

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 45/46 (1905)
Heft: 13

Artikel: Vergleichende Untersuchungen an Reaktions-Niederdruckturbinen
Autor: Prášil, Franz
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-25410>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 03.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Vergleichende Untersuchungen an Reaktions-Niederdruckturbinen. (Schluss.) — Wettbewerb für ein Post- und Telegraphen-Gebäude in La Chaux-de-Fonds. I. — Hauptversammlungen der deutschen keramischen Vereine. — Schulratspräsident Dr. R. Gnehm. — Miscellanea: Eidg. Polytechnikum. Durchschlagsfeier im Simplontunnel. Schweiz. Studienkommission für elektr. Bahnbetrieb. Kohlenvorrat Grossbritanniens. Neubau der Krippe zu St. Peter in Basel. Eidg. Polytechnikum. Verbindung des amerikan.

Kontinents mit Key West Elektr. Betrieb der Strecke Wien-Pressburg. Internationaler Verband für die Materialprüfung der Technik. Molardturm in Gent. Londoner Untergrundbahn. — Literatur: Anzeiger für schweiz. Altertumskunde. Eingegangene literarische Neuigkeiten. — Nekrologie: † F. von Schulthess-Rechberg. — Konkurrenzen: Neubau von Kirche und Pfarrhaus zu Spiez. — Vereinsnachrichten: Technischer Verein Winterthur. Zürcher Ingenieur- und Architekten-Verein. G. e. P.: Stellenvermittlung.

Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur unter der Bedingung genauester Quellenangabe gestattet.

Vergleichende Untersuchungen an Reaktions-Niederdruckturbinen.

Von Professor Dr. Franz Prášil in Zürich.

Nachdruck verboten.

(Schluss.)

G. Theoretische Untersuchungen.

— Ad 2 —

Die Charakteristiken für $Q = \text{konstant}$ können zur Bestimmung der hydraulischen Widerstände wie folgt benutzt werden:

Durch die Ablaufversuche ist M_{wv} bekannt und es folgt daraus die den äusseren Widerständen entsprechende Leistung mit

$$L_{wv} = \omega \cdot M_{wv} = \frac{\pi n}{30} M_{wv},$$

woraus sich bei Division durch das konstante Wassergewicht γQ eine Höhe $h_{wv} = \frac{\pi n}{30 \gamma} \frac{M_{wv}}{Q}$

ergibt, die dem Gefällsteil entspricht, der auf die Ueberwindung der äusseren Widerstände verbraucht wird, sodass

$$H_h = H_n + h_{wv}$$

das der hydraulischen Leistung L_h entsprechende hydraulische Nutzgefälle ist, für welches nach Gleichung II, Seite 150 folgende Beziehung gilt:

$$H_h = H + \frac{v_0^2}{2g} - \Sigma H_{wv} - \frac{v_a^2}{2g}$$

Berücksichtigt man, dass v_0 im Allgemeinen und bei den Dimensionen des Niederdruckreservoirs, aus dem die untersuchte Turbine gespeist wurde, auch im vorliegenden Fall, sehr klein ist, also bei dieser Untersuchung vernachlässigt werden kann, so ergibt sich mit

$$H - H_h = H_x = \Sigma H_{wv} + H_a,$$

die Differenz H_x , d. i. der zu einer Tourenzahl gehörigen Werte des Totalgefälles und des hydraulischen Nutzgefälles als die Summe der Gefällsverluste und derjenigen Geschwindigkeitshöhe, die der Energie der abfliessenden Wassermenge entspricht.

ΣH_{wv} setzt sich aus mehreren Teilen zusammen und zwar:

a) Aus einem konstanten Teil, der diejenigen Gefällsverluste ΣH_{wva} umfasst, welche bei der Strömung der konstanten Wassermenge Q durch die Räume des Systems durch die Abweichung von der normalen Tourenzahl nicht alteriert werden; diese Verluste können durch

$$\Sigma H_{wva} = \zeta_1 \cdot \frac{v_1^2}{2g}$$

ausgedrückt werden.

b) Aus einem mit n variablen Teil, der die Gefällsverluste H_{wvb} umfasst, die vom Spalt abwärts bis zum Austritt aus dem Saugrohr durch Stösse, diskontinuierliche Strömungen und durch die im Saugrohr auftretende kreisende Strömung bedingt sind; wenn der absolute Austritt aus dem Laufrad bei der stosslosen Tourenzahl ohne Geschwindigkeitskomponente im Sinne einer kreisenden Strömung stattfindet, so gibt die Minimalordinate der H_x Kurve, vermindert um die zugehörigen Werte von H_a , die sub a definierte Grösse $\Sigma H_{wva} = \zeta_1 \cdot \frac{v_1^2}{2g}$; bei bekanntem Wert von v_1 ist mithin ζ_1 zu bestimmen.

c) Aus einem Teil, ΣH_{wvc} , der denjenigen Widerständen entspricht, welche im Unterwasserkasten bis zum Ausfluss des Wassers aus demselben auftreten und auf den Austritt aus dem Saugrohr rückwirkend sind.

Kennt man für jede zugehörige Tourenzahl den Wert von H_a , und ist ferner der Wert von ΣH_{wva} , wie dies sub b angeführt ist, ebenfalls bestimmt, so erhält man durch

$$H_x - H_a - \Sigma H_{wva} = \Sigma H_{wvb} + \Sigma H_{wvc}$$

das Gesetz, nach welchem sich die Gefällsverluste sub b und c mit n verändern.

Für die Bestimmung von H_a ist nun zu bemerken, dass das Saugrohr in der Gestalt, wie dasselbe bei der Versuchsturbinen disponiert war, ein fester Rotationshohlraum ist, in welchem im allgemeinen eine einfache kreisende Strömung stattfindet. Vom Verfasser wurden in der Schweiz. Bauzeitung, Bd. XLI, Nr. 19, 21, 22, 25 und 26 in einer Studie über Flüssigkeitsbewegungen in Rotationshohlräumen¹⁾ solche Strömungen besprochen, und zwar sind im III. Kapitel jener Studie, unter der Annahme einer reibungslosen, inkompressiblen Flüssigkeit die Erscheinungen der einfachen kreisenden Strömung untersucht, von denen folgende für den vorliegenden Fall von Wert erscheint. Es wurde festgestellt, dass in einem Rohr, in welchem unter den gemachten Annahmen über die physikalische Beschaffenheit der Flüssigkeit eine wirbelfreie oder wirbelbehaftete Strömung im Sinne des Kapitels II derselben Studie bestehen kann, eine kreisende Bewegung ohne Veränderung der Stromflächen möglich ist, sofern das Produkt aus der, die kreisende Bewegung charakterisierenden Geschwindigkeitskomponente v_u (in der erwähnten Studie einfach mit u bezeichnet) für einen beliebigen Massenpunkt der Flüssigkeit und dem zugehörigen Radius, also sofern $v_u \cdot r = \text{konstant}$ für den ganzen Raum ist. Dabei ist weiter vorausgesetzt, dass in diesem Raum eine Bewegung möglich ist, bei der die Grösse v_u für alle Massenteile, deren Schwerpunkt sich auf einer um die Rotationsachse gelegten Zylinderfläche befinden, gleichzeitig denselben Wert hat (mit den Bezeichnungen der Studie $\frac{\partial u}{\partial z} = 0$). Dies ist der Fall in einem zylindrischen Rohr mit zylindrischem Kern, sofern volle Raumauffüllung vorhanden ist.

Durch den geradlinigen Verlauf der $100 \frac{H_n}{n}$ Kurve ist nach den Erwägungen auf Seite 149 die Annahme der Konstanz des wirksamen Austrittsradius und damit auch die Konstanz des Verlaufes der Stromlinien berechtigt, welche der einfachen Strömung durch das Saugrohr entsprechen und als Erzeugende der Stromflächen zu betrachten sind, in denen die kreisende Bewegung mit den Komponenten v_u erfolgt; mindestens im zylindrischen Ende des Saugrohres wird daher im Beharrungszustand nach dem obigen $v_u r = K$ sehr angenähert konstant sein, solange die Pressung in der Nähe der Achse, also im gegebenen Fall in der Nähe der Welle nicht unter denjenigen Betrag sinkt, bei dem diskontinuierliche Bewegungen infolge von Luftentweichungen eintreten.

Bezeichnet man die achsiale Komponente der Durchflussgeschwindigkeit im Saugrohr im Querschnitt des Unterwasserspiegelniveaus mit v_z , so ergibt sich für die lebendige Kraft der durch den Querschnitt strömenden Wassermenge, weil $v_a^2 = v_u^2 + v_z^2$ ist, die Differentialgleichung

$$dE = \frac{\gamma}{g} \cdot v_z \cdot 2 r \pi dr \cdot \frac{v_z^2}{2} + \frac{\gamma}{g} \cdot v_z 2 r \pi dr \cdot \frac{v_u^2}{2}$$

und mit $v_u = \frac{k}{r}$

$$dE = \frac{\gamma}{g} v_z^3 \pi r dr + \frac{\gamma}{g} v_z \pi \cdot k^2 \frac{dr}{r}.$$

Bezeichnet man ferner mit r_i den innern, mit r_a den äusseren Saugrohrradius, und nimmt man v_z konstant über den ganzen Querschnitt an, so folgt durch Integration in diesen Grenzen

$$E = \frac{\gamma}{g} \cdot v_z^3 \pi \frac{r_a^2 - r_i^2}{2} + \frac{\gamma}{g} v_z \pi k^2 \log \text{nat} \frac{r_a}{r_i} \\ = \frac{\gamma}{g} Q \frac{v_z^2}{2} + \frac{\gamma}{g} Q \cdot \frac{k^2}{2(r_a^2 - r_i^2)} \log \text{nat} \frac{r_a}{r_i}$$

¹⁾ Die Studie ist auch als Sonderabzug erschienen. Die Red.

Vergleichende Untersuchungen an Reaktions-Niederdruckturbinen.

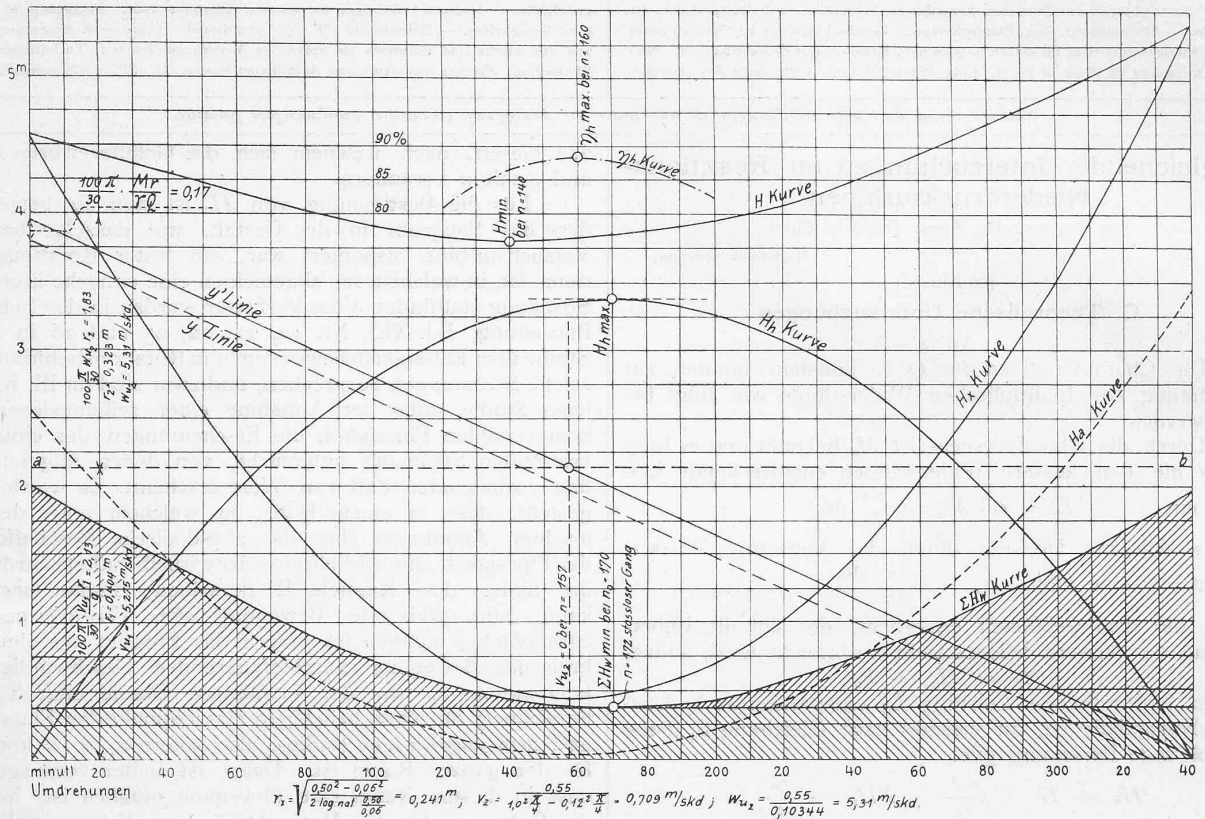


Abb. 35. Darstellung der Untersuchung für das vollbeaufschlagte Rad III.

und mit
$$v_x = k \cdot \sqrt{\frac{2 \log \text{nat} \frac{r_a}{r_i}}{r_a^2 - r_i^2}}$$

$$E = \frac{\gamma}{g} Q \left(\frac{v_2^2}{2} + \frac{v_x^2}{2} \right) = \frac{\gamma}{g} Q \frac{v_a^2}{2}$$

v_x bedeutet demnach jenen Mittelwert von v_n in der betrachteten Ebene, dessen halbes Quadrat multipliziert mit der sekundlichen Durchflussmenge, die der kreisenden Bewegung entsprechende lebendige Kraft darstellt; mit

$$v_x = \frac{k}{r_x} \text{ also } r_x = \frac{\sqrt{r_a^2 - r_i^2}}{2 \log \text{nat} \frac{r_a}{r_i}}$$

erhält man den entsprechenden mittlern Austrittsradius, sodass die Vorstellung berechtigt ist, dass die Strömung der Wassermenge Q im Saugrohr vom wirksamen Austrittsradius r_2 ausgehend um eine Rotationsfläche erfolgt, deren Erzeugende im Unterwasserspiegelniveau den Radius r_x hat.

Im Saugrohr wirken mit Ausnahme der Reibung keine Kräfte, denen ein resultierendes Moment in Bezug auf die Drehachse zukommt; mit grosser Annäherung kann daher für die eben beschriebene Strömung gesetzt werden:

$$M = \frac{\gamma Q}{g} (v_x r_x - v_{n2} r_2) = 0; \text{ also } v_x r_x = v_{n2} r_2,$$

sodass man bei bekanntem Wert $v_{n2} r_2$ auch v_x berechnen kann. Nun ist

$$y + \frac{100 \pi}{30 g} \cdot \frac{M_{w0}}{\gamma Q} = y' = 100 \frac{H_h}{n} = \frac{100 \pi}{30 g} (v_{n1} r_1 - v_{n2} r_2)$$

was der Darstellung durch nebenstehende Abb. 34 entspricht, in der zu ersehen ist, dass die Grösse $v_{n2} r_2$ für jedes n aus der y' Charakteristik zu entnehmen und damit v_x sowie v_a und hiemit $H_a = \frac{v_a^2}{2g}$ zu berechnen sind.

Es bedarf nun noch einer Betrachtung bezüglich der sub c angeführten Widerstände ΣH_{wc} , in denen die Rückwirkung der Strömungsverhältnisse im Unterwasserkasten zum Ausdruck kommt. Diese Grösse ΣH_{wc} ist nichts anderes als die durch den Ueberdruck im Saugrohrquerschnitt der

Unterwasserspiegelebene bestimmte Energie des durch diesen Querschnitt strömenden Wasserquantums, deren Totalbetrag davon abhängt, in welcher Weise und bis zu welcher Grösse die kinetische Energie $E = \frac{\gamma Q}{g} \frac{v_a^2}{2}$ im eingetauchten Teil des Saugrohres, beim Uebertritt aus demselben in den Unterwasserkasten und in letzterem selbst umgewandelt bzw. vernichtet wird. Diese Pressungsenergie ist nun jedenfalls von $\frac{v_a^2}{2g}$ und von der Art und Weise der Weiterführung des Wassers im Ablaufkanal abhängig und wird, da $v_a^2 = v_2^2 + v_x^2$, aus zwei Teilen bestehen, von denen der erste den sub a mit ΣH_{wa} , der zweite den sub b mit ΣH_{wb} angeführten Gefällsverlusten beizuzählen sein wird.

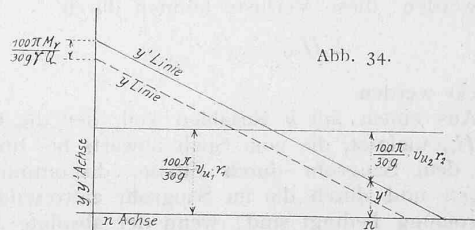


Abb. 34.

Vermindert man also den nach den Erwägungen auf Seite 157 gefundenen Wert H_x um die zugehörigen Werte von H_a , so erhält man die ΣH_{wa} , die dann entsprechend den Erörterungen sub b in zwei Teile (einen konstanten und einen variablen) zerlegt werden kann.

Auf Grundlage dieser Betrachtungen wurde vorläufig für das vollbeaufschlagte Rad III die Untersuchung durchgeführt, worüber Abbildung 35 Auskunft gibt.

Der Rechnungsvorgang ist folgender:

Die Ordinaten der Spezial-Momentencharakteristik (y Linie) für $Q = \text{konstant} = 0,550 \text{ m}^3/\text{Sek.}$ um den konstanten, den äusseren Widerständen entsprechenden Betrag $y_r = \frac{100 \pi}{30} \cdot \frac{M_r}{\gamma Q} = 0,17 \text{ m}$ vermehrt, geben die y' Linie

(hydraulische Momentencharakteristik), aus deren Ordinaten durch Multiplikation mit $\frac{n}{100}$ die Kurve des hydraulischen Nutzgefälles H_h folgt; die H_x Kurve ergibt sich aus der Relation $H_x = H - H_h$.

Die Gleichung der y' Linie ist:

$$y' = \frac{100 \pi}{30 g} (v_{u_1} r_1 - v_{u_2} r_2)$$

oder da $v_{u_2} = u_2 - w_{u_2} r_2$ ist (Seite 150)

$$y' = \frac{100 \pi}{30 g} \cdot v_{u_1} r_1 + \frac{100 \pi}{30 g} \cdot w_{u_2} r_2 - \frac{100 \pi^2}{900} \cdot r_2^2 n.$$

Hieraus folgt für die Anfangsordinate $n = 0$

$$y'_0 = \frac{100 \pi}{30 g} \cdot v_{u_1} r_1 + \frac{100 \pi}{30 g} \cdot w_{u_2} r_2.$$

Die Grösse w_{u_2} des zweiten Summanden ergibt sich aus $w_{u_2} = \frac{Q}{F}$, wobei F die Austrittsfläche des Laufrades, gemessen in der Radialebene der Laufradaustrittskanten bedeutet; bei der Berechnung wurde hierfür die aus Abbildung 6 des Kapitels A, Seite 83, ersichtliche, mittelst Schablone bestimmte Fläche $F = 0,10344 \text{ m}^2$ eingesetzt; mit dem aus Versuch und Messung bestimmten Austrittsradius $r_2 = 0,323 \text{ m}$, folgt hiemit die Teilung der Anfangsordinate

$$y'_0 = 3,96 = 2,13 + 1,83$$

Die durch den Teilpunkt zur Abszissenachse parallele Gerade ab (Abbildung 35) bestimmt dann die schon in Abbildung 34 bemerkten Ordinatenstückchen $\frac{100 \pi}{30 g} \cdot v_{u_1} r_1$ und $\frac{100 \pi}{30 g} \cdot v_{u_2} r_2$, von denen der zweite Teil bei gegebenem r_2 zur Berechnung von v_{u_2} und mittelst der auf Seite 158 durchgeführten Bestimmung des mittlern Austrittsradius r_x zur Bestimmung von v_x beziehungsweise $\frac{v_x^2}{2 g}$ und weiter von $H_a = \frac{v_a^2}{2 g} = \frac{v_x^2}{2 g} + \frac{v_x^2}{2 g}$ führt.

Aus der Relation $\Sigma H_w = H_x - H_a$ folgt die ΣH_w Kurve, deren Tangente an die Minimalordinate die Trennung der konstanten und der mit n variablen H_w ergibt.

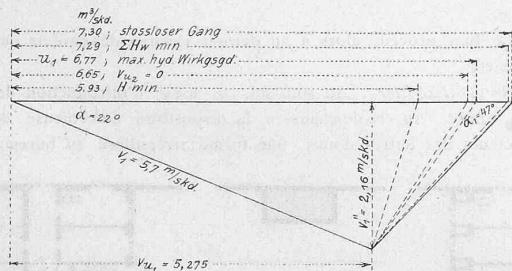


Abb. 36.

Das Eintrittsgeschwindigkeits-Diagramm (Abbildung 36) ist konstruiert mittelst des aus dem untern Teil der Anfangsordinate y'_0 erhältlichen Wertes v_{u_1} , der radialen Eintrittsgeschwindigkeitskomponente $v_1'' = \frac{Q}{D_1 \pi \cdot B}$ und durch Auftragen des relativen Eintrittswinkels α_1 .

Die hiedurch erhaltenen Resultate sind folgende:

1. Die minutliche Umdrehungszahl (160) bei maximalem hydraulischen Wirkungsgrad ist kleiner als diejenige des stosslosen Ganges (172).

2. Die erste fällt sehr nahe mit derjenigen des normalen Austritts aus dem Laufrad (157) ($v_{u_2} = 0$), die zweite mit derjenigen des geringsten Durchflusswiderstandes zusammen (170).

3. Der Betrag des konstanten Teiles von ΣH_w ist $= \Sigma H_{wa} = 0,37 \text{ m}$, dies gibt bei $v_1 = 5,7 \text{ m/sek.}$

$$\Sigma H_{wa} = \zeta_1 \cdot \frac{v_1^2}{2 g}; \quad \zeta_1 = 0,223.$$

4. Der mit n variable Teil von ΣH_w ist durch eine Gleichung darstellbar von der Form

$$\Sigma H_{wb} = \zeta_2 \frac{A^2 u}{2 g} + \zeta_3 \left(\frac{A^2 u}{2 g} \right)^2$$

wobei $A u = \frac{D_1 \pi}{60} (n - n_0)$ ist.

Für den vorliegenden Fall erhält man:

$$\zeta_2 = + 0,85; \quad \zeta_3 = - 0,091.$$

Angenähert kann man einfacher setzen

$$\Sigma H_{wb} = 0,69 \frac{A^2 u}{2 g}$$

5. Der für die Ueberwindung der äussern Widerstände (Lagerreibung usw.) erforderliche Gefällsteil h_w ergibt sich aus der Relation

$$\frac{100 \cdot h_w}{n} = \frac{100 \pi}{30} \cdot \frac{M_w}{\gamma Q} = 0,17 \text{ mit } h_w = 0,17 \frac{n}{100}.$$

6. Hiemit folgt als Verlust-Rechnung für den stosslosen Gang d. i. bei 170 minutlichen Umdrehungen, wobei $H = 3,82 \text{ m}$ ist:

I. $\Sigma H_{wa} = 0,37 \text{ m}; 100 \frac{\Sigma H_{wa}}{H} = 9,70\%$

II. $\Sigma H_{wb} = 0; 100 \frac{\Sigma H_{wb}}{H} = 0$

III. $h_w = 0,29 \text{ m}; 100 \frac{h_w}{H} = 7,60\%$

IV. $H_a = 0,05 \text{ m}; 100 \frac{H_a}{H} = 1,30\%$

$\Sigma = 0,71 \text{ m} \quad \Sigma = 18,6\%$
 $H_n = 3,11 \quad \eta_e = 81,4\%$

Ein Vergleich der Spezialcharakteristiken zweier verschiedener Turbinen kann, wie folgt, die Grundlage zur Bestimmung von Einzelwiderständen geben.

Die Gleichung III auf Seite 150 kann geschrieben werden

$$\Sigma H_w = H + \frac{v_0^2}{2 g} - H_a - 2 \frac{v_{u_1} r_1 - v_{u_2} r_2}{2 g} \cdot \frac{\pi n}{30}$$

oder, wenn man mit $\frac{v_{u_1} r_1 - v_{u_2} r_2}{g} \cdot \frac{\pi}{30} = y_h$ die

Ordinaten der $\frac{H_h}{n}$ Charakteristik bezeichnet

$$\Sigma H_w = H + \frac{v_0^2}{2 g} - H_a - y_h \cdot n.$$

Sind an zwei untersuchten Turbinen A und B die Verhältnisse derart, dass für denselben Wasserkonsum v_0 und H_a gleiche Werte annehmen, so folgt, wenn die Grössen obiger Gleichung entsprechend mit Indices A und B versehen werden

$$\Sigma H_{wA} - \Sigma H_{wB} = H_A - H_B - (y_{hA} - y_{hB}) n$$

oder $\Delta H_{w \frac{A}{B}} = \Delta H_{\frac{A}{B}} - n \cdot \Delta y_{h \frac{A}{B}}$

Aus der Differenz der Gefällsordinaten einerseits und der Momentenordinaten andererseits, in den Spezialcharakteristiken für $Q = \text{konstant}$, lässt sich der Einfluss einer Konstruktionsänderung auf die hydraulische Widerstandshöhe bestimmen. Erhält man in beiden Fällen dieselbe Momentenkurve also $\Delta y_h = 0$, so gibt schon die Differenz der Gefällscharakteristik allein Aufschluss über die Beeinflussung der hydraulischen Widerstandshöhe.

Aus diesen Erörterungen dürfte zu ersehen sein, dass die Untersuchung auf Grundlagen von Spezialcharakteristiken für $Q = \text{konstant}$ für die Bestimmung der Energieumwandlung in der Turbine einerseits und für die quantitative Bestimmung von Gefällsverlusten andererseits fruchtbar ist.

Es bedarf allerdings noch einer Reihe experimenteller Ergänzungen, von denen neben den schon erwähnten, auch die Bestimmung des Spaltverlustes genannt sein mag; dies sind Aufgaben, die der kommenden Zeit vorbehalten sind.

Hiermit schliesse ich meinen Bericht, indem ich der Schweizerischen Bauzeitung für die sorgfältige zeichnerische Ausarbeitung des Figurenmateriales meinen besten Dank sage.

Zürich, im Dezember 1904.

NB. Von dieser Arbeit wird demnächst ein vervollständigter Sonderabdruck erscheinen, in dem sowohl die Tabellen der Hauptcharakteristiken für geringere Beaufschlagung beigefügt, wie auch die Aichungstabelle (Seite 84) vollständiger ausgeführt werden sollen. Zur letztern sei vorläufig mitgeteilt, dass bei genauer Durchführung der Rechnung sich die mittlere Abweichung mit $\pm 0,890\%$ an Stelle von $\pm 0,863\%$ ergibt.