

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 47/48 (1906)  
**Heft:** 8

**Artikel:** Berechnung von eingespannten Gewölben  
**Autor:** Mersch, E.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-26058>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 19.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

INHALT: Berechnung von eingespannten Gewölben. (Schluss.) — Wettbewerb für die Höhere Töchterschule auf der Hohen Promenade in Zürich. — Wohnhaus an der Habsburgerstrasse in Bern. — Ueber neuere Fundierungsmethoden mit Betonpfählen. (Forts.) — Flusskorrekturen und Wildbachverbaungen in der Schweiz im Jahr 1905. — Miscellanea: Schmalspurbahn Zweisimmen-Lenk. Kraftwerk der Philadelphia Rapid Transit Co. Schweizer Bundesbahnen. Stadtbaumeister Geiser. Fünfzigjähriges Jubiläum des Vereins deutscher Ingenieure. Brücke über das Lorzentobel. Internationale

Rheinregulierung. Städtisches Thermalbad in Wiesbaden. — Konkurrenz: Evangelisch-reformierte Kirche in Arosa. Schulhaus zu Reconvillier. Primarschulgebäude in Bottmingen. — Literatur: Repetitorien der Elektrotechnik. Handbuch der deutschen Kunstdenkmäler. Theorie und Konstruktion versteifter Hängebrücken. Annuaire pour l'an 1906. Eingegangene literarische Neuigkeiten. — Vereinsnachrichten: Zürcher Ingenieur- und Architekten-Verein. Bernischer Ingenieur- und Architekten-Verein. Technischer Verein Winterthur. G. e. P.: Stellenvermittlung.

Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur unter der Bedingung genauerer Quellenangabe gestattet.

## Berechnung von eingespannten Gewölben.

Von Professor E. Mörsch in Zürich.

(Schluss.)

Beanspruchung durch ständige Last.

Die Ermittlung der Eigengewichtsbeanspruchung mit Hilfe der Einflusslinien oder der Stützlinie ist nicht nur zeitraubend, sondern auch ungenau. Denn es handelt sich hier um grosse Lasten und bei Verwendung von Einflusslinien für die Kernpunktstmomente sind die Summen der negativen und der positiven Beträge von einander abzuziehen, sodass alle Ungenauigkeiten in den Differenzen übrig bleiben. Es empfiehlt sich daher, dem Bogen eine solche Form zu geben, dass seine Achse mit einer Stützlinie für die ständige Last zusammenfällt, und die Eigengewichtsbeanspruchungen nach der aus dem folgenden sich ergebenden, einfachen und genauen Methode zu ermitteln.

Wir nehmen wieder das linke Auflager weg und bringen im Schwerpunkt des Kämpferquerschnitts die Reaktionen  $H_s$  und  $V_s$  an, welche der mit der Bogenmittellinie zusammenfallenden Stützlinie für die ständige Last ent-

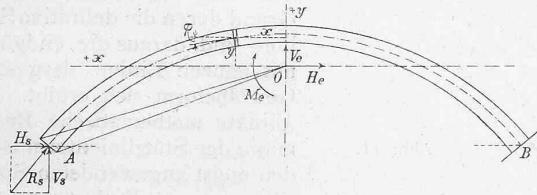


Abb. 9.

sprechen (Abb. 9). Da der Bogen sich unter Einfluss der Normalkräfte verkürzt, die Spannweite aber unverändert bleiben soll, so können  $H_s$  und  $V_s$  nicht die richtigen Auflagerkräfte des eingespannten Bogens sein und wir bringen daher noch im Punkte  $O$ , der in starrer Verbindung mit dem linken Kämpferquerschnitt zu denken ist, die Ergänzungskräfte  $H_e$ ,  $V_e$  und  $M_e$  an.

Die unveränderte Lage des Kämpferquerschnitts ist wieder durch die folgenden drei Gleichungen ausgedrückt:

keine Horizontalverschiebung von  $O$

$$0 = \int \frac{M_x}{EJ} \cdot ds \cdot y - \int \frac{N_x}{EF} \cdot ds \cdot \cos \varphi$$

keine Vertikalverschiebung von  $O$

$$0 = \int \frac{M_x}{EJ} \cdot ds \cdot x - \int \frac{N_x}{EF} \cdot ds \cdot \sin \varphi$$

keine Drehung um Punkt  $O$

$$0 = \int \frac{M_x}{EJ} \cdot ds$$

Der Voraussetzung gemäss ist das Moment von  $H_s$ ,  $V_s$  und den links vom Schnitt  $x$  gelegenen ständigen Lasten in bezug auf seinen Schwerpunkt = 0, weil die Resultierende aller dieser Kräfte mit der Bogenachse zusammenfällt; wir erhalten also

$$M_x = M_e - H_e \cdot y - V_e \cdot x$$

$$N_x = N_s + H_e \cdot \cos \varphi + V_e \cdot \sin \varphi$$

oder, da  $N_s = \frac{H_s}{\cos \varphi}$  aus dem zur Stützlinie gehörigen Kräftepolygon folgt, ist

$$N_x = \frac{H_s}{\cos \varphi} + H_e \cdot \cos \varphi + V_e \cdot \sin \varphi$$

Die Substitution dieser Werte in die drei Bedingungsgleichungen liefert

$$\begin{aligned} o &= M_e \int \frac{y \cdot ds}{J} - H_e \int \frac{y^2 \cdot ds}{J} - V_e \int \frac{xy \cdot ds}{J} - H_s \int \frac{ds}{F} - \\ &\quad - H_e \int \frac{\cos^2 \varphi \cdot ds}{F} - V_e \int \frac{\sin \varphi \cos \varphi \cdot ds}{F} \\ o &= M_e \int \frac{x \cdot ds}{J} - H_e \int \frac{xy \cdot ds}{J} - V_e \cdot \int \frac{x^2 \cdot ds}{J} - \\ &\quad - H_s \int \frac{ds \cdot \sin \varphi}{F \cdot \cos \varphi} - H_e \int \frac{ds \sin \varphi \cdot \cos \varphi}{F} - V_e \int \frac{ds \cdot \sin^2 \varphi}{F} \\ o &= M_e \int \frac{ds}{J} - H_e \int \frac{y \cdot ds}{J} - V_e \int \frac{x \cdot ds}{J}. \end{aligned}$$

Da es sich um einen symmetrischen Bogen handelt, ist

$$\int \frac{ds \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi}{F} = o; \text{ ferner } \int \frac{ds \cdot \sin \varphi}{\cos \varphi} = o,$$

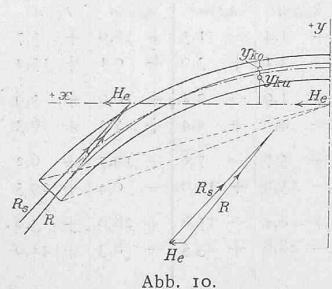
denn jedem Bogenelement  $ds$  auf der linken Hälfte mit positivem  $\sin \varphi$  entspricht ein gleiches rechts mit negativem  $\sin \varphi$ . Wählen wir wieder die Lage des Koordinatensystems so, dass  $\int \frac{y \cdot ds}{J} = o$ ,  $\int \frac{x \cdot ds}{J} = o$ ,  $\int \frac{xy \cdot ds}{J} = o$ , dann folgt aus der dritten Bedingungsgleichung  $M_e = o$ , aus der zweiten  $V_e = o$  und aus der ersten

$$H_e = \frac{-H_s \int \frac{ds}{F}}{\int \frac{y^2 \cdot ds}{J} + \int \frac{ds \cdot \cos^2 \varphi}{F}}.$$

Die Grössen  $\int \frac{ds}{F}$  und  $\int \frac{y^2 \cdot ds}{J} = \Sigma w \cdot y^2$  sind für die Einflusslinien ohnedies zu bestimmen. Da  $H_e$  als Ergänzungskraft klein ist, kann ohne grosse Ungenauigkeit das zweite Glied im Nenner, also  $\int \frac{ds \cdot \cos^2 \varphi}{F}$  gegenüber dem viel grösseren ersten Glied vernachlässigt oder gleich dem schon berechneten  $\int \frac{ds}{F}$  gesetzt werden. Die Randspannungen infolge ständiger Belastung ergeben sich als Summe der gleichmässig verteilten Druckspannungen von der mit der Achse zusammenfallenden Stützlinie und der von  $H_e$  erzeugten Biegungsbeanspruchung. Da  $H_e$  negativ wird, wirkt diese Kraft von rechts nach links und erzeugt im Bogenteil unterhalb der  $x$ -Achse negative Biegungsmomente mit Druckspannungen an der inneren Leibung und Zugspannungen im Gewölberücken; im Bogenteil oberhalb der  $x$ -Achse treten infolge der Zusatzkraft die Druckspannungen am Gewölberücken und die Zugspannungen an der inneren Leibung auf. Diese Biegungsbeanspruchungen berechnen sich sehr einfach aus den Kernmomenten und man erhält dann die Randspannungen durch die ständige Belastung

$$\sigma_o = \frac{H_s}{\cos \varphi \cdot F} + \frac{H_e \cdot y k_u}{W}$$

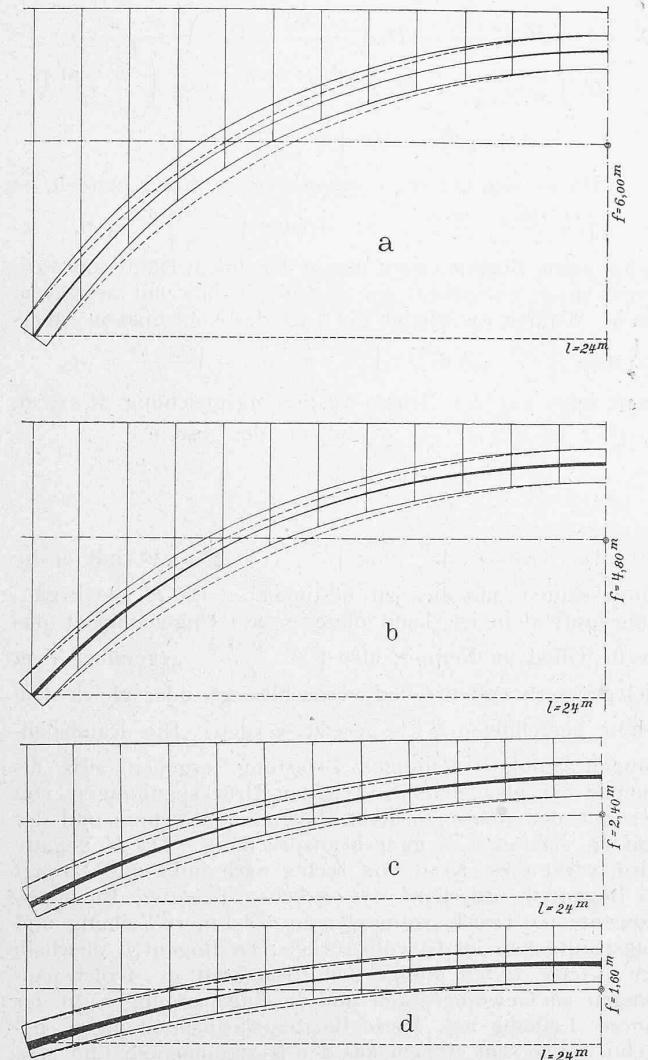
$$\sigma_u = \frac{H_s}{\cos \varphi \cdot F} - \frac{H_e \cdot y k_o}{W}$$



Das Einzeichnen der tatsächlichen Stützlinie ist also für die Ermittlung der Randspannungen nicht nötig, würde auch nicht zu dem genauen Ergebnis führen, wie die Rechnung. Will man den Verlauf der tatsächlichen Stützlinie zeichnen, so hat man die Kräfte der mittleren Stützlinie mit der Ergänzungskraft  $H_e$  zu kombinieren; beide Stützlinien durchschneiden sich auf der  $x$ -Achse, auf welcher auch alle Schnittpunkte entsprechender Seiten der beiden Polygone liegen.  $R_s$  und  $H_e$  ergeben die tatsächliche Kämpferreaktion  $R$  (Abb. 10).

Je kleiner das Pfeilverhältnis eines Bogens ist, umso kleiner wird  $\Sigma w \cdot y^2$  oder der Nenner des Ausdrückes für  $H_e$ , umso mehr wird also die tatsächliche Stützlinie von der mittleren im Scheitel und im Kämpfer abweichen.

In den Abbildungen 11 a bis d sind die Abweichungen beider Kurven für ein Gewölbe von 24 m Spannweite mit horizontaler Ueberschüttung bei verschiedenem Pfeilverhältnis dargestellt. Die für die vier Beispiele durchgeführte Berechnung ergab folgende Zahlen für die Randspannungen infolge Eigengewichts.



| Pfeilverhältnis<br>$f/l$        | Querschnitt | Gleichmässig verteilte Spannung<br>$\sigma = \frac{N_s}{F}$ | Randspannung infolge $H_e$ |            | Total      |            |
|---------------------------------|-------------|---|----------------------------|------------|------------|------------|
|                                 |             |   | $\sigma_o$                 | $\sigma_u$ | $\sigma_o$ | $\sigma_u$ |
| $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$    | Scheitel    | $kg/cm^2$   | $+ 7,2$                    | $+ 1,4$    | $- 1,5$    | $+ 8,6$    |
|                                 | Kämpfer     |   | $+ 12,2$                   | $- 3,1$    | $+ 3,0$    | $+ 9,1$    |
| $\frac{4,8}{24} = \frac{1}{5}$  | Scheitel    |   | $+ 8,1$                    | $+ 1,9$    | $- 2,2$    | $+ 10,0$   |
|                                 | Kämpfer     |   | $+ 11,9$                   | $- 4,6$    | $+ 4,4$    | $+ 7,3$    |
| $\frac{2,4}{24} = \frac{1}{10}$ | Scheitel    |   | $+ 14,0$                   | $+ 5,7$    | $- 7,8$    | $+ 19,7$   |
|                                 | Kämpfer     |   | $+ 15,5$                   | $- 15,9$   | $+ 14,0$   | $- 0,4$    |
| $\frac{1,6}{24} = \frac{1}{15}$ | Scheitel    |   | $+ 19,6$                   | $+ 8,4$    | $- 15,8$   | $+ 28,0$   |
|                                 | Kämpfer     |   | $+ 20,5$                   | $- 28,8$   | $+ 23,5$   | $- 8,3$    |

Man sieht aus diesem Beispiel, dass schon beim Pfeilverhältnis  $1/5$  der Einfluss von  $H_e$  sich bemerkbar macht. Die Randspannungen infolge  $H_e$  lassen unmittelbar die Vorteile erkennen, welche im Scheitel und Kämpfer eingebaute, provisorisch wirksame Gelenke hinsichtlich der

Spannungsverteilung bieten. Die provisorischen Gelenke, die sich, wie vorauszusehen war, bei flachen Bögen empfehlen, werden erst ausgegossen, wenn die ganze ständige Last aufgebracht ist und die Deformationen infolge der Normalkräfte  $N_x = N_s$  vollzogen sind.

Die vorausgesetzte Stützlinienform des Gewölbes wird am einfachsten durch Versuchsrechnungen festgestellt und zwar wird die Form zunächst beliebig (als Kreisbogen) angenommen und für die dadurch festgelegte Belastung die Ordinaten der Stützlinie eingerechnet. Dadurch erhält man eine verbesserte Bogenform und eine etwas veränderte Belastung, welche bei der Wiederholung der Rechnung zu Grunde gelegt wird. Die dann erhaltene zweite Stützlinie weicht von der ersten so wenig ab, dass die geringe Änderung der Lasten keinen Einfluss mehr auf ihre Lage ausübt und sie als die endgültige betrachtet werden kann. In den Abbildungen 11 a bis d ist die erste Annahme jeweils mit gestrichelten Linien dargestellt und in Abbildung 11 e bedeuten die gestrichelten Linien die erste Annahme der Gewölbeform, die strichpunktuierten die nach der ersten Einrechnung der Stützlinie sich ergebende Form, auf Grund deren die definitive Stützlinie und daraus die endgültige mit ganzen Linien dargestellte Gewölbeform sich ergibt. Eine direkte mathematische Bestimmung der Stützlinienform ist bei den meist angewendeten Spandrillräumen und Entlastungsbögen im Aufbau nicht möglich.

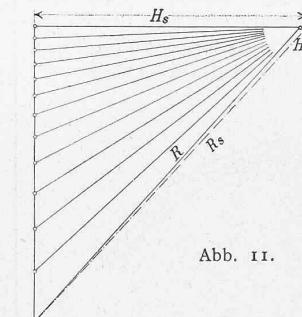


Abb. 11.

#### Einfluss der Temperaturänderung.

1. Aenderst sich die Temperatur des Gewölbes gegenüber seiner Herstellungstemperatur um  $\tau^0$ , dann ergibt sich als einzige hievon herrührende Auflagerkraft nach den früher aufgestellten Gleichungen

$$H_\tau = \frac{E a \tau l}{\Sigma w \cdot y^2 + \Sigma \frac{s}{F}} = \frac{E a \tau l}{\Sigma \frac{s}{J} \cdot y^2 + \Sigma \frac{s}{F}}$$

Diese Kraft wirkt also in der Höhe der  $x$ -Achse und ist in fester Verbindung mit dem Kämpferquerschnitt zu denken (Abb. 12). Die davon herrührenden Randspannungen folgen aus den Kernmomenten der Kraft  $H_\tau$  für die einzelnen Querschnitte.  $H_\tau$  wird umso grösser, je grösser  $J$  ist. Da die Temperaturschwankungen bei Gewölben nicht genau bekannt sind, kann das Glied  $\Sigma \frac{s}{F}$  im Nenner ev. vernachlässigt werden.

2. Das Gewölbe erleidet eine solche Aenderung seiner Temperatur, dass sie vom Gewölberücken nach der innern Leibung stetig zunimmt, in der Gewölbeachse aber gleich der Herstellungstemperatur bleibt. Dieser Zustand ist bei gewölbten Brücken mit Spandrillräumen denkbar, in denen die Temperatur von der äussern Lufttemperatur meist verschieden ist. Ist die äussere Temperatur um  $\Delta \tau^0$  höher als im Innern, so wird bei stetigem Übergang beider Temperaturen im Gewölbe der Verdrehsungswinkel zwischen zwei benachbarten Querschnitten

$$d\gamma' = \frac{M_x}{E J} \cdot ds + \frac{ds \cdot a \cdot \Delta \tau}{h} \quad (\text{Abb. 13}).$$



Abb. 12.

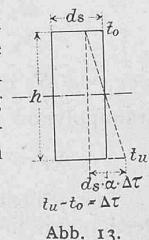


Abb. 13.

Da nur der Einfluss von  $\Delta\tau$  ermittelt werden soll, ist für  $M_x$  zu setzen:  $M_x = M - H \cdot y - V \cdot x$  und für  $N_x = H \cdot \cos \varphi + V \cdot \sin \varphi$ ,  $\Delta ds = \frac{N_x}{EJ} \cdot ds$ .

Werden wieder die drei Gleichungen angeschrieben, die ausdrücken, dass der linke Kämpferquerschnitt seine Lage nicht ändert, dann erhält man mit Berücksichtigung, dass  $\int \frac{ds \cdot y}{J}$ ,  $\int \frac{ds \cdot x}{J}$ ,  $\int \frac{ds \cdot xy}{J}$  und wegen der Symmetrie  $\int \frac{ds \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi}{F}$  je gleich Null werden,

$$H_{\Delta\tau} = \frac{E \cdot \alpha \cdot \Delta\tau \cdot \int \frac{ds \cdot y}{h}}{\Sigma w \cdot y^2}; \quad V_{\Delta\tau} = 0$$

$$M_{\Delta\tau} = \frac{-E \cdot \alpha \cdot \Delta\tau \cdot \int \frac{ds}{h}}{\Sigma w}.$$

Hat der Bogen eine konstante Stärke, so wird  $\int \frac{ds \cdot y}{h}$  proportional  $\int \frac{ds \cdot y}{J}$ , also = 0 und demnach auch  $H_{\Delta\tau} = 0$ . Im Nenner des Ausdrucks von  $H_{\Delta\tau}$  ist das von der Deformation durch die Normalspannungen herrührende Glied vernachlässigt. Berücksichtigt man, dass die Innentemperatur immer näher an der Herstellungstemperatur liegen wird, dann wird  $\Delta\tau = t_u - t_o$  immer von gleichem Vorzeichen sein, wie die Temperaturzunahme  $\tau$  in der Gewölbeachse und da  $\int \frac{ds \cdot y}{h}$  für die nach den Kämpfern an Stärke zunehmenden Bögen negativ ausfällt, so wird  $H_{\Delta\tau}$  von anderem Vorzeichen als  $H_r$ , also diesen Horizontalschub vermindern. Das Moment  $M_{\Delta\tau}$  vermindert die von  $H_r$  herrührenden Momente in der Nähe des Kämpfers und vergrößert diejenigen in der Nähe des Scheitels. Da die letztern aber viel kleiner sind als die ersten, so kann man sagen, dass durch das Vorhandensein von Spandrillräumen oder einem massiven Aufbau die Temperaturspannungen etwas verringert werden, abgesehen davon, dass die Temperaturänderung  $\tau$  der Achse dadurch in engen Grenzen gehalten wird.

#### Unsymmetrischer Bogen.

Ist der Bogen unsymmetrisch, dann beziehen wir ihn nach Abbildung 14 auf ein schiefwinkeliges Koordinaten-

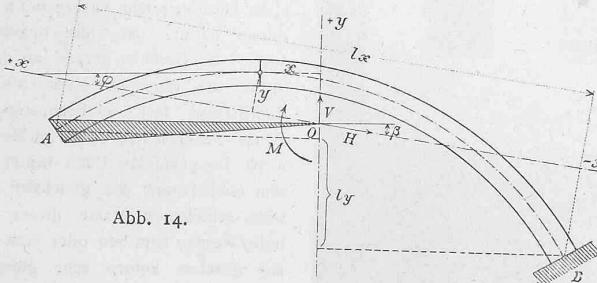


Abb. 14.

system, dessen  $y$ -Achse vertikal und dessen  $x$ -Achse unter einem gewissen Winkel  $\beta$  geneigt ist. In analoger Weise wie beim symmetrischen Bogen bringen wir die drei Reaktionen  $H$ ,  $V$  und  $M$  an dem in fester Verbindung mit dem linken Kämpferquerschnitt zu denkenden Punkte  $O$  an, und zwar wirke  $H$  in der Richtung der  $x$ -Achse,  $V$  in der Richtung der  $y$ -Achse. Die Achspunkte des Bogens werden mit ihren lotrechten Abständen  $x$  und  $y$  von den Achsen eingeführt. In ganz derselben Weise wie beim symmetrischen Bogen erhalten wir die drei Bedingungsgleichungen, welche aus der unveränderten Lage des linken Kämpferquerschnitts folgen.

Verschiebung im Sinne der  $x$ -Achse

$$0 = \int \frac{M_x}{EJ} \cdot ds \cdot y - \int \frac{N_x \cdot ds}{EF} \cdot \cos \varphi + \alpha \cdot \tau \cdot l_x$$

Verschiebung im Sinne der  $y$ -Achse

$$0 = - \int \frac{M_x}{EJ} \cdot ds \cdot x + \int \frac{N_x \cdot ds}{EF} \cdot \sin(\varphi - \beta) + \alpha \cdot \tau \cdot l_y$$

Drehung um den Punkt O  $0 = \int \frac{M_x}{EJ} \cdot ds$ .

Hiebei bedeuten  $l_x$  und  $l_y$  die Projektionen der Kämpferfernung  $AB$  auf beide Achsen.

Für  $M_x$  setzen wir wieder  $M_x = M_o + M - H \cdot y - V \cdot x$  und näherungsweise  $N_x \cdot \cos \varphi = H$

und  $N_x \cdot \sin(\varphi - \beta) = 0$ ; alsdann ergeben sich, wenn das Koordinatensystem wieder so gewählt wird, dass die  $\int \frac{x \cdot ds}{J} = 0$ ,  $\int \frac{y \cdot ds}{J} = 0$  und  $\int \frac{xy \cdot ds}{J} = 0$ , die statisch unbestimmten Auflagerkräfte zu

$$H = \frac{\int \frac{M_0 \cdot y}{J} \cdot ds + E \cdot \alpha \cdot \tau \cdot l_x}{\int \frac{y^2 \cdot ds}{J} + \int \frac{ds}{F}} = \frac{\Sigma M_o \cdot wy + E \cdot \alpha \cdot \tau \cdot l_x}{\Sigma y \cdot wy + \Sigma \frac{s}{F}}$$

$$V = \frac{\int \frac{M_0 \cdot x}{J} \cdot ds - E \cdot \alpha \cdot \tau \cdot l_y}{\int \frac{x^2 \cdot ds}{J}} = \frac{\Sigma M_o \cdot wx - E \cdot \alpha \cdot \tau \cdot l_y}{\Sigma x \cdot wx}$$

$$M = - \frac{\int \frac{M_0 \cdot ds}{J}}{\int \frac{ds}{J}} = - \frac{\Sigma M_o \cdot w}{\Sigma w}$$

Wenn nur eine geringe Anzahl bestimmter Belastungsfälle zu berücksichtigen ist, können diese Formeln unmittelbar zur Berechnung der statisch unbestimmten Reaktionen dienen. Der Uebergang zu den Einflusslinien ergibt sich genau so, wie es für den symmetrischen Bogen gezeigt wurde, auch werden die entsprechenden Seilpolygone in gleicher Weise konstruiert. Nur bei der  $\Sigma y \cdot wy$  ergibt sich ein Unterschied insofern, als die elastischen Gewichte  $w_y$  nicht mehr horizontal, sondern parallel der  $x$ -Achse wirkend anzunehmen sind; das Stück  $w_y$  (Abb. 4 a, S. 84) wird dann nicht mehr horizontal, sondern parallel zur  $x$ -Achse zwischen den beiden letzten Seilpolygonseiten gemessen.

Der Voraussetzung gemäss müssen die Achsen  $x$  und  $y$  durch den Schwerpunkt  $O$  des mit den elastischen Gewichten  $dw = \frac{ds}{J}$  behafteten Bogens hindurchgehen; dabei ist die  $y$ -Achse vertikal und die  $x$ -Achse unter einem solchen Winkel  $\beta$  geneigt anzunehmen, dass das Zentrifugalmoment der Gewichte  $dw$ , also  $\int dw \cdot x \cdot y = 0$  ist. Beide Achsen sind also einander zugeordnet und es kann die Lage der  $x$ -Achse mit Hilfe des Mohrschen Trägheitskreises bestimmt werden, oder als konjugierte Richtung zur  $y$ -Achse in der Zentralellipse der Gewichte  $dw$ .

Bezeichnet man die Ordinaten der Bogenpunkte in bezug auf die horizontale  $x_1$ -Achse mit  $y_1$ , so ist (Abb. 15)

$$y = y_1 \cos \beta - x \cdot \sin \beta \text{ und}$$

$$\int xy \cdot dw = \cos \beta \int xy_1 \cdot dw - \sin \beta \int x^2 \cdot dw = 0, \text{ woraus}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\int xy_1 \cdot dw}{\int x^2 \cdot dw} = \frac{\Sigma w_x \cdot y_1}{\Sigma w_x \cdot x}.$$

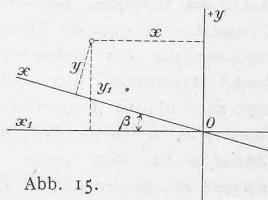


Abb. 15.

Da die Summe des Nenners ohnedies zu berechnen ist, hat man also zur Ermittlung des Winkels  $\beta$  noch das statische Moment der Gewichte  $w_x$  in bezug auf die horizontale  $x_1$ -Achse auszurechnen.

Bei gleich hohen Kämpfern, aber unsymmetrischer Bogenform wird  $V_r = 0$  und der Temperaturschub

$$H_r = \frac{E \cdot \alpha \cdot l_x}{\Sigma y \cdot wy + \Sigma \frac{s}{F}}$$

wirkt in der  $x$ -Achse, die um den Winkel  $\beta$  gegen die Horizontale geneigt ist.

Die für den symmetrischen Bogen empfohlene Berechnung der Eigengewichtsbeanspruchungen ist auch bei unsymmetrischer Form anwendbar, sofern man  $N_x = \frac{Hs}{\cos \varphi}$  setzt, also die Normalspannungen infolge der Ergänzungskräfte vernachlässigt, was ohne grossen Fehler geschehen kann. Als dann ergibt sich für die in der geneigten  $x$ -Achse wirkende Ergänzungskraft  $H_e$  dieselbe Ausdruck, wie er für den symmetrischen Bogen gefunden wurde.

Zürich, im Dezember 1905.