Die Bestimmung der Kranzprofile und der Schaufelformen für Turbinen und Kreiselpumpen

Autor(en): **Prášil, F.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **47/48 (1906)**

Heft 23

PDF erstellt am: **26.09.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-26201

Die nach dem Prinzip der Langenschen Schwebebahnen (Elberfeld-Barmen) gebaute Bergschwebebahn *Loschwitz* bei Dresden hat ebenfalls Zangenbremsen nach dem Patent Bucher und Durrer. Diese Bremsen verdienen nur darum hier genannt zu werden, weil der Wagenkasten an den beiden Laufgestellen hängt, die Bremsen sich deshalb nicht unter, sondern über dem Wagen befinden. Es sind wie üblich zwei selbsttätige und eine Handzangenbremse vorhanden. Die Bahn steht seit 1901 im Betrieb und hat bis jetzt der hohen Anlagekosten, sowie der geringen Vorteile wegen noch keine Wiederholung erlebt.

Zum Schlusse sei noch erwähnt, dass die bis heute ausgeführten Zangenbremsen wohl wirksam und zuverlässig sind, aber immer nur ein rohes Bremsen gestatten, sodass sie in letzterer Hinsicht das sanfte Anhalten der Zahnradbremsen nie erreichen werden.

Nachtragsweise sei noch der Bahnen mit mittlerer Doppelkopfschiene zur Erhöhung der Reibung, gewöhnlich bekannt unter der Bezeichnung *Fellsche Bauart*, Erwähnung getan. Schon die erste dieser Bahnen, die über den Mont-Cenis führte und nur bis zur Vollendung des Tunnels im Betriebe war, hatte eine auf die mittlere Schiene wirkende zangenartige Bremse. Die jüngste Bahn dieses Systems, mit glatter Mittelschiene, von Clermont-Ferrand auf den Puy de Dome führend, hat aus den Werken von Fives-Lilles stammende Lokomotiven, die mit je einer luftdruckbewegten, an der Mittelschiene angreifenden Sicherheitszangenbremse versehen sind.[1])

Wie diese zwar lückenhafte Darstellung zeigt, hat die Zangenbremse im Laufe der Zeit bedeutende Verbesserungen erfahren; es kann somit gehofft werden, dass sie sich auch in der Folge weiter entwickle, da ohne sehr gute Bremsen jedes Steilbahnfahrzeug absolut unzulässig ist.

Die Bestimmung der Kranzprofile und der Schaufelformen für Turbinen und Kreiselpumpen.

Von Professor Dr. *F. Prášil* in Zürich.

Die Ausmittlung der theoretischen Grundlagen für die Bestimmung der Schaufelformen von Turbinen ist bereits mehrfach Gegenstand eingehender Studien gewesen:

Zahikjanz hat das Problem mit Bezug auf die Schaufelprofile von Druckturbinen behandelt in seiner „Kinetischen Analyse der Aktionsturbinen mit freiem Strahl" (Zivilingenieur Bd. XXXI, 6. Heft); der Grundgedanke für die Lösung liegt in der wohl zuerst von *Grashof* ausgesprochenen Erwägung, dass es geeignet erscheint, die Schaufelprofile für möglichst konstanten Wert des Normaldruckes des Wassers pro Flächeneinheit der Schaufel oder für möglichst konstantes Moment inbezug auf die Achse zu bestimmen, da sonst an Stellen sehr kleinen Druckes die Reibung, die von der Grösse des Druckes unabhängig ist, aber mit der Länge der durchströmten Bahn zunimmt, nutzlos Arbeit verbrauchen würde.

Dieselbe Erwägung war auch vielfach in der Praxis beim Entwurf der Schaufelprofile für Achsialturbinen leitend, ohne dass sich jedoch darauf basierende, masslich eindeutige Konstruktionsregeln entwickelt hätten.

Die Entwicklung der Francisturbine hat das Problem von Neuem aktuell werden lassen; es finden sich eine Reihe von Konstruktionsvorschlägen, denen eine Bewertung nicht nur der Geschwindigkeitsverhältnisse beim Ein- und Austritt, sondern auch derjenigen im Innern der Zellen zugrunde liegt. Die vielfach zur Anwendung gelangte Konstruktionsregel, wonach die Endpartie der Schaufelfläche durch Kreisevolventen als Erzeugende mit der Austrittskante als Leitlinie auszubilden ist, hat in einer Studie von *Scheffers* in Darmstadt in der Zeitschrift für Mathematik und Physik Jahrgang 1904, 51. Band, 1. Heft zu einer interessanten mathematischen Untersuchung geführt, betitelt: „Ueber ein Problem, das mit der Theorie der Turbinen zusammenhängt."

[1]) Génie civil 1906, Bd. L, Nr. 2 S. 17.

In den beiden letzten Kapiteln meiner Studie über Flüssigkeitsbewegungen in Rotationshohlräumen[1]) wurde für den Fall einfacher radialer Anordnung die Bestimmung der Schaufelformen für die Leit- und Laufradkanäle auf Grundlage der auf Zylinderkoordinaten bezogenen hydrodynamischen Grundgleichungen besprochen und schliesslich hat *Lorenz* in Danzig in einer Reihe von Publikationen auf derselben Grundlage der hydrodynamischen Grundgleichungen unter Einführung einer Zwangsbeschleunigung die Frage weiter verfolgt und unter dem Titel „neue Grundlagen der Turbinentheorie" veröffentlicht.[2])

Inzwischen habe ich mich mit dem Problem ebenfalls weiter beschäftigt und es sollen im folgenden die Resultate meiner bezüglichen Studien zur Veröffentlichung gelangen.

I. Wiederholung der Fundamental-Gleichungen; Bezeichnungen.

Im ersten Kapitel der Studie über Flüssigkeitsbewegungen wurden die Eulerschen Fundamental-Gleichungen auf Zylinderkoordinaten umformt:

$$-g - \frac{g}{\gamma}\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial t} + w\frac{\partial w}{\partial z} + v\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{u}{r}\frac{\partial w}{\partial \varphi} \quad . \quad A$$

$$+ r\omega^2 + 2u\omega + \frac{u^2}{r} - \frac{g}{\gamma}\frac{\partial p}{\partial r} =$$

$$= \frac{\partial v}{\partial t} + w\frac{\partial v}{\partial z} + v\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{u}{r}\frac{\partial v}{\partial \varphi} \quad . \; . \quad B$$

$$-2v\omega - \frac{uv}{r} - \frac{g}{\gamma}\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial \varphi} = \frac{\partial u}{\partial t} + w\frac{\partial u}{\partial z} + v\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r}\frac{\partial u}{\partial \varphi} \quad C$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \varphi} = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad D$$

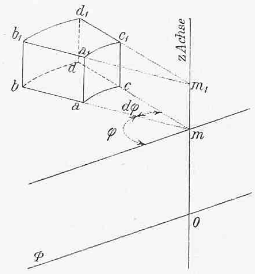
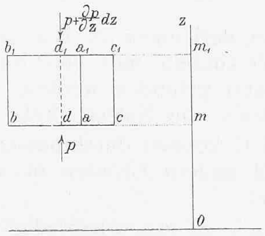


Abbildung 1.



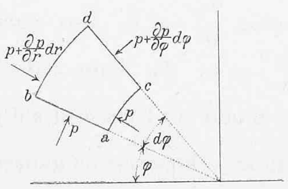


Abb. 2 und 3.

Die Gleichungen gelten für die Bewegung einer inkompressiblen, reibungsfreien Flüssigkeit im Innern eines mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω rotierenden Raumes und zwar relativ zu demselben. Sie bestimmen also die Relativbewegung. Es bedeuten (siehe die nebenstehenden Abbildungen 1, 2 und 3) w die achsiale, v die radiale, u die tangentiale Geschwindigkeitskomponenten eines Punktes, z die achsiale, r die radiale, φ die Bogenkoordinate desselben Punktes, p die Pressung in den den Punkt enthaltenden Seitenflächen

$$dr \cdot dz, \quad dr \cdot r \cdot d\varphi$$

und $dz \cdot rd\varphi$, g die Beschleunigung der Schwerkraft, γ das Gewicht der Volumseinheit der Flüssigkeit und t die Zeit.

Es wurde weiter bewiesen, dass für solche Bewegungen, bei welchen jede der Grössen

$$\lambda = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial r} - \frac{\partial v}{\partial z}\right);$$

$$\mu = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{r\partial \varphi}\right)$$

$\nu = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{r\partial \varphi} - \frac{\partial ur}{r\partial r}\right)$ den Wert Null besitzt, ein Geschwindigkeitspotential, d. h. eine Funktion F von z, r und φ besteht, mittelst der die Geschwindigkeitskomponenten w, v und u durch $w = \frac{\partial F}{\partial z}$, $v = \frac{\partial F}{\partial r}$ und $u = \frac{\partial F}{rd\varphi}$ bestimmt sind. λ, μ und ν sind Winkelgeschwindigkeiten, bei deren Existenz die Bewegung eine wirbelbehaftete ist.

[1]) Siehe Schweizerische Bauzeitung Jahrgang 1903, Bd. XLI, Nr. 19, 21, 22, 25 und 26, bezw. den bezüglichen Sonderabzug dieser Studie.

[2]) Die Verlagsbuchhandlung R. Oldenburg, München-Berlin, bringt soeben ein bezügliches Buch von Lorenz, «Neue Theorie der Turbinen und Kreiselräder», zur Ausgabe.

Die weitern Untersuchungen wurden unter der Annahme gleicher Bewegungszustände, in einem Parallelkreis also unter der Annahme von $\frac{\partial w}{\partial \varphi} = 0$; $\frac{\partial v}{\partial \varphi} = 0$; $\frac{\partial u}{\partial \varphi} = 0$ durchgeführt; bei den einfachen Strömungen ohne oder mit kreisender Bewegung musste auch $\frac{\partial p}{\partial \varphi} = 0$ angenommen werden. Die Annahme ist auch noch zulässig aber nicht notwendig für die Bewegung in festen Leitkanälen; in bewegten Kanälen muss naturgemäss $\frac{\partial p}{\partial \varphi}$ verschieden von Null angenommen werden, wenn eine Arbeitsübertragung zwischen Flüssigkeit und rotierendem System eintreten soll; ferner wurde in jedem Fall vollkommener Beharrungszustand, also $\frac{\partial w}{\partial t} = 0$; $\frac{\partial v}{\partial t} = 0$; $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$ vorausgesetzt.

Letztere Annahme sowie die Konstanz von ω sollen in den folgenden Untersuchungen bestehen bleiben, die Geschwindigkeiten und Pressungen jedoch im Allgemeinen von allen drei Koordinaten abhängig angenommen werden.

II. Allgemeine Ableitungen.

Differentiert man die Gleichung A partiell nach r, die Gleichung B nach z und subtrahiert, so folgt, wenn man ferner die Beziehungen

$$\lambda = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial r} - \frac{\partial v}{\partial z}\right);\quad \mu = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{r\,\partial\varphi}{\partial w}\right) \text{ und}$$

$$\nu = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} - \frac{\partial\, u r}{r\,\partial r}\right)$$ sowie die Grundgleichung D berücksichtigt, wegen $\frac{\partial^2 p}{\partial z\,\partial r} = \frac{\partial^2 p}{\partial r\,\partial z}$ die Relation:

$$w\,\frac{\partial \frac{\lambda}{r}}{\partial z} + v\,\frac{\partial \frac{\lambda}{r}}{\partial r} + \frac{u}{r}\,\frac{\partial \frac{\lambda}{r}}{\partial \varphi} - \frac{\lambda}{r}\,\frac{\partial \frac{u}{r}}{\partial \varphi} - \mu\,\frac{\partial \frac{u}{r}}{\partial r} - (\nu - \omega)\,\frac{\partial \frac{u}{r}}{\partial z} = 0 \quad . \; . \; . \quad E$$

Behandelt man ebenso die Gleichung B und C bezw. C und A, so erhält man weiter

$$w\frac{\partial \mu}{\partial z} + v\,\frac{\partial \mu}{\partial r} + \frac{u}{r}\,\frac{\partial \mu}{\partial \varphi} - \frac{\lambda}{r}\,\frac{\partial v}{\partial r} - \mu\frac{\partial v}{\partial r} - (\nu - \omega)\,\frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad F$$

$$w\frac{\partial \nu}{\partial z} + v\,\frac{\partial \nu}{\partial r} + \frac{u}{r}\,\frac{\partial \nu}{\partial \varphi} - \frac{\lambda}{r}\,\frac{\partial w}{\partial \varphi} - \mu\frac{\partial w}{\partial r} - (\nu - \omega)\,\frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad G$$

Mit Hilfe dieser Gleichungen, derjenigen für λ, μ und ν und der Kontinuitätsgleichung D können nun eine Reihe von Grundsätzen allgemeiner Natur gefunden werden, die bei Lösung des gestellten Problems von Nutzen sind.

Die Gleichungen E, F und G können durch passende Wahl von λ, μ, ν und eventuell andern Grössen in verschiedener Weise erfüllt werden:

1. Fall. Die Wahl $\lambda = 0$, $\mu = 0$, $\nu = 0$ befriedigt die Gleichungen nur, wenn gleichzeitig $\frac{\partial \frac{u}{r}}{\partial z} = 0$, also auch $\frac{\partial u}{\partial z} = 0$ und ferner $\frac{\partial v}{\partial z} = 0$, $\frac{\partial w}{\partial z} = 0$; da dann jedoch mit Rücksicht auf λ auch $\frac{\partial w}{\partial r} = 0$ und mit Rücksicht auf μ auch $\frac{\partial w}{\partial \varphi} = 0$ sind, so folgt, dass $w =$ konstant im ganzen Raum sein muss; mit $w = 0$ ergeben sich Strömungen, die in Ebenen senkrecht zur Drehachse verlaufen.

In einem rotierenden System kann für die Relativbewegung ein Geschwindigkeitspotential existieren, wenn dieselbe zwischen parallelen zur Drehachse senkrecht stehenden Ebenen erfolgt, wie dies in Kanälen von reinen Radialturbinen und Pumpen der Fall ist.

Diesen Grundsatz hat bereits Grashof in seiner theoretischen Maschinenlehre (Erster Band, S. 70, Seite 393 und 394) ausgesprochen.

Die Ausmittlung der Geschwindigkeitsverhältnisse und darauf basierend der betreffenden Schaufelform wird, wie je auch für die andern im folgenden aufgeführten Spezialfälle weiter unten durchgeführt werden.

2. Fall. Die Gleichungen E, F und G werden in jedem Falle erfüllt durch

$$\lambda = 0, \quad \mu = 0, \quad \nu = \omega;$$

unter Berücksichtigung der diese Grössen bestimmenden Gleichungen und der Kontinuitätsgleichung D erhält man mit

$$\frac{\partial w}{\partial r} = \frac{\partial v}{\partial z};\quad \frac{\partial u r}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial \varphi};\quad \frac{\partial v}{\partial \varphi} = 2 r\omega + \frac{\partial u r}{\partial r};$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} + \frac{\partial u}{r\,\partial \varphi} = 0$$

diejenigen Relationen, aus welchen passende Formen allgemeinerer Art für die Relativbewegung einer Flüssigkeit durch ein rotierendes System abgeleitet werden. Für solche Relativbewegungen existiert, weil ν verschieden von Null, kein Geschwindigkeitspotential. Bezeichnet man jedoch mit $\mathfrak{w}$, $\mathfrak{v}$ und $\mathfrak{u}$ die drei Komponenten der absoluten Geschwindigkeit, die den Komponenten w, v, u der Relativgeschwindigkeit und der Winkelgeschwindigkeit ω des Systems entspricht, so folgt:

$$\mathfrak{w} = w;\quad \mathfrak{v} = v;\quad \mathfrak{u} = u + r\omega$$

und weiter

$$\mathfrak{l} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \mathfrak{w}}{\partial r} - \frac{\partial \mathfrak{v}}{\partial z}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial r} - \frac{\partial v}{\partial z}\right) = \lambda = 0$$

$$\mathfrak{m} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \mathfrak{u}}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{w}}{r\,\partial \varphi}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{r\,\partial \varphi}\right) = \mu = 0$$

$$\mathfrak{n} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \mathfrak{v}}{\partial \varphi} - \frac{\partial \mathfrak{u} r}{r\partial r}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} - \frac{\partial u r}{r\partial r} - 2\omega\right) = \nu - \omega = 0,$$

d. h. *einer Relativbewegung mit $\lambda = 0$, $\mu = 0$, $\nu = \omega$ entspricht bei einer Winkelgeschwindigkeit des Systems $= \omega$ eine Absolutbewegung, für welche ein Geschwindigkeitspotential existiert.*

Dieser Grundsatz, der meines Erachtens bisher noch nicht bekannt ist, wird auf die Ausmittlung praktisch brauchbarer Fälle auch für Formen der *modernen Francisturbinen und Zentrifugalpumpen* führen.

3. Fall. Man gelangt noch zu einer relativ einfachen Lösung mit der Annahme, dass λ, μ und ν je konstante Werte haben; die Gleichungen E, F und G reduzieren sich dann auf

$$-\lambda\left(\frac{v}{r^2} + \frac{\partial \frac{u}{r}}{r\,\partial \varphi}\right) - \mu \cdot \frac{\partial \frac{u}{r}}{\partial r} - (\nu - \omega)\,\frac{\partial \frac{u}{r}}{\partial z} = 0 \;. . .\; E^1$$

$$-\lambda\,\frac{\partial v}{r\,\partial \varphi} - \mu \cdot \frac{\partial v}{\partial r} - (\nu - \omega)\,\frac{\partial v}{\partial z} = 0 \;. . .\; F^1$$

$$-\lambda\,\frac{\partial w}{r\,\partial \varphi} - \mu \cdot \frac{\partial w}{\partial r} - (\nu - \omega)\,\frac{\partial w}{\partial z} = 0 \;. . .\; G^1$$

Diese Gleichung wird bekanntlich erfüllt, wenn die Determinante der Faktoren von λ, μ und ν gleich Null wird, womit

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{v}{r^2} - \frac{\partial \frac{u}{r}}{r\partial \varphi}\right) & \frac{\partial \frac{u}{r}}{\partial r} & \frac{\partial \frac{u}{r}}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{r\,\partial \varphi} & \frac{\partial v}{\partial r} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{r\partial \varphi} & \frac{\partial w}{\partial r} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} = 0$$

$$\frac{\partial w}{\partial r} - \frac{\partial v}{\partial z} = 2\,\lambda = \text{konstant}$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{r\,\partial \varphi} = 2\,\mu = \text{konstant}$$

$$\frac{\partial v}{\partial \varphi} - \frac{\partial u r}{\partial r} = 2\,\nu = \text{konstant}$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} + \frac{\partial u}{r\partial \varphi} = 0$$

als Bedingungen für die Bestimmung der Elemente der Relativbewegung gegeben sind.

Führt man wieder statt der Komponenten der Relativbewegung jene der Absolutbewegung ein, so ergibt sich, dass die Winkelgeschwindigkeiten $\mathfrak{l}$, $\mathfrak{m}$ und $\mathfrak{n}$ ebenfalls Konstante werden und es ergibt sich daraus folgender Grundsatz:

Einer Relativbewegung mit konstanten aber von Null verschiedenen Werten der Winkelgeschwindigkeiten λ, μ und ν entspricht bei konstanter Winkelgeschwindigkeit ω des Systems eine Absolutbewegung, deren Winkelgeschwindigkeitswerte l, $\mathfrak{m}$ und $\mathfrak{n}$ ebenfalls konstante sind und es wird speziell

$$l = \lambda; \quad \mathfrak{m} = m; \quad \mathfrak{n} = \nu - \omega.$$

Man könnte natürlich noch weitere spezielle Annahmen betreffend die Eigenschaften der Winkelgeschwindigkeiten λ, μ und ν machen, doch ist vorderhand nicht abzusehen, dass sich hieraus praktisch brauchbare Grundsätze erzielen lassen; es erscheint rationeller, eine weitere Spezialisierung durch Annahmen betreffend die Geschwindigkeiten selbst durchzuführen.

4. Fall. Es seien $\frac{\partial w}{\partial \varphi} = 0$; $\frac{\partial v}{\partial \varphi} = 0$; $\frac{\partial u}{\partial \varphi} = 0$.

Dieser Annahme entspricht bekanntlich Gleichheit der Geschwindigkeitskomponenten auf einem Parallelkreis.

Die Gleichungen E, F und G reduzieren sich auf

$$w \frac{\partial \frac{\lambda}{r}}{\partial z} + v \frac{\partial \frac{\lambda}{r}}{\partial r} - \mu \cdot \frac{\partial \frac{u}{r}}{\partial r} - (\nu - \omega) \frac{\partial \frac{u}{r}}{\partial z} = 0 \quad . \quad . \quad E''$$

$$w \cdot \frac{\partial \mu}{\partial z} + v \frac{\partial \mu}{\partial r} - \mu \cdot \frac{\partial v}{\partial r} - (\nu - \omega) \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad . \quad . \quad F''$$

$$w \cdot \frac{\partial \nu}{\partial z} + v \cdot \frac{\partial \nu}{\partial r} - \mu \cdot \frac{\partial w}{\partial r} - (\nu - \omega) \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad . \quad . \quad G''$$

wobei $\lambda = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial r} - \frac{\partial v}{\partial z}\right)$; $\mu = \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial z}$; $\nu = -\frac{1}{2} \frac{\partial ur}{r \partial r}$ werden und die Kontinuitätsgleichung die Form

$$\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad D^*$$

annimmt.

Mit $\lambda = 0$; $\mu = 0$, $\nu = 0$ werden die Gleichungen E'', F'' und G'' nur erfüllt, wenn gleichzeitig $\frac{\partial \frac{u}{r}}{\partial z} = 0$, also $\frac{\partial u}{\partial z} = 0$; ferner $\frac{\partial v}{\partial z} = 0$; $\frac{\partial w}{\partial z} = 0$; es deckt sich dies mit den Bedingungen des 1. Falles.

Auch die Annahme $\lambda = 0$; $\mu = 0$; $\nu = \omega$ erfüllt die Gleichungen E'', F'' und G'', es ergibt sich jedoch ferner mit $\mu = \frac{\partial ur}{\partial z} = 0$ die weitere Bedingung, dass in dem Fall $\frac{\partial u}{\partial z} = 0$ sein muss; da nun der Annahme gemäss auch $\frac{\partial u}{\partial \varphi} = 0$, also auch $\frac{\partial ur}{\partial \varphi} = 0$ ist, so folgt $\frac{\partial ur}{\partial r} = \frac{dur}{dr}$, d. h. ur ist nur von r abhängig.

Dies ergibt den Grundsatz:

Relativbewegungen mit gleichen Geschwindigkeitskomponenten längs eines Parallelkreises und Winkelgeschwindigkeitswerten $\lambda = 0$, $\mu = 0$ können nur bestehen, wenn das Moment ur der Komponente u lediglich von r abhängt.

Dieser Satz deckt sich mit einer bereits von Lorenz in seiner Publikation „Folgerungen aus den neuen Grundlagen der Turbinentheorie" ausgesprochenen Bemerkung.

Selbstverständlich hat auch in diesem Fall der beim 2. Fall hinsichtlich der Absolutbewegung ausgesprochene Grundsatz Gültigkeit.

Entsprechend der Annahme $\nu = \omega$ folgt mit

$$\nu = -\frac{1}{2} \frac{\partial ur}{r \partial r} = -\frac{1}{2} \frac{dur}{r dr}, \quad ur = k - r^2 \omega,$$

wobei k eine konstante ist; mit $\mathfrak{u} = u + r\omega$ ergibt sich weiter, dass in dem Fall $\mathfrak{u}r = k =$ konstant wird.

Eine wesentliche Folgerung dieses Resultates ergibt sich unter Berücksichtigung des im 3. Kapitel der Studie über Flüssigkeitsbewegungen in Rotationshohlräumen für einfache Strömungen mit kreisender Bewegung erhaltenen Resultates, wonach bei der einfach kreisenden Strömung, für welche ein Geschwindigkeitspotential existiert, $ur =$ konstant im ganzen Raum sein muss; da nun bei der einfach kreisenden Strömung $\frac{\partial p}{\partial \varphi} = 0$ ist, also eine Kraftabgabe nicht erfolgen kann, so ist zu schliessen, dass der Fall $\lambda = 0$, $\mu = 0$, $\nu = \omega$ bei gleichzeitig

$$\frac{\partial w}{\partial \varphi} = 0; \quad \frac{\partial v}{\partial \varphi} = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial \varphi} = 0$$

brauchbare Resultate für die Bestimmung von Schaufelformen nicht ergibt. Dieser Schluss wird noch weiter unten einer nähern Erörterung unterzogen werden.

In der Studie über Flüssigkeitsbewegungen in Rotationshohlräumen wurden im 1. Kapitel die Fundamentalgleichungen aus folgenden Beziehungen abgeleitet:

$$Z - \frac{g}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{dw}{dt}; \qquad Z = -g$$

$$R - \frac{g}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{dv}{dt} - \frac{u^2}{r}; \quad R = r\omega^2 + 2u\omega$$

$$U - \frac{g}{\gamma} \frac{\partial p}{r \partial \varphi} = \frac{du}{dt} + \frac{uv}{r}; \quad U = -2v\omega.$$

Daraus folgt durch Multiplikation mit dz, dr und $d\varphi$

$$-\frac{g}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial z} dz = \frac{dw}{dt} \cdot dz + g\, dz$$

$$-\frac{g}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial r} \cdot dr = \frac{dv}{dt} \cdot dr - \frac{u^2}{r} dr - r\omega^2 dr - 2u\omega dr$$

$$-\frac{g}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \cdot d\varphi = \frac{du}{dt} \cdot r d\varphi + uv d\varphi + 2v\omega d\varphi.$$

Berücksichtigt man, dass der Bewegung der im betrachteten Volumselement $dz \cdot dr \cdot r\, d\varphi$ enthaltenen Wassermasse die Geschwindigkeitskomponenten

$$w = \frac{dz}{dt}; \quad v = \frac{dr}{dt}; \quad u = \frac{r d\varphi}{dt}$$

entsprechen, so folgt aus den drei letzten Gleichungen durch Summation:

$$-\frac{g}{\gamma} dp = w\, dw + v\, dv + u\, du - \omega^2 r dr + g\, dz - \frac{u^2}{r} dr$$
$$- 2u\omega\, dr + \omega v\, d\varphi + 2 v r \omega\, d\varphi.$$

Die vier letzten Glieder zusammen sind identisch gleich Null, denn man kann schreiben:

$$-\frac{u^2}{r} dr - 2u\omega\, dr = -\frac{u \cdot r\, d\varphi \cdot dr}{r\, dt} - \frac{2 r d\varphi \cdot \omega\, dr}{dt}$$
$$= -u v\, d\varphi - 2 v r \omega\, d\varphi.$$

Bezeichnet man mit C die resultierende Geschwindigkeit aus w, v und u, also $C = \sqrt{w^2 + v_2 + u^2}$, so ergibt sich durch Integration obiger Gleichung die bekannte Hauptgleichung der Relativbewegung für *einen* Stromfaden

$$\frac{p}{\gamma} + \frac{C^2}{2g} - \frac{r^2 \omega^2}{2g} + z = \text{Konstante},$$

wobei im allgemeinen der Wert der Konstanten für die einzelnen Stromfäden verschieden ist.

In einem räumlich ausgedehnten Kanal mit kontinuierlich verteilter Strömung ist p eine stetige Funktion der Koordinaten r, z und φ, es muss daher an jeder Stelle

$$\frac{\partial^2 p}{\partial z \partial r} = \frac{\partial^2 p}{\partial r \partial z}; \quad \frac{\partial^2 p}{\partial r \partial \varphi} = \frac{\partial^2 p}{\partial \varphi \partial r}; \quad \frac{\partial^2 p}{\partial \varphi \partial z} = \frac{\partial^2 p}{\partial z \partial \varphi}$$

sein; indem die Ableitung der Gleichungen E, F und G aus A, B, C auf dieser Bedingung basiert, ergeben diese Gleichungen diejenigen Beziehungen zwischen den Geschwindigkeitskomponenten w, v und u und den Koordinaten, welche bei der gleichzeitigen Existenz sämtlicher Stromfäden innerhalb des Kanals bestehen; hieraus folgt die Bedeutung der Gleichungen E, F und G. Sind ausser der Kontinuitätsgleichung D auch die Gleichungen E, F und G erfüllt, so ist dies auch für die drei Fundamentalgleichungen A, B, C der Fall und es besteht im ganzen Raum Stetigkeit der Geschwindigkeits- und Pressungsverteilung.

Multipliziert man die Gleichung

$$-\frac{g}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial \varphi} d\varphi = \frac{du}{dt} \cdot r d\varphi + u v d\varphi + 2 v \omega d\varphi$$

beidseits mit $dr \cdot dz \cdot r$, so folgt:

$$-\frac{g}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \cdot d\varphi \cdot dr \cdot dz \cdot r = r d\varphi \cdot dz \cdot \frac{dr}{dt} \cdot r du +$$
$$+ r d\varphi \cdot dz \cdot v \,.\, u dr + u \cdot v \cdot \omega d\varphi \cdot dr \cdot dz \cdot r,$$

mit der Beziehung $v = \frac{dr}{dt}$ und weil $dur = r du + u dr$ ist, folgt:

$$-\frac{g}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \cdot d\varphi \cdot dr dz \cdot r = r d\varphi \cdot dz \cdot v\, dur +$$
$$+ 2 v \omega\, d\varphi \cdot dr \cdot dz \cdot r.$$

Führt man statt dem Moment ur der relativen Geschwindigkeit das Moment $\mathfrak{u}r = ur + r^2\omega$ der absoluten Geschwindigkeitskomponente ein, dann wird

$$dur = d\mathfrak{u}r - 2r\omega\, dr$$

und die letzt erhaltene Gleichung reduziert sich nach Multiplikation mit $\frac{\gamma}{g}$ auf

$$-\left(\frac{\partial p}{\partial \varphi}\, d\varphi\right) dr \cdot dz \cdot r = \left(\frac{\gamma}{g} \cdot r d\varphi \cdot dz \cdot v\right) d\mathfrak{u}r.$$

Nun ist aber einerseits $-\left(\frac{\partial p}{\partial \varphi} \cdot d\varphi\right) \cdot dr \cdot dz \cdot r$ das Moment dm der auf das Volumselement $r d\varphi \cdot dz \cdot dr$ wirkenden Oberflächenkräfte; andererseits $\frac{\gamma}{g}\, r d\varphi \cdot dz \cdot v$ die Masse der sekundlich durch die Fläche $r d\varphi \cdot dz$ einströmenden Wassermasse. Diese Wassermasse ist aber, sofern man das Volumselement als einen Teil des Stromfadens auffasst, der im Schnitt mit der durch r bestimmten koaxialen Zylinderfläche im Punkte, $r, z\ \varphi$ eben die Fläche $r d\varphi \cdot dz$ hat, die im Stromfaden strömende Wassermasse, da durch die durch Stromlinien gebildeten Grenzflächen des Stromfadens keine Ein- oder Ausströmung stattfindet. Somit wird, sofern man $q = r \cdot d\varphi \cdot dz \cdot v$ setzt,

$$-dm = \frac{\gamma}{g} \cdot q \cdot d\mathfrak{u}r.$$

Hieraus ergibt sich folgendes: Ist längs eines Stromfadens $\mathfrak{u}r$ = konstant, so besteht an keiner Stelle desselben ein Moment der Oberflächenpressung; ist dasselbe der Fall für eine Stromschichte, d. h. eine durch Stromfäden derart gebildeten Schichte, dass die Seitenflächen der Schichten Stromflächen sind, durch die kein Ein- oder Austritt von Flüssigkeit erfolgt, so besteht an keiner Stelle derselben ein Oberflächen-Moment; ist im ganzen Kanal $\mathfrak{u}r$ = konstant, so besteht nirgends ein Moment der Oberflächenkräfte.

Für die Ueberwindung eines äussern Kraftmomentes, das am rotierenden System wirksam ist, müssen die Oberflächenpressungen an den Kanalwänden ein resultierendes Moment ergeben; es folgt daraus, dass die Flüssigkeitsströmung eine solche sein muss, dass im Allgemeinen $\mathfrak{u}r$ nicht konstant ist. (Fortsetzung folgt.)

Miscellanea.

Das Aufnahmegebäude des neuen Zentralbahnhofs in Hamburg, dessen Ausführungspläne nach vielfacher Umarbeitung aus den anlässlich eines Wettbewerbs mit den beiden ersten Preisen bedachten Entwürfen der Herren Baurat *Möller* in Altona und Architekten *Reinhardt & Süssenguth* in Berlin hervorgegangen sind, wurde am 5. Dezember dem Verkehr übergeben. Die Einfahrtshalle, deren Eisenrippen durch Querverstrebungen paarweise verbunden, zuerst senkrecht, dann im Bogen zu dem 36 *m* über der Fahrbahn liegenden Scheitel emporsteigen, ist über 200 *m* lang und übertrifft mit ihrer Spannweite von 73 *m* die meisten andern europäischen Hallen. Ihre statische Berechnung ist das Werk des Ingenieurs *Mertens*. Der die Einfahrtshalle auf drei Seiten umgebende architektonische Rahmen zeigt die Formensprache der Renaissance modernisiert und mit einer persönlichen Note in der aufrichtigen Verwendung von nacktem Eisen, Glas und Stein.

Einen besondern Wert besitzt auch die Ausgestaltung des Innern. Betritt man den Bau durch einen der beiden Haupteingänge, so steht man plötzlich in einer hohen Querhalle, die sich nach der mächtigen Haupthalle hin öffnet. Die Wände sind mit grün gestrichenem und blau gesprenkeltem «Terra-Nova-Putz» bedeckt. Dazwischen strebt das Eisen der Deckenrippen grau empor, zwischen die sich die kräftig gelb getönte Kassettendecke einspannt. Auch die Wartesäle und die sich ihnen angliedernden Aufenthaltsräume sind von vorzüglicher Wirkung, besonders der Saal III. Klasse in blaugrün und jener IV. Klasse in gelbgrau. Es muss ferner besonders auf das Speisezimmer des Wartesaals I. und II. Klasse aufmerksam gemacht werden, das über schwärzlich graublauem Eichengetäfer eine hell gemalte Decke besitzt. Durch vielfache Anwendung der neuen, ungemein farbenreichen «Wurzbach-Glasur»-Platten an den Wänden der Schalter, des Stadtbahnsteiges und in den Wartesälen wurden besonders originelle Wirkungen erzielt. So hat Hamburg in seinem Zentralbahnhof, nach dessen Inbetriebsetzung die Bahnhöfe Klostertor und Lippeltstrasse, sowie der Lübecker Bahnhof ganz, der Hannoversche Bahnhof vorerst zum Teil eingehen werden, ein Aufnahmegebäude erhalten, das, von hohem künstlerischem Werte, verdient, an erster Stelle unter den neuern Bahnhofbauten genannt zu werden.

Zahnradbahn von St. Gingolph auf den Grammont. Nach dem technischen Berichte, auf Grund dessen der schweiz. Bundesrat den eidgen Räten beantragt, die Konzession für eine Zahnradbahn von St. Gingolph auf den Grammont und eventuell auf die Cornettes de Bise zu erteilen, soll diese mittelst Dampflokomotive oder durch Elektrizität betrieben werden. In der I. Sektion erreicht die Linie von der Station St. Gingolph, in einer Höhe von 400 Meter ü. M. ausgehend, mit Steigungen von im Maximum 32 % bei Km. 6,920 die Station Grammont mit der Kote 2080 *m*. Die wirkliche Länge dieser Strecke beträgt 7140 *m*. Auf der II. Sektion fällt die Nivellette bis zu Km. 9,838 mit im Maximum 18,2 % Gefälle und gelangt sodann mit Steigungen von höchstens 20 % zur Station Cornettes de Bise mit einer Längenentwicklung von 5180 *m* horizontal und 5223 *m* effektiv. Die Gesamtlänge der Linie ist somit in der Neigung gemessen 12 363 *m*. Das Geleise erhält eine Spurweite von 0,80 *m*; als Minimalradius ist 80 *m* vorgesehen. Oberbau und Zahnstange sollen nach den Normalien der Pilatusbahn erstellt werden. Die Kosten für Bau, Einrichtung und Rollmaterial sind für die I. Sektion zu 2 350 000 Fr., für die II. Sektion zu 1 300 000 Fr., im ganzen somit zu 3 650 000 Fr. veranschlagt.

Der Rheindurchstich bei Diepoldsau. In der Sitzung der internationalen Rheinregulierungs-Kommission vom 26. November wurde zum Präsidenten für 1907 Herr a. Regierungsrat *L. A. Zollikofer* in St. Gallen ernannt. In der gleichen Sitzung nahm die Kommission Kenntnis vom Rücktritte des Herrn *M. Honsell* in Karlsruhe von seinem Amte als Schiedsrichter, da der Genannte zum Leiter des badischen Finanzministeriums ernannt wurde. Herr k. k. Hofrat *Ritt* verlangte, dass die Wintermonate zur energischen Betreibung der Kiesgewinnung für die Dämme des *Diepoldsauer Durchstiches* ausgenützt werden, wogegen von einem schweizerischen Kommissionsmitgliede auf die gegenwärtigen bezüglichen Verhandlungen hingewiesen wurde. Mit Rücksicht auf die sich gegenüberstehenden Meinungen wurde beschlossen, hierüber die Weisungen der beiden Regierungen einzuholen.

Unser den Lesern der Schweiz. Bauzeitung in Aussicht gestellter Auszug aus dem Memorial des Herrn Oberingenieur J. Wey über den Diepoldsauer Durchstich ist, infolge der zahlreichen Abbildungen und Profile, so umfangreich geworden, dass wir seine Veröffentlichung auf die ersten Nummern des nächsten Bandes verschieben mussten.

Beleuchtung der Stephanskirche in Wien durch Wolframlampen. Durch die österreichischen Siemens-Schuckertwerke ist, wie die «E. T. Z.» berichtet, der Wiener Stephansdom mittelst Wolframlampen beleuchtet worden. Die Metallfaden-Lampen sind im Chor zu den beiden Seiten des Presbyteriums auf 12 Kandelabern mit je ein bis fünf Lampen, sowie auf drei grossen Kronleuchtern mit je 14 Kerzen-Lampen und im Schiff der Kirche auf 10 gleichen Kandelabern und 4 Kronleuchtern verteilt. Der Gesamteindruck der Anlage ist ein recht wirkungsvoller. Die Lampen sind an den Gleichstrom des Wiener städtischen Elektrizitätswerkes angeschlossen, der eine Spannung von 220 Volt aufweist; da die Lampen nur für 110 Volt gebaut werden, kommen sie parweise in Reihenschaltung. Geliefert wurden sie von der Westinghouse-Metallfaden-Glühlampen-Fabrik.

Das neue Landesmuseum in Darmstadt am Paradeplatz, eine Schöpfung *Alfred Messels* in Berlin, ist am 27. November seiner Bestimmung übergeben worden. Die äussere Ausgestaltung in den Formen des Barock, doch mit einer von modernem Geist geformten Ornamentik ordnet sich trefflich der vorhandenen Umgebung ein und erhält durch den architektonisch fein gegliederten Turm, der sich auch durch die helle Färbung seines Sandsteins vor dem grau getönten Rotenburger Muschelkalk des Gebäudes wirkungsvoll abhebt, eine Silhouette, die jede Monotonie im Gesamtbilde des klar und zweckmässig gegliederten Hauses ausschliesst. Die innere bauliche Gliederung und Einrichtung des Museums entsprechen der trefflichen äussern Durchbildung. Namentlich die hochgewölbte Halle des Erdgeschosses und das daran anschliessende Treppenhaus wirken allein durch ihre architektonische Entfaltung überaus prächtig nnd festlich.

Neubau der Augustusbrücke in Dresden. Mit Rücksicht auf die durch Arbeitsüberhäufung der Eisenwerke drohende Verzögerung in der Fertigstellung der ursprünglich geplanten Notbrücke ist das Bauprogramm für den Brückenneubau wie folgt abgeändert worden: Bis zu Ende des Jahres soll von der Neustädter Seite her, stromabwärts, eine hölzerne Notbrücke bis etwa zum 6. Pfeiler der alten Brücke ausgeführt werden, sodass auf diese Länge zu Beginn des neuen Jahres mit dem Abbruch der bestehenden Brücke begonnen werden kann. Im Laufe des Sommers 1907 soll dann die Notbrücke gänzlich fertig gestellt und der Neubau auf die ganze Länge in Angriff genommen werden. Man hofft, auf diese Weise die neue Brücke im Sommer 1910 dem Verkehr übergeben zu können. *W. O.*