

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 45/46 (1905)  
**Heft:** 12

**Artikel:** Vergleichende Untersuchungen an Reaktions-Niederdruckturbinen  
**Autor:** Prášil, Franz  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-25407>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 02.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Kreisen Schritte zur Unterstützung des Simplondurchstichs getan werden wollten, regten sich auch die Anhänger und Interessenten der Montblanc-Bahn für Unterstützung ihrer Bestrebungen. Auf beiden Seiten wurden dafür Schriften herausgegeben, zugunsten des Montblanc von Bérard und Chardon, zugunsten des Simplon von Lommel, Wilson und Professor Colladon. Als sodann am 25. November 1880 in der französischen Deputiertenkammer 109 Abgeordnete einen neuen Antrag stellten auf Gewährung eines Kredites von 50 Mill. Fr., auf zehn Jahre verteilt, behufs Ermöglichung des Simplondurchstichs, wurde derselbe einer Kommission überwiesen mit dem Auftrag, die Frage des Simplon und Montblanc näher zu prüfen. Diese Kommission hielt es für nötig, neue Erhebungen, namentlich für den Montblanc, zur Vergleichung beider Uebergänge anstellen zu lassen und Augenscheine an Ort und Stelle zu bewerkstelligen; damit hatte es aber für diesmal wiederum sein Bewenden, was bei den schwankenden politischen Verhältnissen in Frankreich nicht zu verwundern war.

Auch mit Italien waren seit 1876 Unterhandlungen gepflogen worden, teils um die Bewilligung zu Tracéstudien auf der Südseite zu erlangen, teils um die Konzession für die auf italienischem Gebiet liegende Tunnelstrecke auszuwirken, die Zusicherung zum rechtzeitigen Bau der Zufahrtslinien zu erhalten und die Frage der Subvention oder einer statt derselben zu leistenden anderweitigen Kompensation einer Lösung entgegenzuführen. Die italienische Regierung erklärte sich im Prinzip zur Erteilung einer Konzession an die Bahngesellschaft und zur Fertigstellung der Zufahrtslinie bis zum Tunnelleingang geneigt, hielt aber an dem Standpunkt fest, für den Tunnelbau selbst keine direkte Subvention zu gewähren. Ueber die verschiedenen Studien und Projekte der Gesellschaft wurde sie stets auf dem Laufenden gehalten. (Fortsetzung folgt.)

**Vergleichende Untersuchungen an Reaktions-Niederdruckturbinen.**

Von Professor Dr. Franz Prášil in Zürich.

Nachdruck verboten.

(Fortsetzung.)

**G. Theoretische Untersuchungen.**

— Ad 1 —

Für die Untersuchung der Erscheinung des der Hauptsache nach geradlinigen Verlaufes der Momentenkurve für  $Q = \text{konstant}$  ist es am besten, von demjenigen Gesetze der Mechanik auszugehen, das für ein bewegtes System, welches eine virtuelle Verdrehung um eine Achse zulässt, die Beziehung zwischen dem äusseren Moment und den Beschleunigungen der Bewegungsgrössen der bewegten Massen gibt. Dieses Gesetz, d. i. der sogenannte Flächensatz, lautet: „Die Geschwindigkeit, mit der die Summe der auf die Rotationsachse bezogenen Momente der Bewegungsgrössen, d. i.  $\Sigma m \cdot v' \cdot s$ , zunimmt, ist in jedem Augenblick gleich der Summe der Momente  $\Sigma M$  der wirkenden äusseren Kräfte, bezogen auf dieselbe Achse“.

Die Gültigkeit dieses Satzes erfordert, dass das resultierende Moment der innern Kräfte in Bezug auf die Rotationsachse gleich Null ist; der Satz ist ausgedrückt durch die Formel:

$$\frac{d \Sigma m v' \cdot s}{dt} = \Sigma M$$

Hierbei bedeutet  $m$  die Grösse der Masse eines Körperelementes, das zur Zeit eine absolute Geschwindigkeit besitzt, deren Projektion auf eine Ebene senkrecht zur Rotationsachse  $= v'$  ist und deren Richtungslinie von der Rotationsachse die kürzeste Entfernung  $s$  hat. Für den vorliegenden Fall erscheint es geeignet, das Produkt  $v' \cdot s$  noch umzuformen: Mit Hilfe der aus der

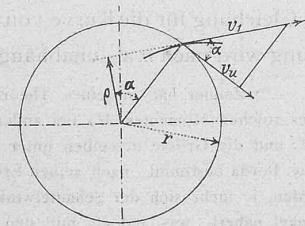


Abb. 28.

untenstehenden Abbildung 28 ersichtlichen geometrischen Relationen ist

$$v' = \frac{v_u}{\cos \alpha}; \quad s = r \cdot \cos \alpha, \text{ also } v' \cdot s = v_u \cdot r,$$

wodurch die obige Formel übergeht in

$$\frac{d \Sigma m \cdot v_u \cdot r}{dt} = \Sigma M.$$

$v_u$  ist nichts anders als die Komponente der absoluten Geschwindigkeit auf eine Richtung, die durch die Tangente an denjenigen Kreis bestimmt ist, der in der durch den Schwerpunkt des Elementes gelegten Ebene senkrecht zur Rotationsachse mit dem Abstand  $r$  des Schwerpunktes von der Rotationsachse gezogen ist; diese Richtung fällt daher mit derjenigen zusammen, die der (Umfangs-) Geschwindigkeit eines mit der Rotationsachse im Abstand  $r$  fest verbundenen Punktes zukommt.<sup>1)</sup>

Es sei nun eine Röhre mit kleinen Querschnittsdimensionen in Betracht gezogen, die in passender Weise mit einer Welle derart fest verbunden ist, dass sie mit dieser Welle um die Achse  $ZZ$  rotieren kann (Abb. 29). Der Röhre ströme zur Zeit  $t$  eine sekundliche Wassermenge  $q$  mit der absoluten Geschwindigkeit  $v_1$  zu; zur selben Zeit ströme eine gleiche Quantität Wasser mit der absoluten Geschwindigkeit  $v_2$  aus der Röhre aus; dies wird für Wasser immer erfüllt sein, wenn Beharrungszustand vorhanden ist. Ist das System nicht im Beharrungszustand, so kann, auch bei vollständiger Ausfüllung der Röhre mit Wasser die Quantität des ausströmenden Wassers eine andere sein wie die des einströmenden in dem Fall, wenn die Form der Röhre die Ausbildung diskontinuierlicher Strömungszustandes ebenfalls geändert werden kann. Die Einströmung finde unter der Pressung  $p_1$ , die Ausströmung unter der Pressung  $p_2$  statt;  $r_1$  und  $r_2$  seien die den Schwerpunkten der Endquerschnitte  $f_1$  und  $f_2$  entsprechenden Radien; die diesen Radien zugehörigen Komponenten der absoluten Geschwindigkeiten seien  $v_{u1}$  und  $v_{u2}$ .

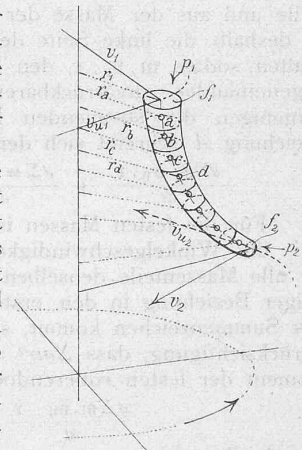


Abb. 29.

Unter diesen Umständen kann bei der Strömung des Wassers durch die Röhre ein äusseres Moment  $\Sigma M$  überwunden und hiermit bei der Drehung derselben eine Total-Arbeit geleistet werden, die durch  $L = \omega \Sigma M$  bestimmt ist.

Die Bewegung dieses Systems, teils fester rotierender, teils flüssiger strömender Massen, soll nun mit Hilfe der Gleichung A untersucht werden und es seien in erster Linie die Bedingungen für die Anwendbarkeit der Gleichung festgestellt, d. h. es sei untersucht, unter welchen Umständen die Summe der Momente der innern Kräfte bezogen auf die Rotationsachse gleich Null ist.

Dies wird der Fall sein, wenn der ganze Raum der Röhre mit Wasser ausgefüllt ist; denn da die innern Kräfte lediglich Oberflächenkräfte, die an zwei benachbarten, gegenüberstehenden Flächenelementen der Grösse nach gleich, aber entgegengesetzt gerichtet sind, so heben sich deren Momente gegenseitig auf; nur diejenigen Oberflächenkräfte, die am Eintritts- und Austrittsquerschnitt wirksam sind, haben in Bezug auf das ganze in Bewegung befindliche System keine Gegenkräfte und es muss daher deren resultierendes Moment, sofern durch die Richtung

<sup>1)</sup> A. Rateau hat in seinem Werk: *Traité des Turbo-Machines*, Paris 1900, für die Entwicklung seiner Turbinentheorie von diesem Satz Gebrauch gemacht, ihn aber lediglich auf die strömende Flüssigkeit bezogen; es unterliegt keiner Schwierigkeit, denselben auf das ganze bewegte System anzuwenden, was gerade mit Rücksicht auf den Gültigkeitsbereich des Satzes von Vorteil erscheint.

der Pressungen  $p_1$  und  $p_2$  überhaupt ein solches bedingt ist, zum äussern Moment gezählt werden.

Ist der Innenraum der Röhre nicht vollständig mit Wasser ausgefüllt, so können sich aus verschiedenen Ursachen aus der freien Oberfläche der längs eines Teiles der Rohrwand dahinströmenden Flüssigkeit Massenteile lösen, die dann ausser Zusammenhang mit der übrigen Flüssigkeit kommen. Für Aktionsturbinen mit Ventilation ist daher die Anwendbarkeit des Satzes nur eine beschränkte und zwar unter der Annahme, dass sich der grösste Teil der strömenden Flüssigkeit zwischen einer kontinuierlichen, freien Oberfläche und zwischen dem führenden Rohrwandteil befindet.

Da sich die Untersuchung auf Reaktionsturbinen bezieht, bei denen eine vollständige Raumauffüllung mit Flüssigkeit stattfindet, so steht der Anwendung des Satzes nichts im Wege.

Das ganze System besteht aus zwei Kategorien von Massen, und zwar aus der festen Masse der rotierenden Teile und aus der Masse der strömenden Flüssigkeit; es ist deshalb die linke Seite der Gleichung in zwei Teile zu spalten, sodass  $m, v_u, r$ , den Teilen der rotierenden, relativ gegeneinander unverrückbaren, festen Massen,  $m, v_u, r$  denjenigen der strömenden Flüssigkeit entsprechen. Die Gleichung  $A$  schreibt sich demnach:

$$\frac{d \Sigma m \cdot v_u \cdot r}{dt} + \frac{d \Sigma m \cdot v_u \cdot r}{dt} = \Sigma M \dots \dots (A')$$

Für die festen Massen ist nun  $v_u = r \cdot \omega$ , wobei  $\omega$ , d. i. die Winkelgeschwindigkeit des rotierenden Systems, für alle Massenteile denselben Wert hat, also bei Einsatz obiger Beziehung in den ersten Teil der linken Seite vor das Summenzeichen kommt, sodass dieser Teil in fernerer Berücksichtigung, dass  $\Sigma mr^2 = J =$  dem Massenträgheitsmoment der festen rotierenden Massen ist,

$$\frac{d \Sigma m \cdot v_u \cdot r}{dt} = J \frac{d\omega}{dt}$$

zu schreiben ist.

Im zweiten Teil der linken Seite bedeutet  $m$  im allgemeinen ein unendlich kleines Flüssigkeitselement von vorläufig beliebiger Grösse; unterteilt man nun die gesamte im Rohr befindliche Flüssigkeitsmasse in die Teile  $m_a, m_b, m_c \dots$ , die derart klein sind, dass innerhalb jedes einzelnen derselben die ihnen zugehörigen Grössen  $v_{ua}, v_{ub}, v_{uc} \dots r_a, r_b, r_c \dots$  als konstant angesehen werden können, so zerlegt sich dieser zweite Teil in

$$\frac{d \Sigma m v_u \cdot r}{dt} = \frac{d(m_a v_{ua} r_a)}{dt} + \frac{d(m_b v_{ub} r_b)}{dt} + \frac{d(m_c v_{uc} r_c)}{dt} + \dots$$

und unter der weitem zulässigen Annahme, dass

$$m_a = m_b = m_c = \dots = \frac{\gamma}{g} \cdot q \cdot dt$$

ist, wobei  $\gamma$  das konstante Gewicht der Volumseinheit Flüssigkeit,  $g = 9,81 \text{ m/Sek.}^2$  die Beschleunigung der Schwere und  $q$  das zur Zeit  $t$  in der Sekunde zufließende Wasservolumen darstellen

$$\begin{aligned} \frac{d \Sigma m \cdot v_u \cdot r}{dt} &= \frac{\gamma}{g} \left[ \frac{d}{dt} (qdt) (v_{ua} r_a) + \frac{d}{dt} (qdt) (v_{ub} r_b) + \dots \right] \\ &= \frac{\gamma}{g} \left\{ qdt \left[ \frac{dv_{ua} r_a}{dt} + \frac{dv_{ub} r_b}{dt} + \frac{dv_{uc} r_c}{dt} + \dots \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{d(qdt)}{dt} (v_{ua} r_a + v_{ub} r_b + v_{uc} r_c) + \dots \right\}; \end{aligned}$$

$$\text{mit } d(qdt) = \left( q + \frac{\delta q}{\delta t} dt \right) dt - qdt = \left( \frac{\delta q}{\delta t} dt \right) dt$$

$$\text{folgt } \frac{d \Sigma m \cdot v_u \cdot r}{dt} = \frac{\gamma q}{g} \cdot \Sigma dv_u \cdot r + \frac{\gamma}{g} \frac{\delta q}{\delta t} \cdot \Sigma v_u r dt,$$

sodass schliesslich die Gleichung  $(A')$  bei Ersatz der  $\Sigma$ -Zeichen durch die  $\int$ -Zeichen und Bezeichnung der Grenzen mit 1 und 2 übergeht in

$$J \frac{d\omega}{dt} + \frac{\gamma q}{g} \int_1^2 d(v_u r) + \frac{\gamma}{g} \frac{\delta q}{\delta t} \int_1^2 v_u r dt = \Sigma M \dots (A'')$$

Diese Gleichung wäre zu benutzen, wenn man z. B. die Aenderung des Bewegungszustandes bei zeitlicher

Variation des äussern Momentes, oder wenn  $q$  aus sonst einer Ursache zeitlich variabel ist, studieren wollte; die vorliegenden Versuche wurden jedoch bei Beharrungszuständen vorgenommen, für die  $\frac{d\omega}{dt} = 0$  und  $\frac{\delta q}{\delta t} = 0$  ist, sodass also für die Folge die Gleichung  $(A')$  in der Form

$$\frac{\gamma q}{g} (v_{u_2} r_2 - v_{u_1} r_1) = \Sigma M \dots \dots (A''')$$

weiter verfolgt wird.

Das äussere Moment setzt sich nun zusammen: aus dem Kraftmoment  $M_k$ , das eben zur Erzielung einer Nutzleistung überwunden werden soll, und daher negativ in Rechnung zu setzen ist, dem Moment der äussern Widerstände, Reibungen, Luftwiderstand  $M_w$ , welches ebenfalls negativ in Rechnung zu setzen ist, und dem bereits oben erwähnten Moment  $M_p$  der Oberflächenpressungen an  $f_1$  und  $f_2$ , dessen Richtung von derjenigen der resultierenden Oberflächenkräfte am Ein- und Austrittsquerschnitt abhängt und vorläufig ebenfalls negativ in Rechnung gesetzt sein mag; hiemit folgt:

$$\frac{\gamma q}{g} (v_{u_2} r_2 - v_{u_1} r_1) = - M_k - M_w - M_p,$$

oder

$$M_k = \frac{\gamma q}{g} (v_{u_1} r_1 - v_{u_2} r_2) - M_w - M_p \quad *)$$

Besitzt eine Turbine  $i_r$  gleiche Laufradkanäle, so ist  $Q = i_r q$  die totale Wassermenge, die bei der gleichzeitigen Arbeit sämtlicher Kanäle konsumiert wird, und es folgt daher für Turbinen die allgemeine Momentengleichung für Beharrungszustände:

$$M_k = \frac{\gamma Q}{g} (v_{u_1} r_1 - v_{u_2} r_2) - M_w - M_p \dots (A)$$

Auf Grund derselben kann nun zunächst untersucht werden, unter welchen Umständen der durch die Versuche konstatierte geradlinige Verlauf der Momentenkurve bei konstantem Wasserkonsum begründet ist. Mit den aus beistehender Abb. 30 ersichtlichen Bezeichnungen für die verschiedenen Geschwindigkeiten und Winkel ergibt sich:

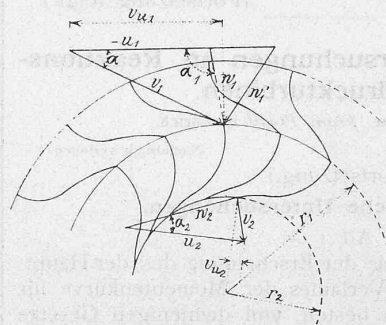


Abb. 30.

$$v_{u_1} = v_1 \cos \alpha; \quad v_{u_2} = u_2 - w_2 \cos \alpha_2;$$

und mithin

$$M_k = \frac{\gamma Q}{g} (v_1 r_1 \cos \alpha + w_2 r_2 \cos \alpha_2 - u_2 r_2) - M_w - M_p.$$

Führt man

$$u_2 = r_2 \omega = r_2 \cdot \frac{\pi n}{30}$$

ein und berücksichtigt, dass

$$M_k = \frac{L_e}{\omega} = \frac{\gamma Q H_n}{\pi n \cdot 30}$$

ist, so folgt

$$\begin{aligned} y = 100 \frac{H_n}{n} &= \frac{100 \pi}{30 g} (v_1 r_1 \cos \alpha + w_2 r_2 \cos \alpha_2) - \\ &- \frac{100 \pi^2}{900 g} \cdot r_2^2 \cdot n - \frac{100 \pi}{30} \frac{M_w}{\gamma Q} - \frac{100 \pi}{30} \frac{M_p}{\gamma Q} \end{aligned}$$

als Gleichung für die Kurve von  $y = 100 \frac{H_n}{n}$ , und diese Gleichung wird nach  $n$  als unabhängig Veränderliche linear, wenn

\*) Zeuner hat in seiner Theorie der Turbinen das Vorhandensein eines solchen Momentes  $M_p$  bei anderer als stossloser Gangart zuerst betont und die Grösse desselben unter Anwendung des Satzes von Carnot bzw. Borda bestimmt; nach seinen Erörterungen würde  $M_p$  um so kleiner werden, je mehr sich der Schaufelwinkel am Laufradeintritt einem rechten Winkel nähert, was jedoch mit den Versuchsergebnissen nicht im Einklang steht.

Vergleichende Untersuchungen an Reaktions-Niederdruckturbinen.

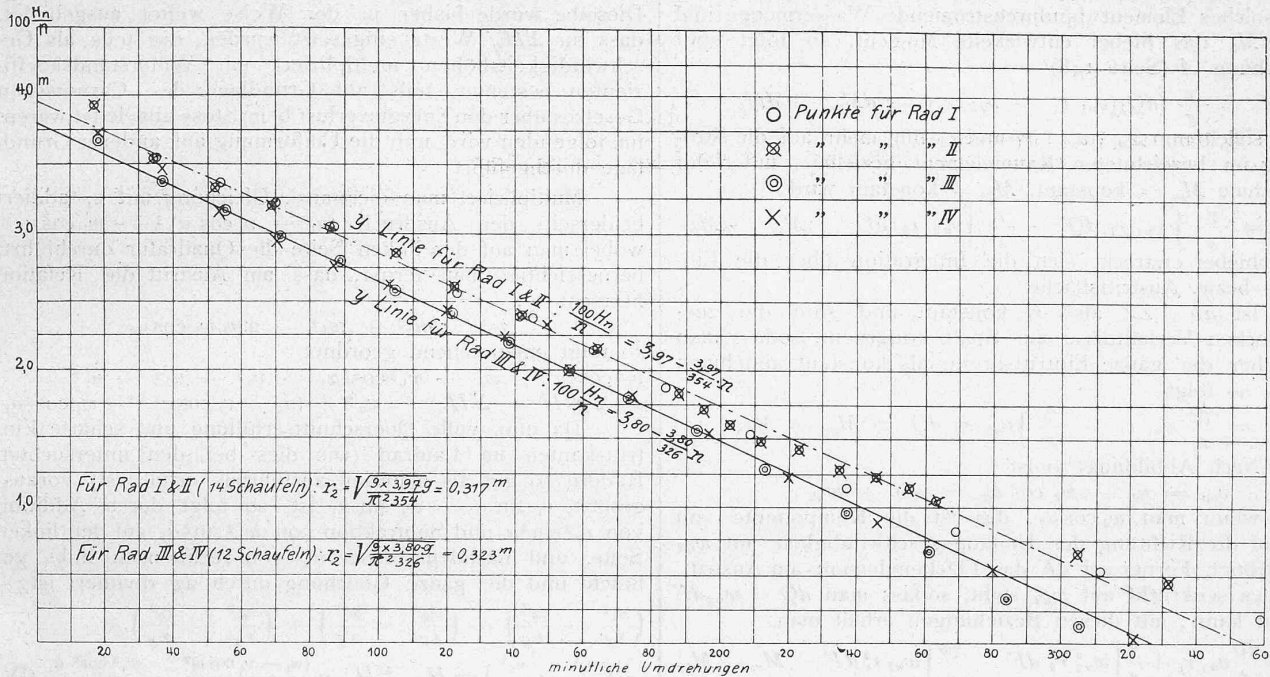


Abb. 31 b. Diagramm der Momentenlinien der vier Räder für  $Q = 0,550 \text{ m}^3/\text{Sek.}$

1.  $M_p$  . . . . . = konstant für alle  $n$
2.  $M_w$  . . . . . = " " " "
3.  $r_2$  . . . . . = " " " "
4.  $(v_1 r_1 \cos \alpha + w_2 r_2 \cos \alpha_2) =$  " " " "

Die erste Anforderung ist erfüllt, wenn bei voller Ausfüllung sämtlicher Laufradräume mit Wasser die Begrenzung des Wasserinhaltes, der an der untersuchten Bewegung teilnimmt, an den Ein- und Austrittsstellen durch diejenigen Rotationsflächen gebildet ist, deren Erzeugende die Schaufeleintritts- bzw. Austrittskante sind: sämtliche von den Pressungen an diesen Flächen herrührenden Drucke schneiden die Rotationsachse.  $M_p$  ist daher = konstant = 0.

Ist die Begrenzung eine andere, wie z. B. bei ungleichmässiger Ausführung der Schaufelkanten, so nimmt  $M_p$  einen von Null verschiedenen Wert an.

Die Erfüllung der zweiten Anforderung hängt von der Natur der äusseren Widerstände ab; in den vorliegenden Fällen ist innerhalb des Versuchsbereiches mit grosser Annäherung  $M_w$  konstant.

Bei Kanälen mit Austrittskanten parallel zur Rotationsachse kann die dritte Anforderung jederzeit als erfüllt angesehen werden, sofern volle Querschnittsausfüllung mit strömender Flüssigkeit vorhanden ist; es lässt sich aber, wie sich aus einer folgenden Untersuchung ergeben wird, zeigen, dass dies auch bei den untersuchten Turbinen der Fall war.

Die vierte Anforderung wird erfüllt sein, wenn die Zuströmung zum Laufrad bei allen Umdrehungszahlen mit einer der Grösse und Richtung nach konstanten absoluten Geschwindigkeit  $v_1$  und die Ausströmung aus dem Laufrad mit einer ebenfalls der Grösse und Richtung nach konstanten Wert  $w_2$  erfolgt und hiebei der Eintrittsradius  $r_1$ , sowie der Austrittsradius  $r_2$  denselben Wert beibehalten: für  $Q =$  konstant und zur Achse parallele Ein- und Austrittskanten wird dies erfüllbar sein; für den Austritt unter Querschnittsverhältnissen und bei einer Form der Austrittskante, wie dieselben an den untersuchten Rädern ausgeführt sind, kann die Erfüllbarkeit der genannten Austrittsbedingung nicht von vornherein angenommen, sie kann aber aus den Resultaten folgender Untersuchung gefolgert werden:

In der Gleichung für  $y$  ist das Produkt  $\frac{100 \pi^2 r_2^2}{900 g}$  der Richtungsfaktor der Momentenlinie  $y = 100 \frac{Hn}{n}$  u. es folgt

daraus, sofern die Gleichung überhaupt giltig ist, dass für Turbinen mit gleichem Austrittsradius die Momentenlinien gleiche Neigung gegen die Abszissenachse haben müssen und ausserdem die Grösse des Austrittsradius durch die Formel

$$\frac{100 \pi^2 r_2^2}{900 g} = \frac{y_0}{n_e} \text{ oder } r_2 = \sqrt{\frac{900 \cdot y_0 \cdot g}{100 \cdot \pi^2 \cdot n_e}}$$

zu berechnen ist, wobei  $y_0$  die Ordinate für  $n = 0$  und  $n_e$  die Leerlaufumdrehungszahl bedeuten (Abb. 31 a).

Nun sind einerseits die Austrittsflächen der Räder I und II, sowie jene von III und IV je einander bis auf kleine Ausführungsdifferenzen gleich, andererseits decken sich, wie aus Diagramm (Abb. 31 b) zu ersehen ist, die Momentenlinien von I und II bzw. III und IV bis auf Abweichungen, die durch die früheren Betrachtungen begründet sind, und endlich stimmen die aus obiger

Formel gerechneten Werte für  $r_2$  mit den für die Schwerpunktsradien der Austrittsflächen erhaltenen Werten, wie aus der Dimensionstabelle Seite 82 zu ersehen ist, sehr gut überein; es dürfte daher wohl der Schluss berechtigt sein, dass wenigstens in einem weiten Wertbereich der Umdrehungszahlen selbst bei Turbinen mit gekrümmter Austrittskante und Mantelprofil die Strömungsverteilung in den Laufradkanälen eine derartige ist, dass hiebei sowohl der mittlere, wirksame Austrittsradius  $r_2$  wie auch die Kontinuität der Querschnittsausfüllung am Austritt erhalten bleiben, sodass damit auch die Anforderungen drei und vier erfüllbar erscheinen.

Die Ableitung der Momentengleichungen erfolgte, wie auf Seite 148 angedeutet, unter der Annahme eines Rohres mit engen Querschnitten. Es sei hier noch eine Betrachtung angeschlossen, bei der von dieser beschränkenden Annahme Abstand genommen ist.

Teilt man den Rotationshohlraum, in dem die Wasserströmung stattfindet, nach obenstehender Abbildung 32

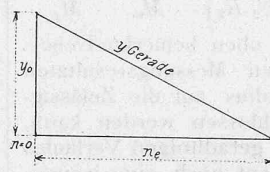


Abb. 31 a.

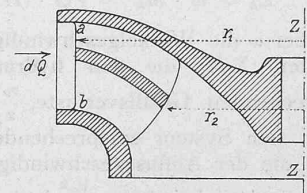


Abb. 32.

in einzelne Elemente und bezeichnet man mit  $dQ$  die durch ein solches Element hindurchströmende Wassermenge und mit  $dM_k$  das hierbei entwickelte Moment, so folgt statt Gleichung A (Seite 148)

$$dM_k = \frac{\gamma}{g} (dQ)(v_{n1} r_1 - v_{n2} r_2) - dM_w - dM_p$$

wobei sich nun  $v_{n1}$ ,  $v_{n2}$ ,  $r_1$  und  $r_2$  nur mehr auf die Strömung im bezeichneten Raumelement beziehen; unter der Annahme  $M_w = \text{konstant}$ ,  $M_p = \text{konstant}$  wird

$$M_k = \frac{\gamma}{g} \int v_{n1} r_1 dQ - \frac{\gamma}{g} \int v_{n2} r_2 dQ - M_w - M_p$$

hiebei erstreckt sich die Integration über die Eintritts- bzw. Austrittsfläche.

Ist  $ab \parallel ZZ$  also  $r_1$  konstant und sind die geometrischen Verhältnisse am Spalt kongruent, sodass man  $v_{n1}$  über die ganze Eintrittsbreite als konstant annehmen kann, so folgt

$$M_k = \frac{\gamma Q}{g} v_{n1} r_1 - \frac{\gamma}{g} \int v_{n2} r_2 dQ - M_w - M_p.$$

Nach Abbildung 30 ist

$$v_{na} = u_2 - w_2 \cos \alpha_2 = r_2 \omega - w_{n2},$$

wenn man  $w_2 \cos \alpha_2$ , das ist die Komponente von  $w_2$  auf die Richtung der Umfangsgeschwindigkeit mit  $w_{n2}$  bezeichnet. Ferner sei  $dF$  das Flächenelement am Austritt, welches senkrecht auf  $w_{n2}$  steht, sodass man  $dQ = w_{n2} dF$  setzen kann; mit diesen Beziehungen erhält man:

$$M_k = \frac{\gamma Q}{g} v_{n1} r_1 + \frac{\gamma}{g} \int w_{n2}^2 r_2 dF - \frac{\gamma \omega}{g} \int w_{n2} r_2^2 dF - M_w - M_p.$$

Die angedeuteten Integrationen sind nun leicht durchführbar, wenn sich die Strömungsverhältnisse so gestalten, dass am Austritt  $w_{n2} r_2 = k = \text{konstant}$  wird, denn dann folgt, da noch  $\int r_2 dF = FR_2$  gesetzt werden kann, wobei  $R_2$  jetzt den Schwerpunktsradius der Austrittsfläche  $F$  (dieselbe senkrecht auf  $w_{n2}$  gemessen) bedeutet,

$$M_k = \frac{\gamma Q}{g} v_{n1} r_1 + \frac{\gamma Q}{g} \cdot k - \frac{\gamma \omega F \cdot k}{g} \cdot R_2 - M_w - M_p$$

Ersetzt man  $k$  durch  $(W_{n2} R_2)$ , wobei  $W_{n2}$  der Wert für  $w_{n2}$  am Schwerpunktsradius ist, und betrachtet man denselben noch als den Mittelwert von  $w_{n2}$ , sodass  $W_{n2} F = Q$  wird, so folgt analog wie Gleichung A (Seite 148)

$$M_k = \frac{\gamma Q}{g} (v_{n1} r_1 + W_{n2} \cdot R_2 - U_2 R_2) - M_w - M_p,$$

wodurch mit Rücksicht auf die oben bemerkte Uebereinstimmung der Rechnung mit den Messungsergebnissen bezüglich des wirksamen Austrittsradius auf die Zulässigkeit der gemachten Annahmen geschlossen werden kann.

Schliesslich sei auf Grund des geradlinigen Verlaufes der Momentenkurve bei  $Q = \text{konstant}$  noch eine weitere Untersuchung durchgeführt, die geeignet erscheint, über das Wesen eines Teils der Widerstände, die bei der Strömung des Wassers durch das System auftreten, Aufschluss zu geben:

Es sei also  $M_p = 0$ ;  $M_w = \text{konstant}$  angenommen und  $M_h = M_k + M_w$  als das *hydraulische* Moment bezeichnet; dann folgt:

$$M_h = \frac{\gamma Q}{g} (v_1 r_1 \cos \alpha + w_2 r_2 \cos \alpha_2 - u_2 r_2) \dots (I)$$

Nun ist das hydraulische Moment auch bestimmt durch die allgemeine Gleichung der hydraulischen Leistung

$$L_h = \omega \cdot M_h = \gamma Q \cdot (H + \frac{v_0^2}{2g} - \Sigma H_w - H_a) \dots (II)$$

wobei  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit,  $H$  das Totalgefälle in Meter,  $\Sigma H_w$  die den hydraulischen Widerständen entsprechenden Gefällsverluste,  $\frac{v_0^2}{2g}$  die der Zuflussgeschwindigkeit zum System entsprechende Geschwindigkeitshöhe und  $H_a$  die der Abflussgeschwindigkeit vom System zugehörige Geschwindigkeitshöhe  $\frac{v_a^2}{2g}$  bedeuten.

Hiermit, und weil  $u_1 = r_1 \omega$ ,  $u_2 = r_2 \omega$  folgt die Gleichung

$$(v_1 u_1 \cos \alpha + w_2 u_2 \cos \alpha_2 - u_2^2) = g (H + \frac{v_0^2}{2g} - \Sigma H_w - \frac{v_a^2}{2g}) \dots (III)$$

Diese Gleichung ist von fundamentaler Bedeutung. Dieselbe wurde bisher in der Weise weiter ausgebildet, dass für  $\Sigma H_w$  Werte eingesetzt wurden, die teils als Geschwindigkeitshöhen multipliziert mit Widerstandskoeffizienten bestimmt, teils auf Grundlage des Carnotschen Gesetzes über den Energieverlust beim Stoss abgeleitet waren; im folgenden wird nun die Umformung auf anderer Grundlage durchgeführt:

Multipliziert man die ganze Gleichung mit 2, addiert beiderseits den Ausdruck  $(u_1 - v_1 \cos \alpha)^2 - w_1^2 \cos^2 \alpha_1$ , wobei man auf der linken Seite die Quadratur durchführt, berücksichtigt man ferner, dass am Austritt die Relation herrscht

$$v_2^2 = u_2^2 + w_2^2 - 2 u_2 w_2 \cos \alpha_2$$

so folgt entsprechend geordnet

$$v_1^2 \cos^2 \alpha + w_2^2 - w_1^2 \cos^2 \alpha_1 - v_2^2 - u_2^2 + u_1^2 = 2g(H - \Sigma H_w) - v_a^2 + (u_1 - v_1 \cos \alpha)^2 - w_1^2 \cos^2 \alpha_1.$$

Da nun, volle Querschnittserfüllung und scharfe Eintrittskanten im Laufrad (wie dies bei den untersuchten Rädern so gut als materiell ausführbar erfüllt ist) vorausgesetzt,  $v_1 \sin \alpha = w_1 \sin \alpha_1$  ist, so folgt durch Addition von  $v_1^2 \sin^2 \alpha$  und Subtraktion von  $w_1^2 \sin^2 \alpha_1$  auf der linken Seite, und nachdem ferner  $v_a^2$  von rechts nach links gebracht und die ganze Gleichung durch  $2g$  dividiert ist:

$$\left(\frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_a^2}{2g}\right) + \left(\frac{w_2^2}{2g} - \frac{w_1^2}{2g}\right) + \left(\frac{v_a^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}\right) - \left(\frac{u_2^2}{2g} - \frac{u_1^2}{2g}\right) = H - \Sigma H_w + \frac{(u_1 - v_1 \cos \alpha)^2}{2g} - \frac{w_1^2 \cos^2 \alpha_1}{2g} \dots (IV)$$

Wird  $u_1 - v_1 \cos \alpha = w_1 \cos \alpha_1$ , was der Fall ist, wenn die Tourenzahl dem sogenannten stosslosen Eintritt entspricht, so geht obige Gleichung in die bekannte Hauptgleichung über, welche nach den grundlegenden Spezial-Theorien von Redtenbacher, Herrmann und andern für die Bestimmung der Flüssigkeitsbewegung in Turbinen bei stosslosem Gang durch Zusammenfassung der Bewegungsgleichungen vom Oberwasserspiegel bis zum Spalt, von dort bis zum Austritt aus dem Laufrad und dann bis zum Austritt aus dem Saugrohr abgeleitet werden kann, wobei  $\Sigma H_w$  die Summe der bei dieser Bewegung des Wassers durch das System bewirkten Gefällsverluste bedeutet und abgesehen von den unvermeidlichen Stossverlusten durch die materielle Ausführung der Schaufeln für diesen Fall der Hauptsache nach nur durch Reibungsverluste bedingt ist.

Da nun aber in obiger allgemeinen Gleichung in  $\Sigma H_w$  bei  $(u_1 - v_1 \cos \alpha) \geq w_1 \cos \alpha_1$  gemäss ihrer Ableitung auch *alle diejenigen Verluste* enthalten sind, die eben durch die *Abweichung* vom stosslosen Gang bedingt sind, so kann das Zusatzglied auf der rechten Seite von IV d. i.:

$$h_x = \frac{(u_1 - v_1 \cos \alpha)^2}{2g} - \frac{w_1^2 \cos^2 \alpha_1}{2g}$$

nur als Folge einer Umwandlung von Bewegungsenergie in Pressungsenergie angesehen werden, die beim Uebergang aus dem Spalt ins Laufrad unter dem Einfluss der Grössen- und Richtungsänderung der absoluten Geschwindigkeit eintritt. Dieselbe kann unter der Annahme der Bedingung der vollkommenen Querschnittsausfüllung mit strömender Flüssigkeit in folgender Weise bestimmt werden:

Es sei (siehe Abb. 33)  $v_1$  die Geschwindigkeit der Grösse und Richtung nach, mit der das Wasser an das Laufrad herantritt,  $u_1$  die Umfangsgeschwindigkeit, dann ist  $w_1'$  die tatsächliche Relativgeschwindigkeit des ankommenden Wassers gegen das Laufrad. Im Laufrad kann unter der Bedingung der Raumauffüllung das Wasser nur die Relativgeschwindigkeit  $w_1$  annehmen, die absolute Geschwindigkeit wird von  $v_1$  auf  $v_1'$  vermindert, wobei die Energie

$$L' = \frac{\gamma Q}{g} (v_{1u} - v_{1'u}) \cdot u_1$$

an das Rad abgegeben wird; auf die Gewichtseinheit be-

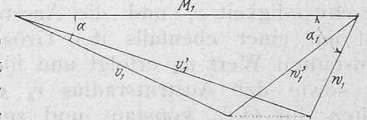


Abb. 33.

zogen, kann  $\frac{L'}{\gamma Q} = h' = \frac{2(v_{1u} - v'_{1u})}{2g} \cdot u_1$

geschrieben werden. Stellt man nun für den Uebergang vom Spalt ins Laufrad die Energiebilanz pro Gewichtseinheit auf und berücksichtigt hierbei, dass ein damit verbundener Verlust bereits in  $\Sigma H_w$  enthalten ist, so folgt, sofern  $p_1$  die Pressung des am Laufrad mit der Geschwindigkeit  $v_1$  ankommenden,  $p'_1$  diejenige des im Laufrad mit der Geschwindigkeit  $v'_1$  weiterströmenden Wassers bedeuten, die Gleichung:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p'_1}{\gamma} + \frac{v'^2_1}{2g} + h'.$$

Setzt man den früher abgeleiteten Wert von  $h'$  ein, berücksichtigt aus der Abb. 33, dass,

$$v_{1u} = v_1 \cos \alpha,$$

$$v'_{1u} = u_1 - w_1 \cos \alpha_1$$

$$\text{und } v'^2_1 = v'^2_{1u} + w_1^2 \sin^2 \alpha_1$$

sind, so ergibt sich

$$v_1^2 - 2(v_1 \cos \alpha - u_1 + w_1 \cos \alpha_1) u_1 - (u_1 - w_1 \cos \alpha_1)^2 - w_1^2 \sin^2 \alpha_1 = 2g \left( \frac{p'_1}{\gamma} - \frac{p_1}{\gamma} \right),$$

und da wieder  $v_1 \sin \alpha = w_1 \sin \alpha_1$  ist

$$\frac{(u_1 - v_1 \cos \alpha)^2}{2g} - \frac{w_1^2 \cos^2 \alpha}{2g} = \frac{p'_1 - p_1}{\gamma} = h_x$$

Das Glied  $h_x$  entspricht also tatsächlich einer Pressungsänderung  $\frac{p'_1 - p_1}{\gamma}$  beim Eintritt des Wassers in das Laufrad, die unter dem Einfluss der Richtungsänderung beim Eintritt ins Laufrad entsteht und ebenso rückwirkend auf die Gefällsänderung bei  $Q = \text{konstant}$  ist, wie die im Laufrad selbst als Trägheitskraft wirksame Zentrifugalkraft, die aber nicht notwendigerweise mit dem Auftreten eines Momentes  $M_p$  verbunden ist.

Die bisherigen Betrachtungen können nun in folgender Weise zusammengefasst werden:

Die Erscheinung des der Hauptsache nach geradlinigen Verlaufes der Momentencharakteristik für  $Q = \text{konstant}$  ist theoretisch begründet; die Abweichungen vom geradlinigen Verlauf werden verursacht, entweder durch Diskontinuitätserscheinungen am Eintritt ins Laufrad, wie solche durch engen Schaufelspalt, durch die Schaufelenden am Spalt oder schliesslich auch durch unrichtige Formung der Schaufelflächen hervorgerufen werden, oder durch Auftreten eines Pressungsmomentes  $M_p$ , welches entstehen kann, wenn z. B. die Schaufel-Ein- und Austrittskanten nicht gleichartig ausgeführt sind, und weiter durch allgemeine Strömungsstörungen, die mit einer wesentlichen Veränderung der Strömungsverteilung verbunden sind.

Die durch die Ablenkung am Laufradeintritt im allgemeinen auftretende Pressungsänderung ist nicht notwendigerweise mit dem Auftreten eines Pressungsmomentes  $M_p$  verbunden; die bei der Ablenkung entstehenden Energieverluste treten analog den Erscheinungen in Knieröhren im Innern des Kanals (nach erfolgter Ablenkung) auf, beanspruchen daher bei  $Q = \text{konstant}$ , wohl eine entsprechende Gefällserhöhung; die mit denselben auftretenden Pressungserscheinungen sind aber innerer Natur und daher nicht direkt einflussnehmend auf die Veränderung des Momentes. (Schluss folgt.)

### Erfindungsschutz.

In erfreulicher Einmütigkeit hat das Schweizervolk am letzten Sonntag mit rund 196 000 annehmenden gegen 82 000 ablehnenden Stimmen den Ausbau der schweiz. Gesetzgebung über Erfindungsschutz beschlossen. Die relativ schwache Beteiligung an der Abstimmung ist wohl nur darauf zurückzuführen, dass eine nennenswerte Gegnerschaft nicht vorhanden war und es somit besonderer Anstrengungen der Freunde dieses Ausbaues bei der Volksabstimmung nicht mehr bedurfte.

Das vierte Lemma des ersten Absatzes im Artikel 64 der Bundesverfassung übertrug seit der Volksabstimmung vom 10. Juli 1887 dem Bunde das Recht der Gesetzgebung:

„über den Schutz neuer Muster und Modelle, sowie solcher Erfindungen, welche durch Modelle dargestellt und gewerblich verwertbar sind.“

Nach der neuen Redaktion dieses Absatzes im Artikel 64 erstreckt sich das Gesetzgebungsrecht des Bundes nunmehr:

„über den Schutz neuer Muster und Modelle, sowie gewerblich verwertbarer Erfindungen.“

Damit ist ein Vorbehalt in unserer Gesetzgebung über Erfindungsschutz ausgemerzt, der ihr bisher wiederholt und leider nicht unberechtigte Vorwürfe eingetragen hat, ein Vorbehalt, der die Frucht eines Kompromisses war, durch den im Jahre 1887 die Einführung der Patentgesetzgebung in der Schweiz zunächst möglich gemacht werden sollte und den die Freunde der letztern eingegangen sind in der sichern Voraussicht, dass über kurz oder lang diese Klausel werde fallen müssen. Der neue Wortlaut des Verfassungsparagraphen wird es erst ermöglichen, das betreffende schweizerische Gesetz so zu gestalten, dass es der Hauptforderung gerecht werde, die Gegenseitigkeit und Rechtsgleichheit im internationalen Verkehr zu gewährleisten.

Mit besonderer Genugtuung kann die Gesellschaft ehemaliger Polytechniker auf diesen Schlusserfolg blicken, da in ihrem Schosse zuerst die Notwendigkeit erkannt worden ist, das Gebiet des Erfindungsschutzes auch in der Schweiz auf gesetzlichem Boden zu ordnen. Die Generalversammlung des Jahres 1879 in Basel beschloss die Sache an die Hand zu nehmen, und ihre auf gründliche Vorarbeiten gestützten Anregungen bei den in Frage kommenden Kreisen, sowie ihre Eingaben an die Behörden hatten die Annahme eines Gesetzes bezüglich Abänderung der Bundesverfassung in den eidgenössischen Räten (19. Dezember 1881 im Nationalrat und 27. April 1882 im Ständerat) zur Folge. Ungeachtet aller Rührigkeit der Freunde dieses Fortschrittes wurde aber der Antrag der Räte in der Volksabstimmung mit 156 441 gegen 141 436 Stimmen verworfen. Grund des Misserfolges war neben mangelndem Verständnis für die Sache bei der ländlichen Bevölkerung und Zweifeln von Theoretikern, die besonders die Gefahr zahlloser Patentprozesse voraussehen wollten, die Besorgnis der chemischen Industrie und der mit ihr in Beziehung stehenden Textilbranchen, dass sie durch ein Patentgesetz in der freien Anwendung ihrer Verfahren gestört werden könnten.

Die Patentkommission der Gesellschaft ehem. Polytechniker wurde jedoch von der Generalversammlung wieder bestätigt und bereitete sofort die Wiederaufnahme der Agitation vor. Es wurde ein „Schweiz. Erfindungs- und Muster-schutzverein“ gegründet, und die Gesellschaft ehem. Polytechniker richtete im Verein mit dem Schweiz. Ingenieur- und Architektenverein neuerdings eine Zuschrift an die eidgenössischen Räte, um nachdrücklich auf ihre frühern Eingaben hinzuweisen. Die Behörden nahmen die Sache wieder in die Hand; im Juni 1886 wurde vom Nationalrat und im April 1887 vom Ständerat ein Zusatz zu Artikel 64 der Bundesverfassung angenommen, der die Anwendung des Erfindungsschutzes auf „durch Modelle dargestellte“ Erfindungen beschränkte, in der Meinung, dadurch die chemische und verwandte Industrien hinsichtlich ihrer Verfahren auszuschliessen. Dank dieser Konzession, sowie einer auf breitester Grundlage von den oben genannten Verbänden unternommenen Aufklärung der Landbevölkerung nahm das Volk nunmehr am 10. Juli 1887 mit 191 800 gegen 56 000 Stimmen die Verfassungsänderung an, und das betreffende Gesetz konnte, nachdem es vom Bundesrat im Oktober 1887 unter Mitwirkung einer vorberatenden Fachkommission festgestellt worden war, von den eidgenössischen Räten am 29. Juni 1888 endgültig beschlossen werden.

Seither hat durch Revision ausländischer Patentgesetze und die damit verbundenen Erhebungen eine tiefgehende Abklärung stattgefunden hinsichtlich der Natur und der Tragweite des chemischen Patentess, sodass in Fachkreisen