EF} \cdot \cos\varphi$$
$$- H_e \int \frac{\cos^2\varphi}{EF} \cdot ds - V_e \int \frac{ds \cdot \sin\varphi \cdot \cos\varphi}{EF}$$

$$o = M_e \int \frac{ds \cdot x}{EJ} - H_e \int \frac{x \cdot y \cdot ds}{EJ} - V_e \int \frac{x^2 \cdot ds}{EJ} - R_s \int \frac{ds \cdot \sin\varphi}{EF}$$
$$- H_e \cdot \int \frac{ds \cdot \sin\varphi \cdot \cos\varphi}{EF} - V_e \int \frac{ds \cdot \sin^2\varphi}{EF}$$

$$o = M_e \int \frac{ds}{EJ} - H_e \int \frac{y \cdot ds}{EJ} - V_e \int \frac{x \cdot ds}{EJ}$$

Berechnung kreisförmiger Gewölbe gegen Wasserdruck.

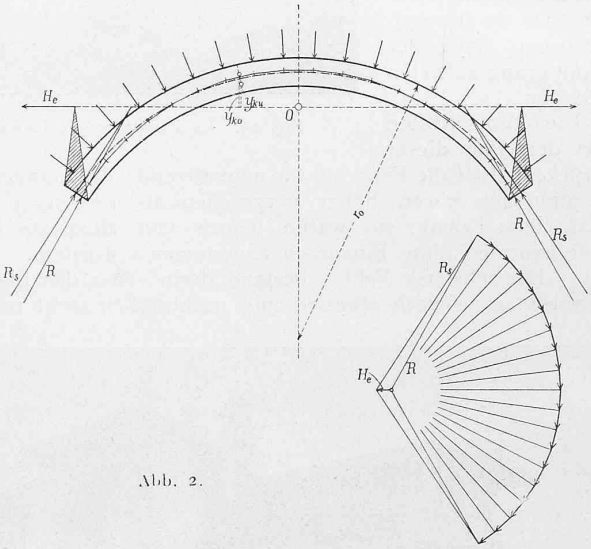


Abb. 2.

Wählt man die Lage des Punktes O so, dass

$$\int \frac{y \cdot ds}{J} = o, \int \frac{x \cdot ds}{J} = o \text{ und } \int \frac{x \cdot y}{J}\, ds = o$$

ist, so heisst dies, dass er mit dem Schwerpunkt der elastischen Gewichte $\frac{ds}{J}$ zusammenfalle, dass die y-Achse Symmetrieachse des Bogens ist und dass die x-Achse auf ihr senkrecht steht. Infolge der alsdann vorhandenen Symmetrie werden alle Integrale mit $\sin\varphi$ gleich Null, weil jedem Bogenelement mit positivem $\sin\varphi$ auf der linken Hälfte ein gleiches mit negativem $\sin\varphi$ auf der rechten Hälfte entspricht. Es ergibt sich alsdann aus der dritten Bedingungsgleichung $M_e = o$, aus der zweiten $V_e = o$ und sodann aus der ersten

$$H_e = - \frac{R_s \int \frac{\cos\varphi \cdot ds}{F}}{\int \frac{y^2 \cdot ds}{J} + \int \frac{\cos^2\varphi \cdot ds}{F}}$$

Da die Bogendicke als konstant vorausgesetzt war, wird der Ausdruck

$$H_e = \frac{- R_s \cdot l}{\frac{F}{J} \cdot \int y^2 \cdot ds + \int \cos^2\varphi \cdot ds}$$

Da diese Kraft in starrer Verbindung mit dem linken Kämpferquerschnitt zu denken ist, so wirken am Gewölbe die in Abbildung 2 gezeichneten Auflagerreaktionen R_s und H_e. Die Kraft R_s berechnet sich nach der Formel

$$R_s = p \cdot r_0$$

wo p der spezifische Wasserdruck auf die Oberfläche des Gewölbes und r_0 dessen äusserer Radius ist. Da H_e negativ ist, wirkt diese Kraft von rechts nach links und erzeugt im Gewölbeteil unterhalb der x-Achse, also gegen den Kämpfer hin, negative Biegungsmomente mit Druckspannungen an der innern Leibung und Zugspannungen im wasserseitigen Gewölberücken; im Bogenteil gegen den Scheitel hin treten infolge der Zusatzkraft die Druckspannungen am Gewölberücken und die Zugspannungen an der innern Leibung auf. Die Randspannungen sind also

$$\sigma_0 = \frac{R_s}{F} + \frac{H_e \cdot y_{ku}}{W}$$

$$\sigma_u = \frac{R_s}{F} - \frac{H_e \cdot y_{ko}}{W}$$

Will man den Verlauf der tatsächlichen Stützlinie zeichnen, die zur Berechnung der Spannungen aber nicht notwendig ist, so hat man die Kraft der mittleren Stützlinie mit H_e zu kombinieren; beide Stützlinien durchschneiden sich auf der x-Achse. R_s und H_e ergeben die tatsächliche Kämpferreaktion R (Abb. 2). Die Berechnung der Integrale $\int y^2 \cdot ds$ und $\int \cos^2 \varphi \cdot ds$ kann nach der Simpsonschen Regel erfolgen, indem man den halben Bogen in eine gerade Anzahl gleicher Teile einteilt, für die Teilpunkte die Werte unter den Integralzeichen berechnet und nach der Simpsonschen Regel addiert. Auch die graphische Ermittlung des Trägheitsmomentes $\int y^2 \cdot ds$ nach Mohr erscheint angezeigt, ebenso können die Werte $\cos^2 \varphi \cdot ds$ für die einzelnen Teilstücke graphisch bestimmt und addiert werden.

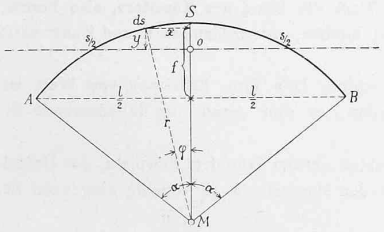


Abb. 3.

Endlich können die beiden Integrale rechnerisch aufgelöst werden. Es ist nämlich mit Rücksicht auf Abbildung 3

Sehne $AB = l$, Bogen $AB = s$.

Da O der Schwerpunkt der elastischen Gewichte $\frac{ds}{J}$, so ist er bei konstanter Bogendicke auch der Schwerpunkt des Bogens $AB = s$, somit ist

$$MO = \frac{r \cdot \sin \alpha}{\alpha}$$

$$OS = r \left(1 - \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)$$

$$ds = r \cdot d\varphi$$

$$y = r \cdot \cos \varphi - MO = r \cdot \cos \varphi - r \cdot \frac{\sin \alpha}{\alpha}$$

$$\int y^2 \cdot ds = r^3 \int_{-\alpha}^{+\alpha} \left(\cos \varphi - \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \cdot d\varphi$$

$$= r^3 \left(\alpha + {}^1/_2 \sin 2\alpha - 2 \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha} \right)$$

$$\int_{-\alpha}^{+\alpha} \cos^2 \varphi \cdot ds = r \left({}^1/_2 \sin 2\alpha + \alpha \right)$$

$$\frac{F}{J} = \frac{12}{h^2}, \text{ worin } h \text{ die Gewölbestärke bedeutet.}$$

Geht man von den Winkelfunktionen auf die Längen über, dann wird

$$r \left({}^1/_2 \sin 2\alpha + \alpha \right) = r \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + r\alpha = \frac{l}{2r} (r - f) + \frac{s}{2}$$

und

$$\frac{2 \sin^2 \alpha}{\alpha} = \frac{2 \cdot l^2}{4 r^2} \cdot \frac{2r}{s} = \frac{l^2}{rs}$$

somit

$$H_e = \frac{-R_s \cdot l}{\left(\frac{12 r^2}{h^2} + 1 \right) \left(\frac{l}{2r} \cdot (r - f) + \frac{s}{2} \right) - \frac{12 r^2 \cdot l^2}{h^2 \cdot s}}$$

Infolge Temperaturänderung um τ^0 entsteht als einzige äussere Kraft ein Horizontalschub in der Höhe der x-Achse von

$$H_\tau = \frac{E \cdot \alpha \cdot \tau \cdot l}{\frac{1}{J} \int y^2 \cdot ds + \frac{1}{F} \int \cos^2 \varphi \cdot ds}$$

Man gelangt zu diesem Ausdruck auf dem gleichen Wege wie zu H_e oder indem man bei H_e die Grösse $\frac{R_s}{EF}$ durch $\alpha \cdot \tau$ ersetzt.

Bei derartigen als Talsperren dienenden Gewölben ist eine verschiedene Temperatur zwischen der Wasserseite und der Luftseite denkbar. Wenn man annimmt, dass die Temperatur sich gleichmässig von einer Seite nach der andern um $\Delta \tau$ ändert, so findet man für Bögen mit konstanter Dicke $H_{\Delta\tau} = 0$, $V_{\Delta\tau} = 0$ und es bleibt nur die Auflagerreaktion

$$M_{\Delta\tau} = \frac{-E \cdot \alpha \cdot \Delta\tau \int \frac{ds}{h}}{\int \frac{ds}{J}}$$

wirksam (vgl. Bd. XLVII No. 8). Für konstante Bogenstärke geht dieser Ausdruck über in

$$M_{\Delta\tau} = -\frac{J}{h} \cdot E \cdot \alpha \cdot \Delta\tau$$

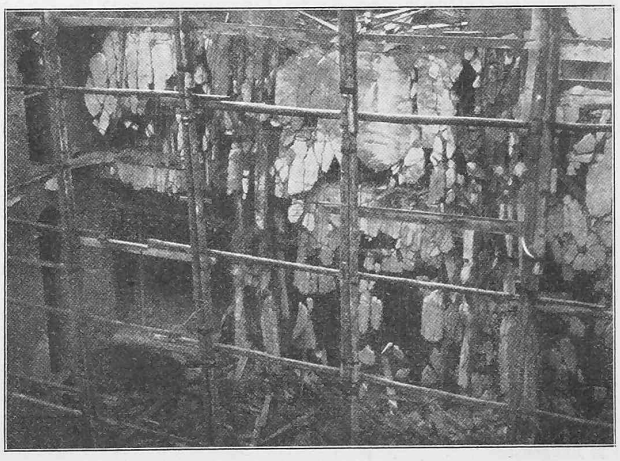
und die davon herrührende Randspannung wird in allen Querschnitten

$$\sigma_{\Delta\tau} = -{}^1/_2 E \cdot \alpha \cdot \Delta\tau$$

d. h. es wird die Längenänderung der Fasern bei der vorausgesetzten Art der Temperaturänderung durch entsprechend grosse Normalspannungen aufgehoben.

Miscellanea.

Einsturz eines Eisenbetongebäudes in Mailand. Am 17. April, nachmittags zwischen 4 und 5 Uhr stürzte in Mailand ein Neubau ein, der von der «Società italiana cementi armati» für ein grosses Warenhaus, die «Consommazione cooperativa» erstellt worden war. Der betreffende Neubau war das letzte Stück eines grössern Häuserblocks und zeigte reichliche Anwendung von armiertem Beton. Leider erforderte dieses Unglück eine grössere Anzahl Menschenleben; 12 Schwerverwundete und ein Toter wurden sofort aus den Trümmern hervorgezogen und 12 weitere Tote


Blick in den eingestürzten Gebäudeteil.

sollten sich noch unter denselben befinden. Da etwa zwei Dritteile des Gebäudes stehen geblieben waren und starke Risse aufwiesen, so gestalteten sich die Rettungs- und Räumungsarbeiten in dem Gewirr von Eisenstangen mit daranhängenden Betonstücken und geborstenen Mauerpfeilern sehr schwierig.

Der Bau lehnte sich auf zwei Seiten an bestehende Gebäude an und bestand aus einem Erdgeschoss mit drei Stockwerken. Sämtliche Böden waren in armiertem Beton ausgeführt und zwar gingen quer durch das Haus drei grössere Oeffnungen, die durch Haupt- und Querträger mit Platten überspannt waren. Die beiden erstern besassen etwa 8 *m* Spannweite, die Platten etwas mehr als 2,5 *m*. Die Anordnung war in allen Stockwerken annähernd dieselbe; sie ist ganz zweckmässig und wird oft