Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 41/42 (1903)

Heft: 21

Artikel: Ueber Flüssigkeitsbewegungen in Rotationshohlräumen

Autor: Prášil, Franz

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-23994

Das Geschäftshaus der Basler Handelsbank, Ecke Steinenberg und Freie Strasse (Nr. 96), zum „Schilthof" genannt, wurde im Jahre 1842 als Privathaus für Herrn Rud. Forcart-Hoffmann durch die Baumeister J. J. Heimlicher und J. J. Stehlin erbaut. Als Wohnhaus nahm es in dieser Zeit unter den Privat-Bauten Basels einen durch seine innern und äussern Verhältnisse bedingten, hervorragenden Platz ein und erschien hierdurch, ebenso wie durch seine vorzügliche Geschäftslage am Kreuzungspunkte von fünf grossen Strassen

Die Freie Strasse in Basel.

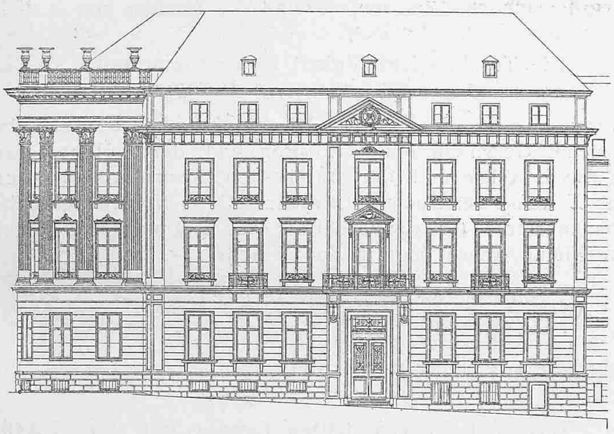


Abb. 7. Die Handelsbank. Umgebaute Fassade gegen die Freie Strasse Masstab 1 : 400.

besonders geeignet der Basler Handelsbank, in deren Besitz die Liegenschaft übergegangen war, in wenig veränderter Form als Geschäftshaus zu dienen.

Die stetige Vergrösserung der Bank, sowie die Forderungen des mit der Zeit bedeutend vermehrten Personals und der modernen Geschäftsgewohnheiten, veranlassten die Leitung der Handelsbank, sich anlässlich der Korrektion der Freien Strasse das für die nötig gewordene Erweiterung ihres Hauses erforderliche Terrain zu sichern.

Nach verschiedenen Vorstudien wurde Ende 1898 der in den Abbildungen 6 bis 11 veranschaulichte Umbau beschlossen, der nach den Plänen und unter der Leitung des Architekten *Fritz Stehlin* in Basel vom Frühjahr 1899 bis Ende 1900 zur Ausführung kam. Dabei sollte der für die neue Installation der Bank als erforderlich erachtete Innenraum unter tunlichster Wahrung des äussern Eindruckes gewonnen werden. Die Anlage einer ausgedehnten Schalterhalle, einer Tresor-Einrichtung und der ganz bedeutend vermehrten und vergrösserten Bureau-Räumlichkeiten führte zu der vor-

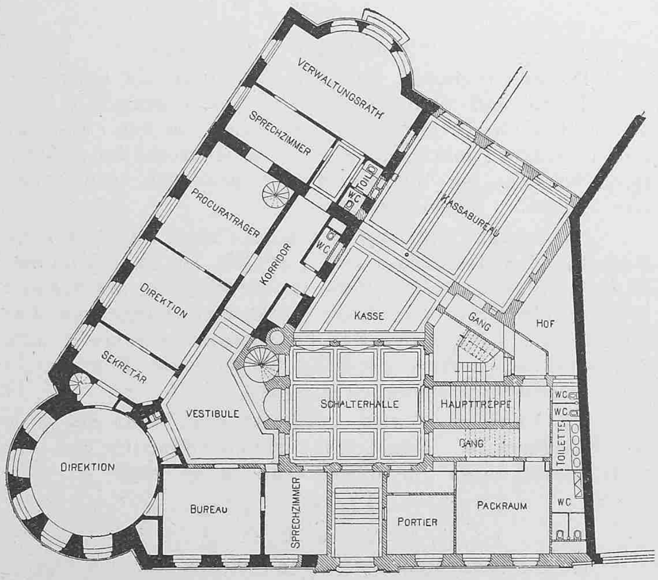


Abb. 10. Handelsbank nach dem Umbau. Grundriss vom Erdgeschoss. Masstab 1 : 400.

liegenden Lösung, bei der es vor allem durch die Erstellung einer neuen Haupttreppe möglich wurde, den genannten Wünschen gerecht zu werden. Während der ganzen Dauer der Umbauarbeiten setzte die Bank ihren Geschäftsbetrieb im Hause selbst fort, was bei der Bearbeitung der Aufgabe gleichfalls beachtet werden musste und besondere Schwierigkeiten verursachte. (Forts. folgt.)

Ueber Flüssigkeitsbewegungen in Rotationshohlräumen.

Von Prof. Dr. *F. Prášil* in Zürich.

(Fortsetzung.)

II. Einfache Strömungen.[1])

Als einfache Strömungen seien solche Bewegungen durch ein festes Rohr bezeichnet, bei welchen eine Geschwindigkeitskomponente nach der u Richtung nicht vorhanden ist und bei welchen weiter die Bewegungs- und Pressungszustände auf einem Parallelkreis durchaus gleich sind. Ferner soll vollkommener Beharrungszustand angenommen werden.

Charakterisiert sind solche Bewegungen durch

$$u = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial \varphi} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial \varphi} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial \varphi} = 0, \quad \omega = 0,$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = 0.$$

In diesem Falle vereinfachen sich die Fundamentalgleichungen, wie folgt:

$$-g - \frac{g}{\gamma}\frac{\partial p}{\partial z} = w \cdot \frac{\partial w}{\partial z} + v\,\frac{\partial w}{\partial r} \quad \ldots\ldots \quad (A_1$$

$$-\frac{g}{\gamma}\frac{\partial p}{\partial r} = w \cdot \frac{\partial v}{\partial z} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial r} \quad \ldots\ldots \quad (B_1$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} = 0 \quad \ldots\ldots \quad (D_1$$

Ferner wird $\quad \dfrac{\partial w}{\partial r} - \dfrac{\partial v}{\partial z} = 2\,\lambda$

μ und ν werden gleich Null.

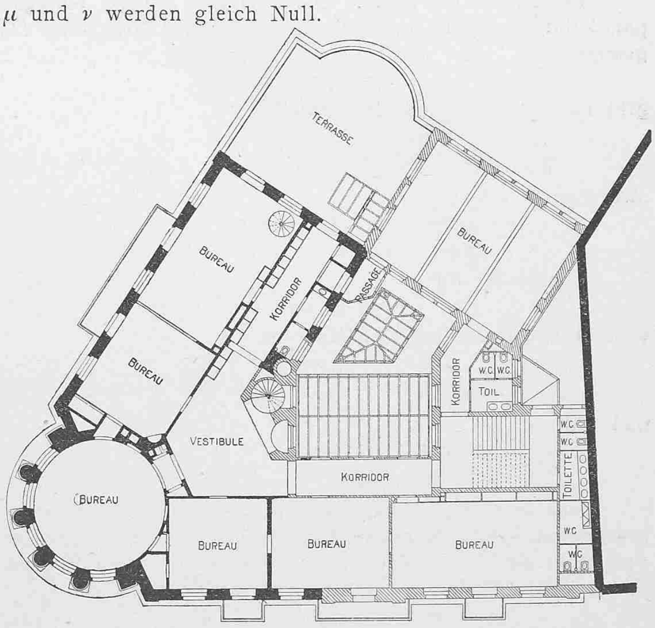


Abb. 11. Handelsbank nach dem Umbau. Grundriss vom I. Stock. Masstab 1 : 400.

Im Falle $\lambda = 0$, also bei Existenz eines Geschwindigkeitspotentials ist der dasselbe charakterisierende Ausdruck F nur eine Funktion von r und z; es bestehen dann die Gleichungen $\quad w = \dfrac{\partial F}{\partial z}; \; v = \dfrac{\partial F}{\partial r}$

[1]) Im ersten Teil des Artikels auf Seite 207 muss Gleichung II analog I und III geschrieben werden:

$$\frac{\gamma}{g}\, r d\varphi\, dr\, dz\, R + \left[p\, r\, d\varphi\, dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial r}\, dr\right)(r + dr)\, d\varphi\, dz\right] + $$
$$+\, p\, dr\, dz\, d\varphi = \frac{\gamma}{g}\,(r\, d\varphi\, dr\, dz)\left(\frac{dv}{dt} - \frac{u^2}{r}\right)$$

Die Kurvenschar $F =$ Konstante bestimmt die Meridianlinien $F_1 F_2 \ldots$ der Rotationsflächen gleichen Geschwindigkeitspotentials, deren orthogonale Trajektorien wegen

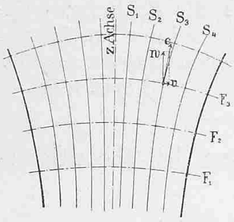


Abb. 7.

$$\frac{\frac{\partial F}{\partial r}}{\frac{\partial F}{\partial z}} = \frac{v}{w} = \frac{\frac{dr}{dt}}{\frac{dz}{dt}} = \frac{dr}{dz}$$

die Stromkurven $S_1 S_2 \ldots$ bilden, indem die Tangenten derselben mit den Richtungen der totalen Geschwindigkeit $c = \sqrt{w^2 + v^2}$ zusammenfallen (Siehe Abb. 7). Jede beliebige Stromkurve kann daher die Meridianlinie einer festen Rotationsfläche bilden, sodass innerhalb und ausserhalb derselben eine wirbelfreie Strömung im Sinne der übrigen Stromkurven bestehen kann.

Die Stromkurven können gefunden werden, wenn die Funktion F bekannt ist; mit derselben sind jedoch auch die Geschwindigkeitskomponenten w und v bestimmt und damit durch die Fundamentalgleichungen A_1 und B_1 die Pressungen in jedem Punkte des betrachteten Raumes.

Die Grundaufgabe besteht somit in der Bestimmung der Funktion F; ihre Lösung findet mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung D_1 statt.

Setzt man in derselben für w und v die der Bedingung $\lambda = 0$ entsprechenden Werte $\frac{\partial F}{\partial z}$ und $\frac{\partial F}{\partial r}$ ein, so folgt die partielle Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2 F}{\partial z^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial r} + \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} = 0 \quad \ldots \ldots \quad D_*$$

deren allgemeines Integral die Gesamtheit der gesuchten Funktionen F ergibt; jedes partikuläre Integral gibt dann einen Spezialfall durch den eine Flüssigkeitsbewegung der gesuchten Art nach Form, Geschwindigkeits- und Pressungsverhältnissen bestimmt ist.

Es unterliegt keiner Schwierigkeit einige einfache partikuläre Integrale anzugeben, welche der Gleichung D_* genügen:

$$F = k_1 z + k_2$$

gibt mit k_1 und k_2 als Konstanten

$$\frac{\partial F}{\partial z} = k_1, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} = 0.$$

also auch

$$\frac{\partial^2 F}{\partial z^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} = 0.$$

Ebenso ist für

$$F = \lg.\,\text{nat.}\; k r$$

wenn k ebenfalls eine Konstante ist

$$\frac{\partial F}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial r} = \frac{k}{r}, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} = -\frac{k}{r^2}$$

und mithin

$$\frac{\partial^2 F}{\partial z^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial r} + \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} = 0 + \frac{k}{r^2} - \frac{k}{r^2} = 0.$$

Der erste Fall entspricht der Bewegung in geraden, kreiszylindrischen Rohren, der zweite Fall der radialen Strömung zwischen zwei zur Z Achse senkrechten Ebenen. Diese Fälle werden vorläufig nicht weiter verfolgt.

* * *

Ein anderer *interesssanter Spezialfall* ergibt sich mit:

$$F = 2 k z^2 - k r^2, \text{ bei } k = \text{konstant}.$$

Es wird

$$\frac{\partial F}{\partial z} = 4 k z; \quad \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} = 4 k; \quad \frac{\partial F}{\partial r} = -2 k r; \quad \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} = -2 k$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial z^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial r} + \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} = 4 k - 2 k - 2 k = 0;$$

es ist mithin die Gleichung D_* auch durch diese Funktion F erfüllt.

Die Kurvenschar

$$F = 2 k z^2 - k r^2 = \text{konst.}$$

stellt die Meridianlinien der Flächen gleichen Geschwindigkeitspotentials dar; sie sind Hyperbeln, die Asymptoten derselben bilden mit der Z Achse einen Winkel, dessen Tangente $= \sqrt{2}$ ist (siehe Abbildung 8).

Mit

$$w = \frac{\partial F}{\partial z} = + 4 k z$$

$$v = \frac{\partial F}{\partial r} = - 2 k r$$

ergibt sich w nur von z, v nur von r abhängig; haben r und z gleiches Zeichen, so sind die Zeichen von w und v entgegengesetzt.

Die Totalgeschwindigkeit ist bestimmt mit

$$c^2 = w^2 + v^2 = 16 k^2 z^2 + 4 k^2 r^2;$$

daraus folgt, dass die Meridiankurven der Flächen gleicher Geschwindigkeit Ellipsen sind, deren Hauptachsen in die Z Achse und der durch den Koordinatenursprung zur Z Achse senkrechten Geraden fallen; die Ellipsen haben das konstante Grössenverhältnis der Hauptachsen $= 2:1$, die kleine Achse liegt in der Z Achse.

$$\text{Aus } \frac{dr}{dz} = \frac{v}{w} = \frac{\frac{\partial F}{\partial r}}{\frac{\partial F}{\partial z}} = -\frac{2 k r}{4 k z} = -\frac{r}{2 z}$$

folgt die Gleichung der Stromkurven

$$S = r^2 \cdot z = \text{konst.}$$

Das sind Kurven dritten Grades mit der Z Achse und der durch den Koordinatenursprung auf letztere senkrecht gezogenen Geraden als Asymptoten; deren reelle Teile bedingen gleiches Vorzeichen für z und S.

Abbildung 8 gibt eine Darstellung dieser Kurvenscharen.

Die Grundgleichungen A_1 und B_1 werden wegen $\frac{\partial w}{\partial r} = 0$ und $\frac{\partial v}{\partial z} = 0$

$$- g - \frac{g}{\gamma}\frac{\partial p}{\partial z} = w \frac{\partial w}{\partial z} \quad \ldots \ldots \quad (A_1$$

$$- \frac{g}{\gamma}\frac{\partial p}{\partial r} = v \frac{\partial v}{\partial r} \quad \ldots \ldots \quad (B_1$$

Multipliziert man die Gleichung A_1 mit dz, die Gleichung B_1 mit dr und addiert, so erhält man:

$$- g\, dz - \frac{g}{\gamma}\frac{\partial p}{\partial z} dz - \frac{g}{\gamma}\frac{\partial p}{\partial r} dr = w \frac{\partial w}{\partial z} dz + v \frac{\partial v}{\partial r} dr$$

oder

$$- g\, dz - \frac{g}{\gamma} dp = d\frac{w^2}{2} + d\frac{v^2}{2} = d\frac{c^2}{2}$$

und mithin

$$\frac{p - p_0}{\gamma} + (z - z_0) + \frac{c^2 - c_0^2}{2 g} = 0$$

als Gleichung zur Bestimmung der Pressung.

Dieser Spezialfall ist einerseits durch die Form der Stromlinien und anderseits durch die Eigenschaft, dass die achsiale Geschwindigkeitskomponente nur von z abhängt, also in jedem Punkt einer Ebene, die senkrecht zur Z Achse steht, konstant ist, interessant und praktisch verwendbar, wie folgendes Beispiel zeigt:

Es sei auf Grundlage der angegebenen Funktion F ein Rohr für den Durchfluss von $4\ m^3$/Sek. so zu bestimmen, dass die Flüssigkeit das Rohr in der Richtung der Schwerkraft durchströmt; das Rohr habe eine Länge von $4\ m$, die achsiale Komponente der Eintrittsgeschwindigkeit habe den numerischen Wert $4\ m$/Sek., die achsiale Komponente der Austrittsgeschwindigkeit $1\ m$/Sek.

Die Funktion F wird bestimmt sein, wenn der Wert von k bekannt ist. Kennzeichnet man die Eintritts- und Austrittsgrössen durch die Indices e und a, so folgt

$$w_e = 4 k z_e; \quad w_a = 4 k z_a$$

$$w_e - w_a = 4 k (z_e - z_a).$$

Da der Annahme nach w und mithin auch w_e und w_a im Sinne der Schwerkraft, also im Sinne der negativen Z Achse gerichtet sein sollen, so werden die analytischen Werte von

Ueber Flüssigkeitsbewegungen in Rotationshohlräumen.

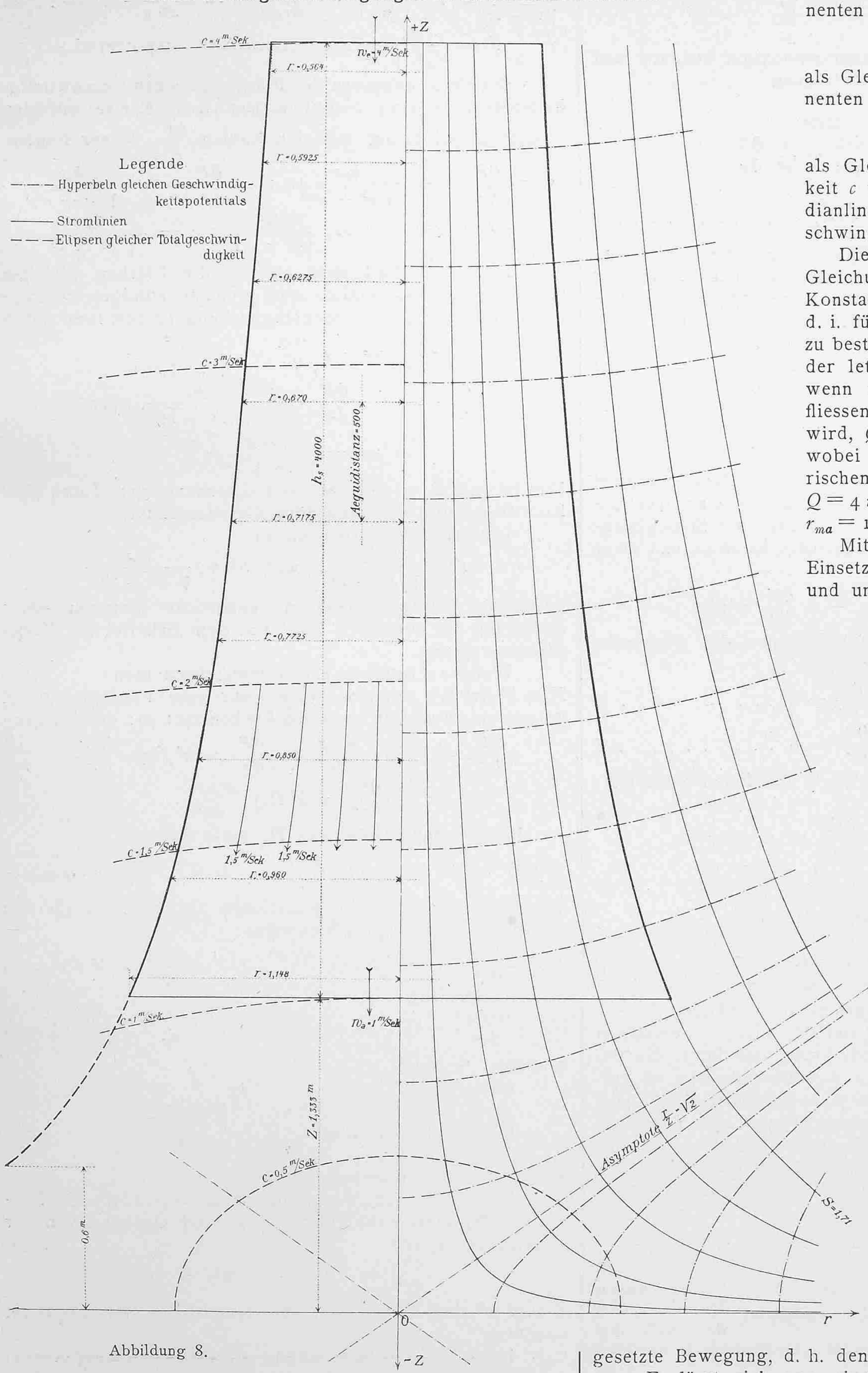


Abbildung 8.

$w_e = -4\ m/\text{Sek.}$, von $w_a = -1\ m/\text{Sek.}$ und daher mit $z_e - z_a = h_s = 4\ m$ = Länge des Rohres $-3 = 4\, k \cdot 4$; $k = -\frac{3}{16}$.

Man erhält somit:

$$F = -\frac{3}{8} z^2 + \frac{3}{16} r^2$$

als Gleichung der Meridianlinie für die Flächen gleichen Geschwindigkeitspotentials,

$$w = -\frac{3}{4} z$$

als Gleichung für die Achsialkomponenten der Geschwindigkeit,

$$v = +\frac{3}{8} r$$

als Gleichung für die Radialkomponenten der Geschwindigkeit,

$$c^2 = \frac{9}{16} z^2 + \frac{9}{64} r^2$$

als Gleichung für die Geschwindigkeit c und damit auch für die Meridianlinien der Flächen gleicher Geschwindigkeit.

Die Stromkurven entsprechen der Gleichung $S = r^2 z$: um den Wert der Konstanten S für die Endstromkurve d. i. für die Meridianlinie des Rohres zu bestimmen, seien mit r_m die Radien der letzteren bezeichnet; dann folgt, wenn mit Q das sekundlich durchfliessende Wasserquantum bezeichnet wird, $Q = r_{me}^2 \pi \cdot w_e = r_{ma}^2 \pi\, w_a$, wobei für w_e und w_a die numerischen Werte einzusetzen sind; mit $Q = 4\ m^3/\text{Sek.}$ sind $r_{me} = 0{,}564\ m$ und $r_{ma} = 1{,}128\ m$.

Mit diesen Werten folgt durch Einsetzen in die Stromkurvengleichung und unter Berücksichtigung, dass

$$w_e = -\frac{3}{4} z_e, \text{ also } z_e = \frac{16}{3} m$$

ist,

$$S_m = r_{me}^2 \cdot z_e = \\ = 0{,}564^2 \cdot \frac{16}{3} = 1{,}71$$

als Konstante der Stromkurvengleichung für die Endstrom kurve bezw. Rohrmeridianlinie. Jeder Wert von S zwischen 0 und 1,71 gibt eine innere Stromlinie und es ist hiemit, und weil für jeden Punkt w, v und aus den Fundamentalgleichungen auch p bestimmt ist, wenn p_0 z. B. für die Austrittsfläche gegeben ist, die Flüssigkeitsbewegung durch ein solches Rohr vollkommen bestimmt.

Die Abbildung 8 ist auf Grund dieser Ziffernwerte gezeichnet.

Ein solches Rohr kann als Saugrohr einer Turbine dienen, sofern die Bedingungen für korrekten Ein- und Austritt erfüllt sind, was weiter unten untersucht wird.

Mit $k = +\frac{3}{16}$ statt $-\frac{3}{16}$ hätte man nur die entgegengesetzte Bewegung, d. h. den Durchfluss durch eine Düse.

Es lässt sich nun eine einfache Beziehung zwischen den Funktionen F und S ableiten, durch die es ermöglicht ist weitere partikuläre Lösungen zu entwickeln.

Schreibt man nämlich die Gleichung D_* in der Form

$$\frac{\partial\, r \frac{\partial F}{\partial z}}{\partial z} + \frac{\partial\, r \frac{\partial F}{\partial r}}{\partial r} = 0$$

so sieht man, dass

$$-\, r \frac{\partial F}{\partial r} = \frac{\partial S}{\partial z} \quad ; \quad r \frac{\partial F}{\partial z} = \frac{\partial S}{\partial r}$$

gesetzt werden kann, wobei S eine Funktion von z und r ist; da nun hiebei

$$\frac{\frac{\partial F}{\partial r}}{\frac{\partial F}{\partial z}} = \frac{dr}{dz} = - \frac{\frac{\partial S}{\partial z}}{\frac{\partial S}{\partial r}}$$

ist, so folgt, dass S die Stromkurvenfunktion bedeutet und es ergibt sich weiter aus der Bedingung

$$\frac{\partial^2 F}{\partial r\, \partial z} = \frac{\partial^2 F}{\partial z\, \partial r}$$

$$- \frac{1}{r} \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 S}{\partial r^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial S}{\partial r}$$

oder schliesslich

$$\frac{\partial^2 S}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial r^2} = + \frac{1}{r} \frac{\partial S}{\partial r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad E$$

d. h. die allgemeine Differentialgleichung der Stromkurvenfunktion ist ebenfalls eine Differentialgleichung 2. Ordnung und zwar von ähnlicher Form wie diejenige des Geschwindigkeitspotentials; sie unterscheiden sich nur durch das Vorzeichen des Gliedes erster Ordnung.

Weiter kann man beweisen, dass, wenn X selbst eine Funktion von der Eigenschaft der Funktion F, also durch dieselbe die Gleichung

$$\frac{\partial^2 X}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 X}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial X}{\partial r} = 0$$

erfüllt ist, durch die partiellen Ableitungen derselben zwei Funktionen bestimmt sind, von denen die eine das Geschwindigkeitspotential F und die andere die Stromlinienfunktion S einer neuen Bewegungsform darstellt und zwar in dem Sinn, dass

$$F = \frac{\partial X}{\partial z} \text{ und } S = - r \frac{\partial X}{\partial r} \text{ wird.}$$

Sollen nämlich F und S Funktionen der genannten Art sein, so müssen die Gleichungen

$$\frac{\partial^2 F^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad D$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial S}{\partial r} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad E$$

erfüllt werden, wenn man die Werte für F und S einsetzt; mithin muss sein

$$\frac{\partial^3 X}{\partial z^3} + \frac{\partial^3 X}{\partial z\, \partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 X}{\partial z\, \partial r} = 0, \text{ oder}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial^2 X}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial^2 X}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{r} \frac{\partial X}{\partial r} = 0 \quad \ldots \quad (a$$

und

$$- \frac{\partial^3 X}{\partial r \partial z^2} - \frac{\partial^3 X}{\partial r^3} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 X}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial X}{\partial r} = 0, \text{ oder}$$

$$- \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial^2 X}{\partial z^2} - \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial^2 X}{\partial r^2} - \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial X}{\partial r} = 0 \quad \ldots \quad (b$$

den Bedingungen a und b entspricht die Funktion X.

Auf diese Weise ist das Mittel gefunden, aus einzelnen partikulären Lösungen neue Funktionen und damit die Bestimmungsgleichungen für neue Bewegungsformen zu entwickeln, entweder indem man aus einer bekannten Funktion X die Funktionen F und S oder aber, wenn F und S bekannt sind, eine neue Funktion X nach der durch die eben entwickelten Beziehungen gegebenen Methode ableitet.

Die beiden Gleichungen D und E lassen auch Lösungen durch Potenzreihen von der Form

$$R = k_0 z^n f_0(r) + k_1 z^{n-1} f_1(r) + k_2 z^{n-2} f_2(r) + \ldots\ldots\ldots\ldots$$

zu, wobei die Koeffizienten k und die Funktionen $f(r)$, welche dabei nur r als Variable enthalten, durch Bildung der partiellen Differentialquotienten $\frac{\partial R}{\partial r}, \frac{\partial^2 R}{\partial r^2}, \frac{\partial^2 R}{\partial z^2}$ und Eingliederung derselben in die Gleichungen D bezw. E bestimmt werden können.

So erhält man z. B. für die Funktion F unter andern eine Reihe

$$F = k_0 \left[z^n - \frac{n(n-1)}{2^2} z^{n-2} r^2 + \frac{n(n-1)(n-2)(n-2)}{2^2 \cdot 4^2} z^{n-4} r^4 - \ldots \right]$$

oder

$$F = k_0 z^n \left[1 - \frac{n(n-1)}{2^2} \left(\frac{r}{z}\right)^2 + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2^2 \cdot 4^2} \left(\frac{r}{z}\right)^4 - \ldots \right]$$

Mit $n = -1$ wird

$$F = \frac{k_0}{z} \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{r^2}{z^2}\right) + \frac{1 \cdot 3}{2^2 \cdot 2!} \left(\frac{r^2}{z^2}\right)^2 - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2^3 \cdot 3!} \left(\frac{r^2}{z^2}\right) + \ldots \right]$$

oder da nach der binomschen Entwickelung

$$\frac{1}{\sqrt{1 + x}} = 1 - \frac{1}{2} x^2 + \frac{1 \cdot 3}{2^2 \cdot 2!} x^2 - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2^3 \cdot 3!} x^3 + \ldots \text{ ist}$$

$$F = \frac{k_0}{\sqrt{z^2 + r^2}} \text{ als Geschwindigkeitspotential.}$$

Die Meridiankurven der Flächen gleichen Geschwindigkeitspotentials sind hiemit konzentrische Kreise um den Koordinatenursprung mit den Radien $\frac{ko}{F}$; ferner folgen

$$w = \frac{\partial F}{\partial z} = - \frac{k_0 z}{\sqrt{(z^2 + r^2)^3}}; \quad v = \frac{\partial F}{\partial r} = - \frac{k_0 r}{\sqrt{(z^2 + r^2)^3}}$$

$$w^2 + v^2 = c^2 = \frac{k_0^2}{(z^2 + r^2)}; \quad c = \frac{k_0}{\sqrt{z^2 + r^2}}$$

In diesem Fall sind hiermit die Flächen gleichen Geschwindigkeitspotentials und gleicher Totalgeschwindigkeit identisch. Die Stromliniengleichung ist bestimmt durch

$$\frac{\partial S}{\partial z} = - r \frac{\partial F}{\partial r} = \frac{k_0 r^2}{\sqrt{(z^2 + r^2)^3}}$$

$$\frac{\partial S}{\partial r} = + r \frac{\partial F}{\partial z} = - \frac{k_0 r z}{\sqrt{(z^2 + r^2)^3}}, \text{ oder}$$

$$S = + \frac{k_0 z}{\sqrt{z^2 + r^2}}$$

Das ist mit $S =$ konstant die Gleichung der durch den Koordinatenursprung gehenden Geradenschaar.

Die durch die Gleichungen

$$F = \frac{k_0}{\sqrt{z^2 + r^2}} \text{ und } S = \frac{k_0 z}{\sqrt{z^2 + r^2}}$$

bestimmte Bewegungs-Form entspricht hiernach einer Bewegung im konischen Rohr mit dem Scheitel im Koordinatenursprung.

Weitere Lösungen erhält man, wenn man $F = k^2 f(z) f(r)$ setzt, wobei $f(z)$ nur eine Funktion von z, $f(r)$ nur eine Funktion von r und $k =$ konstant ist; es wird dann

$$\frac{\partial^2 F}{\partial z^2} = k^2 f(r) \frac{d^2 f(z)}{dz^2}; \quad \frac{\partial F}{\partial r} = k^2 f(z) \frac{d f(r)}{dr};$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} = k^2 f(z) \frac{d^2 f(r)}{dr^2}$$

Entsprechend Gleichung D_* muss dann

$$k^2 f(r) \frac{d^2 f(z)}{dz^2} + \frac{k^2}{r} f(z) \frac{d f(r)}{dr} + k^2 f(z) \frac{d^2 f(r)}{dr^2} = 0 \text{ sein;}$$

dies tritt ein, wenn die Funktionen $f(z)$ und $f(r)$ aus den simultanen Differentialgleichungen:

$$\text{I)} \ldots \frac{\partial^2 f(z)}{\partial z^2} + k^2 f(z) = 0; \quad \frac{d^2 f(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d f(r)}{dr} - k^2 f(r) = 0$$

oder aus

$$\text{II)} \ldots \frac{\partial^2 f(z)}{\partial z^2} - k^2 f(z) = 0; \quad \frac{d^2 f(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d f(r)}{dr} + k^2 f(r) = 0$$

bestimmt werden.

Für den Fall I folgt:

$$f(z) = A \sin kz + B \cos kz$$

für den Fall II folgt:

$$f(z) = A e^{+kz} + B e^{-kz}.$$

wobei A und B Konstanten sind.

Die Bestimmung der Funktion $f(r)$ erfordert die Integration der Differentialgleichung zweiter Ordnung von der allgemeinen Form:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{2n}{x} \frac{dy}{dx} - m^2 y = 0$$

n und m^2 sind hiebei zwei reelle, positive oder negative, Konstante.

Diese Differentialgleichung erscheint bei einer Anzahl von Problemen der mathematischen Physik, unter andern auch auf dem Gebiet der Hydrodynamik in der Theorie der Cyklonen, der Flutwellen etc.[1]); deren Integration erfolgt durch Besselsche Funktionen.

Wie leicht einzusehen, gibt das Produkt $k^2 f(z) \cdot f(r)$ auch Lösungen für die Funktion S.

Die auf diese Weise erhältlichen Bewegungsformen sind periodischer Natur.

Durch das vorstehend angegebene Verfahren einerseits und anderseits, indem man berücksichtigt, dass die Summe einzelner partikulärer Lösungen im allgemeinen wieder eine partikuläre Lösung ist, die neuerdings zum Ausgangspunkt für das gekennzeichnete Verfahren genommen werden kann, erhält man eine unendliche Menge von Formen, die alle den Bedingungen wirbelfreier Bewegung entsprechen; die Bestimmung solcher Formen unter Berücksichtigung der praktischen Bedürfnisse und deren Untersuchung sei einer späteren Studie vorbehalten. (Forts. folgt.)

Wettbewerb für eine evangelische Kirche in Bruggen.

I.

Indem wir das Gutachten des Preisgerichtes zu diesem Wettbewerbe[1]) hiermit veröffentlichen, bringen wir zunächst die beiden mit je einem II. Preise ausgezeichneten Entwürfe zur Darstellung. Der eine mit dem Motto „Zwingli" (S. 238 und 239) ist von den Architekten *Bösiger & Daxelhoffer* in Biel, der zweite mit dem Motto „Vadian" (S. 237 u. 240) von den Herren *Streiff & Schindler*, Architekten in Zürich verfasst.

Bericht des Preisgerichtes

an die

evangelische Kirchenvorsteherschaft Straubenzell.

Die beim Wettbewerb zur Einreichung von Plänen für eine Kirche der evangelischen Kirchgemeinde Straubenzell eingegangenen 76 Projekte sind Ihrem Auftrag gemäss am 17. April einer eingehenden Prüfung unterzogen worden.

Im Saale der Brauerei Schönenwegen waren folgende Arbeiten zur Beurteilung ausgestellt:

Nr.	Motto:	Nr.	Motto:
1.	«Pax».	39.	«Dorfkirche».
2.	«Semper aliquid haeret».	40.	Frauenkopf mit Schellen (gez.).
3.	«Quo vadis».	41.	Blauer Kreis zwischen zwei roten (gez.).
4.	«Einfach» I.	42.	«Salomo».
5.	«St. Gallus».	43.	«Ein' feste Burg ist unser Gott».
6.	«März 1903».	44.	«Säntisblick». I.
7.	Ei, auf die Spitze gestellt (gez.)	45.	«Flur, wo meine Ahnen ruh'n».
8.	«Friede». I.	46.	«31. III. 03».
9.	«1833».	47.	«Ostern 1903», II.
10.	«Vale».	48.	«Basta».
11.	Kreuz im Kreis, (rot angelegt).	49.	«Dem Gläubigen».
12.	«Ostern 1903». I.	50.	«Mai 1903».
13.	«Gebrannte Siena».	51.	«Bring Glück».
14.	«Glocke».	52.	Kreis mit Dreieck (gez.).
15.	«Vadian».	53.	«Backstein und Granit».
16.	«Trotz Missgeschick».	54.	«Osterfest».
17.	«Central».	55.	«Schaut, schaut».
18.	Alpenveilchen (gez.).	56.	«1903». I.
19.	«Bonum publicum».	57.	«Lobe den Herrn».
20.	«Bring mir».	58.	Kreis mit zwei Senkrechten (gez.).
21.	«Ehre sei Gott».	59.	«Bibel, nicht Babel».
22.	«Sitter» I.	60.	«Hosiannah».
23.	«Nume nid g'sprengt».	61.	Liegendes Kreuz (gez.).
24.	«Clerus».	62.	«Ländlich einfach».
25.	«Zwingli».	63.	«Kreuz».
26.	«Frühling».	64.	«1903» II.
27.	Zweiermarke.	65.	«Sancte spiritus».
28.	Vier sich schneidende Kreise, (gez.)	66.	«Einfach» II.
29.	«Freie Liebe».	67.	«Ostern».
30.	«Für Alle».	68.	«Erstes Grün».
31.	«Sitter» II.	69.	Glocke (gez.).
32.	Drei rote Horizontalstriche (gez.).	70.	«Gallus».
33.	«Salome».	71.	«Muzio».
34.	«Gottvertrauen».	72.	Hahn (gez.).
35.	«Flur, wo wir als Knaben spielten».	73.	«Friede» II.
36.	«Oder so».	74.	«Säntisblick» II.
37.	«Im Frühjahr».	75.	«Grüss Gott».
38.	Kreuz im Kreis (grün angelegt).	76.	Kreis, schraffiert (gez.).

Im ersten Rundgang wurden als ungenügend oder weit über die der Behörde zur Verfügung stehenden Mittel hinausgehend folgende Projekte ausgeschieden:

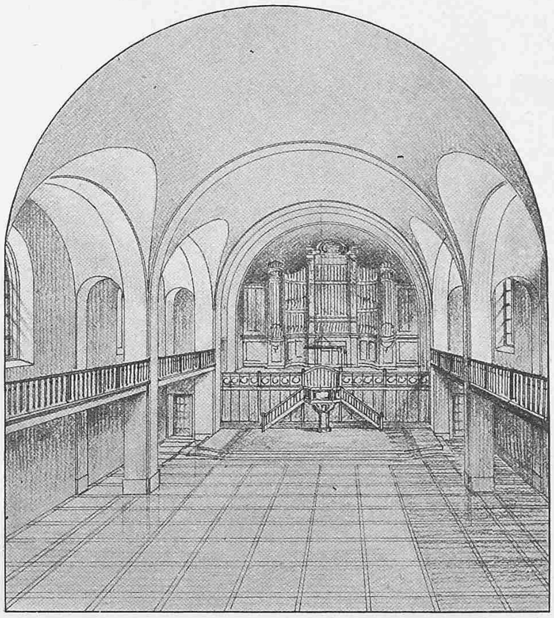
1, 2, 3, 7, 8, 10, 11, 12, 14, 18, 19, 20, 21, 22, 24, 27, 28, 30, 35, 38, 40, 44, 45, 48, 51, 53, 55, 56, 57, 58, 59, 61, 62, 65, 71, 75, 76,

Im zweiten Rundgange wurden 14 gute Projekte zu näherer Prüfung ausgewählt und es fielen ausser Beachtung:

4, 6, 9, 16, 17, 26, 29, 31, 39, 41, 42, 43, 46, 47, 49, 50, 52, 60, 64, 66, 67, 68, 70, 73, 74.

II. Preis «ex aequo». Nr. 15. Motto: «Vadian».

Verfasser: *Streiff & Schindler*, Architekten in Zürich.



Innenperspektive.

Von diesen 14 Arbeiten wurden schliesslich als nicht in Betracht fallend erklärt:

13, 23, 32, 34, 36, 72

und 8 besonders gute Leistungen genauerer Kontrolle unterzogen.

Massgebend für die Beurteilung dieser in engere Auswahl fallenden Projekte waren folgende Gesichtspunkte:

1. Die vorhandenen bescheidenen Mittel verlangen vor allem eine Grunddisposition, welche sich auf das allernotwendigste beschränkt und alle unnötigen und nicht verlangten Räume fern hält, daher eine möglichst einfache Grundrissanlage.

2. Die äussere Erscheinung soll mit möglichst einfachen Mitteln in guten Massenverteilungen wirken und sich sowohl dem Landschaftsbild als dem Charakter der Ortschaft und den jetzt schon und zukünftig umgebenden Bauten anpassen.

3. Das Innere soll als einheitlicher Raum ohne störende Einbauten einen würdigen und erhebenden Eindruck machen; dabei vor allem die Stellung der Kanzel eine für alle Zuhörer günstige sein.

Die 8 Projekte liessen sich in folgende Kategorien einteilen:

a) Saalkirchen. — Eine für kleinere Kirchen sehr geeignete Form ist die der einfachen Saalkirchen; sie ermöglichen mit höchstens ganz schmalen Seitenemporen die knappste Grundrissform und führen zur Turmstellung in der Mitte der Längsachse mit Haupteingang unter demselben; hieher gehören Nr. 15 und 54.

b) Zweischiffige Kirchen. — Die in neuerer Zeit öfters zur Ausführung gekommenen zweischiffigen Kirchen sind zwar zweckmässig für den Gebrauch und gegenüber andern Anlangen billiger, stehen aber in Bezug auf die innere Wirkung des Kirchenraumes hinter den symmetrischen Anlagen zurück. Bei den zweischiffigen Kirchen ist die seitliche Stellung der Kanzel unbedingt vorzuziehen, dabei soll aber die Kanzel nicht an die glatte Wand, sondern an einen einspringenden Bauteil so gelegt werden, dass sie eingegliedert und nicht angeklebt erscheint. Nr. 5, 33 und 37.

c) Zentralkirchen. — Zentralanlagen sind meist grössern Erfordernissen mit reichern Mitteln zu grunde gelegt; die vierfach einspringenden Ecken bieten Anlass zu reicherer Gruppierung und Abwechslung in der äussern Gestaltung, sind aber auch Ursache wesentlicher Verteuerung, indem unnötige Räume entstehen, und der Turmaufbau, besonders über der Vierung darf nur bei reichlich vorhandenem Baukapital in Frage kommen; dazu gehören Nr. 25 und 69.

[1]) Bd. XLI. S. 12, 158 und 179.