

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 47/48 (1906)
Heft: 3

Artikel: Beiträge zur Dynamik der elastischen Flüssigkeiten
Autor: Fliegner, A.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-26045>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 01.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Beiträge zur Dynamik der elastischen Flüssigkeiten.

Von Professor Dr. A. Flügner in Zürich.

I.

Unter dem Titel: „Die grösste Ausströmungsgeschwindigkeit elastischer Flüssigkeiten“ findet sich in dieser Zeitschrift¹⁾ eine Arbeit von mir abgedruckt, in der ich glaube nachgewiesen zu haben, dass alle mir damals bekannten Versuche, aus denen die Beobachter auf eine die Schallgeschwindigkeit weitüberschreitende mittlere Geschwindigkeit im freien Strahl einer elastischen Flüssigkeit geschlossen hatten, sich mindestens ebenso gut, wo nicht besser, unter Annahme der Schallgeschwindigkeit als mittlerer Strömungsgeschwindigkeit erklären lassen. Seitdem sind über den Ausströmungsvorgang einige weitere Untersuchungen veröffentlicht worden, zu denen ich hier zunächst einige Bemerkungen machen möchte.

Die erste dieser Veröffentlichungen röhrt von Büchner her²⁾. In ihr bespricht der Verfasser auch einige der Versuche, die ich s. Z. über das Ausströmen von Luft durch konisch divergente Rohre angestellt hatte³⁾. Er sucht für die schwächste von mir benutzte Erweiterung nachzuweisen, dass die Geschwindigkeit im Rohre zunimmt. Ich selbst hatte

kleinerem innerem Drucke aufgenommen, für den allein ich den Druck im freien Strahl unmittelbar außerhalb der Mündungsebene beobachtet hatte. Die höheren Pressungen habe ich dagegen unberücksichtigt gelassen, weil ich nicht geglaubt hatte, den Strahl im Innern des Rohres in jedem Querschnitt je *homogen* voraussetzen zu dürfen. Büchner nimmt dagegen als selbstverständlich an, dass der durch die Seitenbohrungen gemessene Druck je im ganzen zugehörigen Querschnitte herrscht, und berechnet die Geschwindigkeiten nach den Formeln, mit den üblichen Bezeichnungen:

$$A \frac{w^2}{2g} = c_p (T_o - T) \quad (1)$$

und

$$G = \frac{F w}{v} = \frac{F p w}{R T} \quad (2)$$

Er schätzt dazu aus meiner Abbildung 3 (a. o. O., S. 78) für einige innere Pressungen die beobachteten Seitendrücke und Ausflussmengen ein, eliminiert aus den beiden Gleichungen die Temperatur und erhält so die in der untenstehenden Tabelle I angegebenen Geschwindigkeiten.

Darin beziehen sich die Zeiger:

- o auf das Innere des Ausflussgefäßes,
- 1 auf die engste Stelle des Rohres,
- 2 auf angenähert die Mitte der Rohrlänge und
- 3 auf die letzte Seitenbohrung, etwa 7,5 mm vor dem Ende.

Tabelle I.

	$F_1 = 21,0 \text{ mm}^2$	$F_2 = 24,2 \text{ mm}^2$	$F_3 = 28,0 \text{ mm}^2$				
$p_0 \text{ kg/cm}^2$	4,37	3,26	2,45	1,96	1,40	1,17	
$p_1 \text{ "}$	3,17	2,39	1,79	1,42	1,09	1,03	
$p_2 \text{ "}$	1,86	1,43	1,10	1,02	0,98	0,98	
$p_3 \text{ "}$	1,65	1,26	1,02	1,02	1,00	0,99	
$G \text{ gr/m}^2 \text{ Sek.}$	21,5	14,9	11,1	8,9	5,7	3,8	
$w_1 \text{ m/Sek.}$	236	228	226	227	195	143	
$w_2 \text{ "}$	328	304	296	265	188	129	
$w_3 \text{ "}$	323	296	281	235	163	113	
λ_{01}	1,46	1,44	1,42	1,41	1,38	1,40	
λ_{12}	1,13	1,19	1,18	1,11	1,01	1,27	
λ_{23}	0,92	1,06	0,80	± 0	— 6,33	— 7,57	

Für kleinere innere Pressungen findet also Büchner, in vollster Uebereinstimmung mit mir, eine Abnahme der Geschwindigkeit auf der ganzen Länge des Rohres. Bei grösseren Pressungen soll dagegen die Geschwindigkeit zunächst wachsen, nachher aber ebenfalls, wenn auch nur wenig, abnehmen. Setzt man die Zustandsänderungen als polytropische voraus, nach dem Gesetze $p v^\lambda = \text{const.}$, so kann man die Exponenten λ_{01} , λ_{12} und λ_{23} für die einzelnen Strecken berechnen, den ersten nach der bekannten polytropischen Formel für die Ausflussgeschwindigkeit der vollkommenen Gase, die beiden anderen unmittelbar aus der Gleichung der Kurve, also, unter Benutzung der obigen Gleichung (2) nach:

$$\frac{p_n + 1}{p_n} = \left(\frac{v_n}{v_n + 1} \right)^\lambda = \left(\frac{F_n w_n}{F_n + 1 w_n + 1} \right)^\lambda \quad \dots \quad (3)$$

Die so gefundenen Werte der λ sind in den drei letzten Zeilen der Tabelle angegeben.



Abb. 10. Die grosse Empfangshalle des Hotels.

für dieses Rohr in die Zusammenstellung auf Seite 88 meiner Veröffentlichung nur einen einzigen Versuch bei

¹⁾ Schweiz. Bauzeitung, 1904, Bd. XLIII, S. 104 und 140.

²⁾ Karl Büchner, Zur Frage der Lavalschen Turbinendüsens. Inaugural-Dissertation. Berlin, 1904, Buchdruckerei A. W. Schade.

³⁾ Schweiz. Bauzeitung, Bd. XXXI, S. 68, 78 und 84.

Es zeigt sich, dass für alle Pressungen $\lambda_{01} > \lambda_{12} > \lambda_{23}$ (4) ausfällt, was darauf hindeutet würde, dass die Widerstände im Laufe der Erweiterung zunehmen, und zwar sogar sehr stark.

Nun müsste man für einen homogenen Strahl doch wohl voraussetzen, dass sich die einzelnen Flüssigkeitsteilchen in geraden Linien bewegen, die aus der Kegelspitze divergieren. Für eine solche Art der Bewegung erscheint aber, namentlich unter Berücksichtigung der Kleinheit des Kegelwinkels, eine so bedeutende Zunahme der Widerstände kaum recht erklärlich.

Der Strahl kann aber auch gar nicht auf der ganzen Länge des Rohres homogen sein. Denn nach dem Verlassen der engsten Stelle müssen die vorher parallel strömenden Gasteilchen *divergente* Bahnen einschlagen, damit sie sich weiterhin an die Rohrwandungen anlegen können. Dazu muss sich nun im Strahl ein Ueberdruck im Sinne von der Achse des Rohres nach dem Umfange zu ausbilden, und der Strahl muss also, wenigstens vorübergehend, die Homogenität verlieren. Wie weit sich die Inhomogenität dann in der Achsrichtung hin erstreckt, lässt sich nicht von vornherein beurteilen. Es darf daher auch nicht als selbstverständlich angenommen werden, dass sie sich bis zu den Seitenbohrungen, durch die der Druck gemessen wurde, schon ausgeglichen habe. Uebrigens ist es auch nicht ausgeschlossen, dass der eigentliche Strahl den Rohrquerschnitt ein Stück weit überhaupt gar nicht ganz ausfüllt, während nur dieser Rohrquerschnitt bekannt ist. Die Rechnung von Büchner erscheint daher durchaus nicht sicher begründet.

Ausser dem Bedenken wegen der Homogenität muss ich aber noch einen andern Einwand erheben. Die von Büchner benutzte Gleichung (1) setzt nämlich voraus, dass die bewegte Flüssigkeit in keinerlei Wärmeaustausch mit der Umgebung tritt. Diese Voraussetzung entspricht zwar der Wirklichkeit jedenfalls nicht streng, doch dürfte sie als Annäherung zulässig sein. Dagegen stützt sich die Entwicklung der Gleichung (1) auch auf die Annahme, dass die Zustandsänderung gegenüber der strömenden Bewegung ununterbrochen dem für statische Vorgänge geltenden Gesetze: $dQ = A(dU + pdv)$ (5) folge, und diese Annahme entspricht nun dem wirklichen Vorgange nicht mehr überall. Für die hier allein in Frage kommenden höheren Pressungen muss sich nämlich beim Eintritt in den kegelförmigen Teil des Rohres, veranlasst durch die beginnende Inhomogenität, immer ein *unstetiger* Vorgang ausbilden. Es liegen dort ähnliche Verhältnisse vor, wenn auch in abgeschwächter Form, wie in einem freien Strahl unmittelbar nach dem Verlassen der Mündungsebene; ich habe diese Verhältnisse in meiner eingangs erwähnten Veröffentlichung auf Seite 141 u. f. näher erläutert. Für einen solchen unstetigen Vorgang gilt nun Gleichung (5) gar nicht mehr, weil jetzt äussere Arbeit

nicht nur in der Richtung der Strahlachse, und zwar im ersten Augenblicke unter dem Drucke p wesentlich umkehrbar geleistet wird, sondern auch in radialer Richtung gegen einen endlich kleineren Druck, also nicht umkehrbar. Dann ist aber die äussere Arbeit für jedes durchgestromte Kilogramm nicht mehr gleich pdv .

Wenn ich auch hiernach den Beweis für eine Zunahme der Geschwindigkeit im Rohre nicht als erbracht ansehen kann, so muss ich immerhin zugeben, dass Büchner vielleicht doch recht hat. Aus der von mir bei der Berechnung benutzten Gleichung (5) (a. o. O., S. 87), folgt nämlich sofort, dass die Geschwindigkeit im Rohre dann wachsen kann, wenn der Druck abnimmt, während der Exponent der angennährt polytropischen Zustandsänderung noch grösser bleibt, als die Einheit. Mir war diese Möglichkeit damals entgangen, weil ich auf dem zugehörigen Gebiete keine Rechnungen durchgeführt hatte. Ob der Fall aber auch wirklich eintritt, liesse sich nur durch genauere Versuche feststellen. Geschieht es, so bleibt er jedenfalls auf sehr kleine Kegelwinkel

beschränkt, wie sie so klein weder von *de Laval* noch von Andern angewendet werden.

Büchner findet zwar (S. 11 seiner Dissertation) die von mir für alle übrigen Fälle nachgewiesene Abnahme der Geschwindigkeit im divergenten Rohr auch „auffallend“. Dabei stützt er sich aber auf die Ergebnisse der Zeuner-

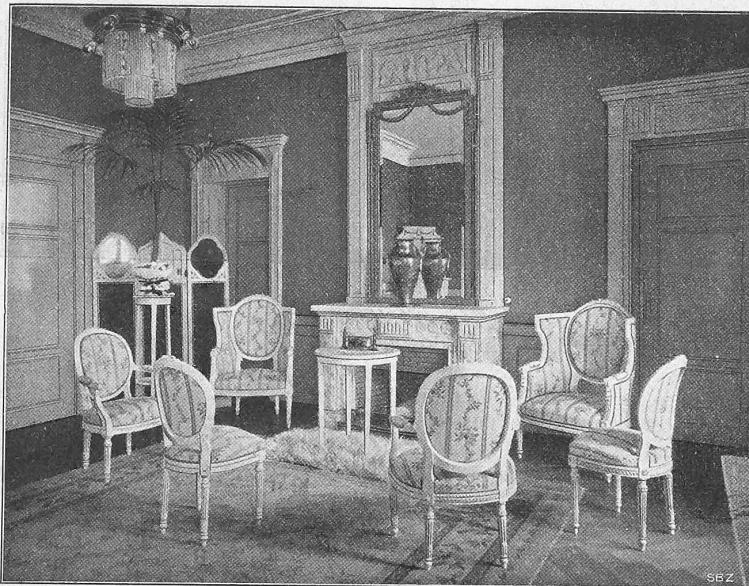


Abb. 11. Kaminpartie eines Salons im ersten Obergeschoss.



Abb. 12. Blick in den grossen Speisesaal.

schen Entwicklungen¹⁾. Diese lassen jedoch auch den eben besprochenen unstetigen Vorgang vollkommen unbetrachtigt, ebenso alle Widerstände und einen etwaigen Wärmeaustausch, sie nehmen also vom Innern des Gefäßes bis zum Austritt aus der Düse eine rein adiabatische Zu-

¹⁾ Zeuner, Vorlesungen über Theorie der Turbinen, S. 267 bis 278.

Das „Grand Hôtel de l'Univers“ in Basel.
Erbaut von den Architekten La Roche, Stähelin & Cie. in Basel.

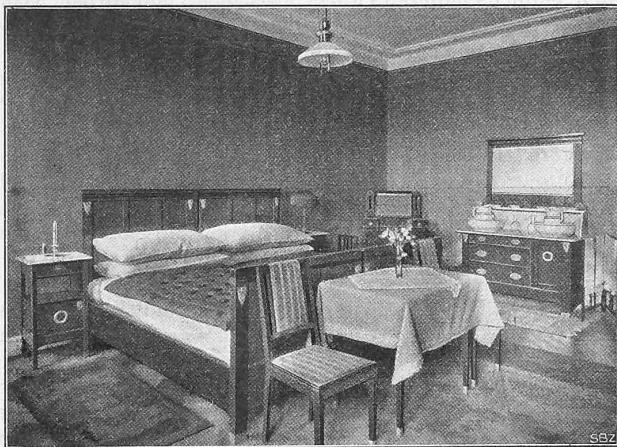


Abb. 13. Blick in ein Gastzimmer.

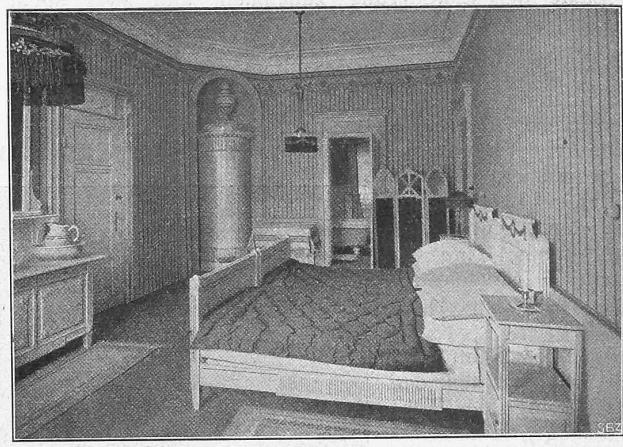


Abb. 14. Blick in ein Gastzimmer mit Badezimmer.

standsänderung an und setzen auch den Strahl in jedem Querschnitte je homogen voraus. Von so entwickelten Formeln ist nun von vornherein keine Uebereinstimmung mit dem wirklichen Vorgange zu erwarten; man muss sogar auf vollkommen unrichtige und unbrauchbare Ergebnisse gefasst sein. Ich erinnere in dieser Richtung nur an die Zeunersche Theorie der divergenten Lokomotivessen¹⁾, welche ebenfalls die Widerstände in der Esse ganz vernachlässigt, und aus der dann eine unendlich grosse Erweiterung als die günstigste folgt. Dem gegenüber habe ich gezeigt²⁾, dass man unter Berücksichtigung der Widerstände eine ganz bestimmte endliche und sogar ziemlich kleine Erweiterung als die günstigste erhält.

Ausserdem hängen die Widerstände in einem divergenten Rohre, wie ich aus meinen Versuchen über derartige Lokomotivessen schliessen muss³⁾, wesentlich mit vom Kegelwinkel ab. Daher kann eine Formel, welche die Er-

dünne Nadel sich ausbiegen kann, wodurch, so wie die Verhältnisse lagen, der beobachtete Druck hätte zu klein ausfallen müssen. Dazu kommt noch der Einfluss der Beschaffenheit der Kanten an der Ausmündung der Nadel, auf den Büchner (S. 43 seiner Dissertation) aufmerksam gemacht hat. Bei der vorliegenden Frage handelt es sich aber um vergleichende Versuche, und da muss man doch wohl annehmen, dass die unvermeidlichen Fehlerquellen an allen Stellen des untersuchten Querschnittes einen ähnlichen Einfluss ausgeübt haben, sodass die Druckänderung, wenn auch nicht dem Zahlenwerte, so doch dem Sinne nach richtig dargestellt worden ist. Sowie man übrigens die Annahme der Homogenität fallen lässt, verlieren die gefundenen Ergebnisse das Auffallende.

Ich kann hiernach die verschiedenen Einwände von Büchner nicht als stichhaltig ansehen.

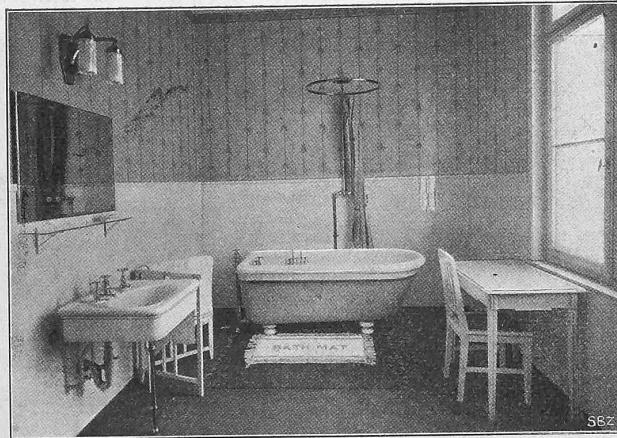


Abb. 15. Ansicht eines Badezimmers.

weiterung nur durch das Verhältnis der Durchmesser einführt, unmöglich richtig sein, und man darf aus ihr keine zu weit gehenden Schlüsse ziehen.

Am Schlusse seiner Arbeit (S. 83) führt Büchner noch meine Druckmessungen im freien Strahle mit der Morphiumnadel an und sagt, dass das Ergebnis, nämlich eine Zunahme des Druckes vom Rande des Strahles nach der Mitte zu, „nicht besonders vertrauenerweckend“ sei. Nun bin ich mir sehr wohl bewusst gewesen, dass derartige Messungen nicht ganz zuverlässig sind, weil eine so lange und

¹⁾ Civilingenieur, 1871, Bd. XVII, S. 1 bis 20.

²⁾ Schweiz. Bauzeitung, 1887, Bd. X, S. 27 und 33.

³⁾ Schweiz. Bauzeitung, 1892 Bd. XX, S. 121.

Ueber neuere Fundierungsmethoden
mit Betonpfählen.¹⁾

Von Ingenieur K. E. Hilgard, Professor am eidgen. Polytechnikum in Zürich.

Das Bedürfnis, bei Fundierungen an Stelle von Pfählen aus Holz solche aus einem andern, namentlich der Fäulnis nicht unterworfenen Material zu verwenden, macht sich bei schlechtem, nicht tragfähigem Boden überall da geltend, wo entweder über dem Baugrund oder in demselben kein Wasser bleibend vorhanden ist, oder wo bei tiefer Lage der tragfähigen Bodenschicht der allfällig vorhandene Grundwasserspiegel selbst verhältnismässig tief unter der Frostgrenze liegt, oder auch da wo dieser starken Schwankungen ausgesetzt ist. In diesem Falle wird, um die Pfahlköpfe vor Fäulnis zu schützen, der eigentliche Fundamentkörper infolge seiner tiefliegenden Unterstützung nicht nur selbst sehr voluminos, sondern seine Erstellung bedingt auch eine tiefe und demgemäss erschwerte Abgrabung. Ausser den durch ihn unmittelbar verursachten Mehrkosten kann ein tiefer Fundamentaushub auch den Fundamenten benachbarter, bereits bestehender Bauwerke gefährlich werden, oder dann besondere und meist kostspielige Massregeln zu deren Sicherung oder gar die Anwendung besonderer Baumethoden erfordern. Wie solche besondere Sicherungsarbeiten durch die Anwendung von *Betonpfählen* (System „Raymond“) vermieden werden konnten, hatten wir Gelegenheit bei den Fundierungsarbeiten für das U. S. Express Co. Gebäude in New York zu beobachten.

¹⁾ Auszug No. 2 aus einem Bericht über eine technische Studienreise in den Ver. St. v. N. A. im Herbst 1904. Nr. 1 in Nr. 18, Band XLV dieser Zeitschrift.