Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 39/40 (1902)
Heft: 24

Artikel: Neuere Methoden der Festigkeitslehre
Autor: Rappaport, S.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-23375

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 16.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

sowie die Seminar-Klassen, aus Pulten von je vier Plätzen und Stühlen. Der Platz des Lehrers befindet sich auf einem erhöhten Podium, über dem an der betreffenden Wand die Wandtafeln aus bestem tiefschwarzem Mont Cenis-Schiefer angebracht sind. Hierdurch konnten die Tafeln um die Höhe des Podiums höher gehängt werden und sind deshalb für die sitzenden Schülerinnen besser sichtbar. Ein an Rollen von der Decke herabhängender Kartenhalter, ein Papierkorb und dergl. mehr vervollständigen die Einrichtung. Die Ueberkleider, Regenschirme und Gummischuhe sollen aus hygieinischen Gründen nicht in den Klassen-

Höhere Mädchenschule zu Wiesbaden.

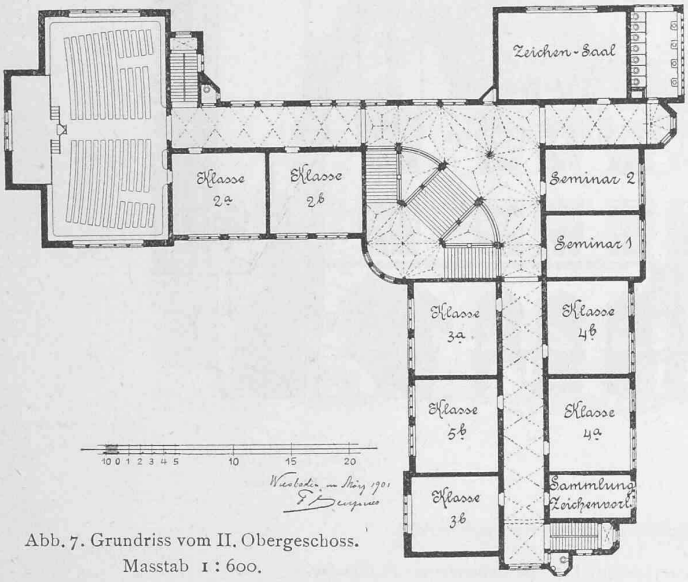


Abb. 7. Grundriss vom II. Obergeschoss. Masstab 1 : 600.

räumen, sondern auf den Korridoren aufbewahrt werden, hier sind deshalb die zu diesem Zweck nötigen Einrichtungen getroffen worden. Das Lehrzimmer für Physik und Chemie hat amphitheatralisch angeordnete Sitzreihen und ist im übrigen mit allen denjenigen Einrichtungen ausgestattet, die der Unterricht in diesen Fächern erfordert. Die Fenster sind für optische Versuche mit Verdunkelungsvorrichtung versehen, ferner ist die nötige Vorrichtung zur Aufstellung eines Heliostaten vorhanden.

Die Einrichtung des Zeichensaales ist die übliche; die Sammlungen haben die erforderlichen Schränke und die Bibliothek die bewährten Büchergestelle, System Lippmann, erhalten. Sämtliche Räume, einschliesslich der Korridore sind mit Niederdruck-Dampfheizung versehen.

Auf die bestimmenden Gründe für die Wahl der Architektur des Gebäudes im allgemeinen ist weiter oben schon hingewiesen worden, es möge nun über die Gestaltung derselben Einiges gesagt sein. Die Architektur knüpft an die Formen der Spätgotik an, wie sie in Deutschland, Frankreich und besonders Flandern zu Ende des 15. und Anfang des 16. Jahrhunderts erscheint; jener spätmittelalterlichen Kunst, die unter dem siegreichen Zuge der Renaissance zwar noch einmal zu einer kurzen, herrlichen Blüte sich entfaltete, sodann aber dem mächtigen Rivalen das Feld räumen musste. Vorbildlich, jedoch ohne allzustrenge Anlehnung, war insbesondere für die Giebel das Schifferhaus in Mecheln, für andere Einzelteile, z. B. für die Figurennische an der Ecke gegenüber dem Wilhelmstift, für Fialen und Giebelendigungen die Kirche in Kiedrich, sowie die dieser so nah verwandte Chorpartie des Münsters zu Freiburg im Breisgau. Aber die hier angewandte Architektur ist frei von jenem verknöcherten, korallenartigen Ornament, das der späten Gotik anhaftet. Hier hat eine naturalistische Ornamentation Platz gegriffen, wie sie ähnlich die Frühgotik und die italienische Frührenaissance zeigen.

Die der Delaspéestrasse und der Mühlgasse zugewendeten Gebäudeseiten sind einfacher ausgebildet, als die am Schlossplatz liegenden Fronten, die sich durch die bereits erwähnten Arkaden und das Hauptportal als die Vorderfronten des Gebäudes darstellen.

Am 14. April 1898 wurde mit den Bauarbeiten begonnen, nachdem im Winter vorher die auf der Baustelle vorhandenen alten Gebäude abgebrochen und die Baugrube ausgehoben worden waren. Mit Schluss des Jahres 1899 war der Rohbau im wesentlichen fertig und anfangs April 1901 das ganze Gebäude bezugsfähig. Die bebaute Fläche des Neubaues beträgt 1812 m^2, der umbaute Raum 35600 m^3 und die Gesamtbaukosten, abzüglich Heizungs- und Entwässerungs-Anlage, Mobiliar, Schulhof und Einfriedigung, Platzregulierung und Strassenbau, beziffern sich auf 623500 Mark (780000 Fr.). Hienach berechnen sich die Kosten für den Quadratmeter bebauter Grundfläche auf 342,38 Mark (428 Fr.) und den Kubikmeter umbauten Raumes auf 17,50 Mark (21,88 Fr.), Preise, die im Vergleich mit unseren hiesigen Verhältnissen nicht hoch erscheinen und den Schluss zulassen, dass man entweder in Wiesbaden erheblich billiger baut als bei uns, oder dass unter sachgemässer Leitung auch ein architektonisch hervorragendes Bauwerk nicht wesentlich teurer zu stehen kommt, als ein langweiliger, nüchterner Kasten, der das Ideal unserer Bevölkerung und mancher unserer Ortsbehörden bildet. *W.*

Neuere Methoden der Festigkeitslehre.

Von Ingenieur *S. Rappaport* in St. Gallen.

III. (Schluss.)

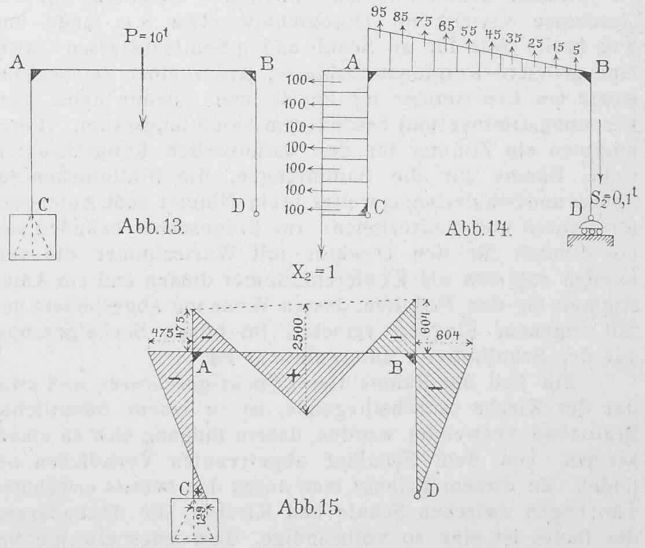
Zahlenbeispiele.

2. *Beispiel.*

1. *Lösung.* Der in Abb. 13 dargestellte Kran sei bei C vollständig eingespannt, im übrigen aber dem in Abb. 10 dargestellten und belasteten vollkommen gleich.

Die Aufgabe wird jetzt im Gegensatze zur ersten zweifach statisch unbestimmt.

Verwandelt man die Einspannungsstelle C in ein Gelenk und ersetzt daselbst das wirksame Einspannungsmoment durch eine äussere Kraft X_2, die an einem Hebel von der



Länge 1 in umgekehrter Richtung des Uhrzeigers dreht, so ergeben sich für den Fall, dass $X_2 = 1$ wird, die in Abb. 14 dargestellten Momentenflächen und innern Stabkräfte S_2.

Den Tabellen entnehmen wir die zur Auflösung der Gleichungen nötigen Koeffizienten. Die Werte für M_0 und M_1 sind denen der vorigen Aufgabe gleichgeblieben.

Hinsichtlich des Vorzeichens gilt allgemein als Regel, da nur Produkte in Frage kommen, dass diejenigen $M M_1$, die den Stab im gleichen Sinne ausbiegen würden, mit positivem Vorzeichen und diejenigen, die ihn nach zwei entgegengesetzten Richtungen biegen würden, mit negativem Vorzeichen zu versehen sind.

Tabelle für den Hauptbalken AB.

Stabteil	M_0	M_1	M_2	Trägheitsmoment	$\frac{M_0 M_1}{J}$	$\frac{M_0 M_2}{J}$	$\frac{M_1 M_2}{J}$	$\frac{M_1^2}{J}$	$\frac{M_2^2}{J}$	Anmerkung
m										
0– 1	+ 250	– 650	– 95	7500	– 21,66	– 3,16	+ 8,23	+ 56,33	+ 1,20	
1– 2	+ 750	– 650	– 85	7500	– 65,00	– 8,50	+ 7,37	+ 56,33	+ 0,96	
2– 2	+ 1250	– 650	– 75	8750	– 92,85	– 10,71	+ 5,57	+ 48,29	+ 0,64	
3– 4	+ 1750	– 650	– 65	10000	– 113,75	– 11,38	+ 4,22	+ 42 25	+ 0,42	
4– 5	+ 2250	– 650	– 55	10000	– 146,25	– 12,37	+ 3,58	+ 42,25	+ 0,30	
5– 6	+ 2250	– 650	– 45	10000	– 146,25	– 10,13	+ 2,92	+ 42,25	+ 0,20	
6– 7	+ 1750	– 650	– 35	10000	– 113,75	– 6,12	+ 2.28	+ 42,25	+ 0,12	
7– 8	+ 1250	– 650	– 25	8750	– 92,85	– 3,57	+ 1,85	+ 48,29	+ 0,07	
8– 9	+ 750	– 650	– 15	7500	– 65,00	– 1.50	+ 1,30	+ 56,33	+ 0,03	
9–10	+ 250	– 650	– 5	7500	– 21,66	– 0,17	+ 0,43	+ 56,33	+ 0,00	
Für den Hauptbalken $\Sigma =$					– 879,02	– 67,61	+ 37,75	490,90	+ 3,94	

Tabelle für den Pfosten AC.

Stabteil	M_0	M_1	M_2	J	$\frac{M_0 M_1}{J}$	$\frac{M_0 M_2}{J}$	$\frac{M_1 M_2}{J}$	$\frac{M_1^2}{J}$	$\frac{M_2^2}{J}$	Anmerkung
0 –0,5	0	– 25	– 100	3000	0	0	+ 0,42	+ 0,10	+ 1,67	Für den Stabteil 0–0,5 sind nur die halben Produkte einzuführen.
0,5–1,5	0	– 100	– 100	3000	0	0	+ 3,33	+ 3,33	+ 3,33	
1,5–2,5	0	– 200	– 100	3000	0	0	+ 6.66	+ 13,33	+ 3,33	
2,5–3,5	0	– 300	– 100	3000	0	0	+ 10,00	+ 30,00	+ 3,34	
3,5–4,5	0	– 400	– 100	3000	0	0	+ 13,33	+ 53,33	+ 3,33	
4,5–5,5	0	– 500	– 100	3000	0	0	+ 16.66	+ 83,33	+ 3,33	
5,5–6,5	0	– 600	– 100	3000	0	0	+ 20,00	+ 120,00	+ 3.34	
Für Pfosten AC $\Sigma =$					0	0	+ 70,40	+ 303,42	+ 21,67	

Tabelle für den Pfosten BD.

Stabteil	M_0	M_1	M_2	J	$\frac{M_0 M_2}{J}$	$\frac{M_0 M_2}{J}$	$\frac{M_1 M_2}{J}$	$\frac{M_1^2}{J}$	$\frac{M_2^2}{J}$	Anmerkung
0 –0,5	0	– 25	0	3000	0	0	0	+ 0,10	0	Für den Stabteil 0–0,5 sind nur die halben Produkte einzuführen.
0,5–1,5	0	– 100	0	3000	0	0	0	+ 3,33	0	
1,5–2,5	0	– 200	0	3000	0	0	0	+ 13,33	0	
2,5–3,5	0	– 300	0	3000	0	0	0	+ 30,00	0	
3,5–4,5	0	– 400	0	3000	0	0	0	+ 53,33	0	
4,5–5,5	0	– 500	0	3000	0	0	0	+ 83.33	0	
5,5–6,5	0	– 600	0	3000	0	0	0	+ 120,00	0	
Für den Pfosten BD Σ					0	0	0	+ 303,42	0	
» » » AC Σ					0	0	+ 70,40	+ 303,42	+ 21,67	
» » Balken AB Σ					– 879,02	– 67,61	+ 37,75	+ 490,90	+ 3,94	
Totalsumme =					– 879,02	– 67,61	+ 108,15	+ 1097,74	+ 25,61	

Die Bedingungsgleichungen zur Auflösung der X unter Vernachlässigung der Normalspannungen lauten:

$$o = \Sigma \frac{M_0 M_1}{J} + X_1 \Sigma \frac{M_1^2}{J} + X_2 \Sigma \frac{M_1 M_2}{J}$$

$$o = \Sigma \frac{M_0 M_1}{J} + X_2 \Sigma \frac{M_1 M_2}{J} + X_2 \Sigma \frac{M_1^2}{J}$$

Somit

$$o = - 879{,}02 + X_1\, 1097{,}74 + X_2\, 108{,}15$$
$$o = - \;\; 67{,}61 + X_1 \;\; 108{,}15 + X_2 \;\; 25{,}61$$

Daraus berechnet sich $X_1 = + 0{,}93\ t$

und „ $X_2 = - 1{,}29\ t$,

womit die Aufgabe gelöst wäre.

So ergiebt sich z. B. das Moment für den Punkt A, da

$$M_0 = o;$$
$$M_1 X_1 = (+ 0{,}93) \cdot (- 650) = - 604\ cm/t$$
und $$M_2 X_2 = (- 1{,}29) \cdot (- 100) = + 129\ \text{„}$$
$$M = M_0 + M_1 X_1 + M_2 X_2 = - 475\ cm/t$$

Das Moment für den Punkt B ergiebt sich, da $M_0 = o$ und $M_2 X_2 = o$ ist,

$$M_1 X_1 = (- 650)(+ 0{,}93) = - 604\ cm/t.$$

Das Einspannungsmoment bei C ergiebt sich mit $M_0 = o$ und $M_1 = o$:

$$M_2 X_2 = (- 100) \cdot (- 1{,}29) = + 129\ cm/t.$$

Mit diesen Werten lassen sich dann die Momentenflächen über den 3 Stäben leicht darstellen (vgl. Abb. 15).

(Die Integralform für den gleichen Fall würde bei konstantem E und J der einzelnen Stäbe und unter Vernachlässigung der Normalspannungen lauten:

$$\int \frac{M}{EJ} \frac{\partial M}{\partial X_1}\, dx = o; \int \frac{M}{EJ} \frac{\partial M}{\partial X_2}\, dx = o.$$

Diese ergeben für den Stab AB mit

$$M = M_0 - X_1 h - X_2 \frac{x}{l};\ \frac{\partial M}{\partial X_1} = - h;\ \frac{\partial M}{\partial X_2} = - \frac{x}{l}$$

$$\int_0^l M \frac{\partial M}{\partial X_1}\, dx = \int_0^l \left(M_0 - X_1 h - X_2 \frac{x}{l}\right)(- h)\, dx =$$
$$= - h \int_0^l M_0\, dx + X_1 h^2 l + X_2 \frac{hl}{2}$$

$$\int_0^l M \frac{\partial M}{\partial X_2}\, dx = \int_0^l \left(M_0 - X_1 h - X_2 \frac{x}{l}\right)\left(- \frac{x}{l}\right) dx =$$
$$= - \frac{1}{l} \int_0^l M_0 x\, dx + X_1 \frac{hl}{2} + X_2 \frac{l}{3}$$

Für den Stab AC ergiebt sich mit

$$M = X_1 x + X_2;\ \frac{\partial M}{\partial X_1} = + x;\ \frac{\partial M}{\partial X_2} = + 1$$

$$\int_0^h M \frac{\partial M}{d X_1}\, dx = \int_0^h (X_1 x + X_2)\, x\, dx = \frac{X_1 h^3}{3} + \frac{X_2 h^2}{2}$$

$$\int_0^h M \frac{\partial M}{\partial X_2}\, dx = \int_0^h (X_1 x + X_2)\, dx = \frac{X_1 h^2}{2} + X_2 h.$$

Für den Stab BD ergiebt sich $M = X_1 x;\ \frac{\partial M}{\partial X_1} = x;\ \frac{\partial M}{\partial X_2} = o.$

$$\int_0^h \frac{M \partial M}{\partial X_1} = \int_0^h X_1 x^2\, dx = X_1 \frac{h^3}{3}.$$

Somit ist:

$$\int \frac{M}{EJ} \frac{\partial M}{\partial X_1}\, dx = \left[- h \int_0^l M_0\, dx + X_1 h^2 l + X_2 \frac{hl}{2}\right] \frac{1}{EJ} +$$
$$+ \left[X_1 \frac{h^3}{3} + X_2 \frac{h^2}{2}\right] \frac{1}{EJ_1} + \left[X_1 \frac{h^3}{3}\right] \frac{1}{EJ_1}$$
$$= - h \int_0^l M_0\, dx + X_1 h^2 \left(l + \frac{J}{J_1} \frac{2h}{3}\right) + X_2 \frac{h}{2} \left(l + \frac{J}{J_1} h\right) = o. \quad \text{(I)}$$

$$\int \frac{M}{EJ} \frac{\partial M}{\partial X_2}\, dx = \left[- \frac{1}{l} \int_0^l M_0 x\, dx + X_1 \frac{hl}{2} + X_2 \frac{l}{3}\right] \frac{1}{EJ} + \left[X_1 \frac{h^2}{2} + X_2 h\right] \frac{1}{EJ_1}$$
$$= - \frac{1}{l} \int_0^l M_0 x\, dx + X_1 \frac{h}{2} \left(l + \frac{J}{J_1} h\right) + X_2 \left(\frac{l}{3} + \frac{J}{J_1} h\right) = o \quad \text{(II)}$$

Da $\int_0^l M_0\, dx = F_0$ wie bei Beispiel (1) und $\int_0^l M_0 x\, dx = F_0 \chi =$ dem statischen Momente dieser Fläche bezogen auf die Achse BD, so erhält man für das Zahlenmaterial folgende zwei Gleichungen:

$$-\left(6{,}50 + \frac{10 \cdot 25}{2}\right) + X_1 6{,}5^2 \left(10 + \frac{10}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot 6{,}5\right) + X_2 \frac{6{,}5}{2} \left(10 + \frac{10}{3} \cdot 6{,}5\right) = o$$
$$-\left(\frac{1}{10} + \frac{10 \cdot 25}{2} \cdot 5\right) + X_1 \frac{6{,}5}{2} \left(10 + \frac{10}{3} \cdot 6{,}5\right) + X_2 \left(\frac{10}{3} + \frac{10}{3} \cdot 6{,}5\right) = o$$
$$- 812{,}5 + X_1\, 1032{,}6 + X_2\, 102{,}9 = o \quad . \; . \; . \; . \; . \quad \text{(I)}$$
$$- \;\; 62{,}5 + X_1 \;\; 102{,}9 + X_2 \;\; 25{,}0 = o \quad . \; . \; . \; . \; . \quad \text{(II)}$$

und die Auflösung ergiebt $X_1 = 0{,}92\ t;\ X_2 = 1{,}29\ t.$)

* * *

2. *Lösung.* Um nun zu zeigen, dass es ganz gleichgültig ist, wo der Stab durchschnitten und durch ein Gelenk ersetzt worden ist, lösen wir die Aufgabe noch auf folgende Art:

Wir ersetzen bei A und B die starren Eckverbindungen durch Gelenke; dadurch wird der Kran ebenfalls statisch bestimmt.

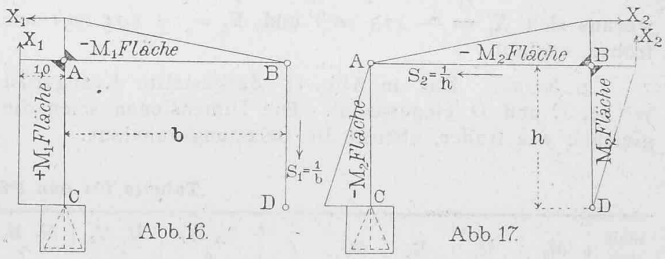


Abb. 16. Abb. 17.

Um aber die Wirkung dieser Eckverbindung zu berücksichtigen, lassen wir bei A die Kräfte X_1 an je zwei Hebeln $\perp$ zu AB und AC in entgegengesetztem Drehungssinne wirken (vgl. Abb. 16). Letztere zwei Kräfte, die einander gleich sind, ersetzen die starre Eckverbindung vollständig. Sind diese Kräfte $X_1 = 1$, so wird die Momentenfläche über AB ein Dreieck, bei A von der Höhe 1 und bei $B = o$ und über AC ein Rechteck von der konstanten Höhe 1. Im Stabe BD tritt eine Zugkraft $S_1 = \frac{1}{b}$ auf.

In analoger Weise ersetzen wir die starre Eckverbindung bei B durch zwei gleiche entgegengesetzt drehende Kräfte X_2 (vgl. Abb. 17). Die Momentenflächen M_2 über AB und BD sind (für $X_2 = 1$) Dreiecke, bei B von der Höhe 1 und bei A und $D = o$. — Im Stabe AB ergiebt sich eine Druckkraft $S_2 = {}^1/_h$, die ihrerseits im Stabe AC eine Momentenfläche M_2 erzeugt, bei $A = o$ und bei $C = {}^1/_h \cdot h = 1$. Die M_0fläche über AB ist dem früheren Beispiele gleich geblieben.

Hinsichtlich des Vorzeichens ist zu bemerken, dass die den Stab *AB* abwärts biegende M_0fläche mit +, daher die ihn aufwärts biegenden M_1 und M_2flächen mit — bezeichnet worden sind. Analog wurde die den Stab *AC* nach auswärts biegende Momentenfläche M_1 mit + und die ihn nach einwärts biegende Momentenfläche M_2 mit — bezeichnet. Die M_2fläche über *BD* ist, da sie nur quadratisch vorkommt, hinsichtlich des Vorzeichens gleichgültig.

Stab	Stabteil	M_0	M_1	M_2	J	$\frac{M_0 M_1}{J}$	$\frac{M_0 M_2}{J}$	$\frac{M_1 M_2}{J}$	$\frac{M_1^2}{J}$	$\frac{M_2^2}{J}$
AB	0– 1	+ 250	– 95	– 5	7500	– 3,16	– 0,17	+ 0,06	+ 1,20	+ 0,00
	1– 2	+ 750	– 85	– 15	7500	– 8,50	– 1,50	+ 0,17	+ 0,96	+ 0,03
	2– 3	+ 1250	– 75	– 25	8750	– 10,71	– 3,57	+ 0,21	+ 0,64	+ 0,07
	3– 4	+ 1750	– 65	– 35	10000	– 11,38	– 6,12	+ 0,23	+ 0,42	+ 0,12
	4– 5	+ 2250	– 55	– 45	10000	– 12,37	– 10,13	+ 0,25	+ 0,30	+ 0,20
	5– 6	+ 2250	– 45	– 55	10000	– 10,13	– 12,37	+ 0,25	+ 0,20	+ 0,30
	6– 7	+ 1750	– 35	– 65	10000	– 6,12	– 11,38	+ 0,23	+ 0,12	+ 0,42
	7– 8	+ 1250	– 25	– 75	8750	– 3,57	– 10,71	+ 0,21	+ 0,07	+ 0,64
	8– 9	+ 750	– 15	– 85	7500	– 1,50	– 8,50	+ 0,17	+ 0,03	+ 0,96
	9–10	+ 250	– 5	– 95	7500	– 0,17	– 3 16	+ 0.06	+ 0,00	+ 1,20
					Σ	– 67,61	– 67,61	+ 1,84	+ 3,94	+ 3,94
AC	0 –0,5	0	+ 100	– 96,25	3000	0	0	– 1,60	1,67	1,55
	0,5–1,5	0	+ 100	– 84,70	3000	0	0	– 2,82	3,33	2,39
	1,5–2,5	0	+ 100	– 69,30	3000	0	0	– 2.31	3,33	1,60
	2,5–3,5	0	+ 100	– 53,90	3000	0	0	– 1,80	3.34	0,96
	3,5–4,5	0	+ 100	– 38.50	3000	0	0	– 1,28	3,33	0,49
	4,5–5,5	0	+ 100	– 23,10	3000	0	0	– 0,77	3,33	0.18
	5,5–6,5	0	+ 100	– 7,70	3000	0	0	– 0,25	3,34	0.02
					Σ	0	0	– 10,83	+ 21,67	+ 7,19
BD	0 –0,5	0	0	3,85	3000	0	0	0	0	0.00
	0,5–1,5	0	0	15,40	3000	0	0	0	0	0,08
	1,5–2,5	0	0	30.80	3000	0	0	0	0	0,32
	2,5–3,5	0	0	46,20	3000	0	0	0	0	0,71
	3,5–4,5	0	0	61.60	3000	0	0	0	0	1,26
	4,5–5,5	0	0	77,00	3000	0	0	0	0	1,97
	5,5–6,5	0	0	92,40	3000	0	0	0	0	2,85
			Σ für Stab		*BD*	0	0	0	0	+ 7,19
			Σ »	»	*AC*	0	0	– 10,83	+ 21,67	+ 7,19
			Σ »	»	*AB*	– 67,61	– 67,61	+ 1,84	+ 3,94	+ 3,94
			Totalsumme			– 67,61	– 67,61	– 8,99	+ 25,61	+ 18,32

Die zwei Bedingungsgleichungen lauten demnach:

$$-67{,}61 + X_1\ 25{,}61 - X_2\ 8{,}99 = 0 \quad . \quad . \quad (1)$$
$$-67{,}61 - X_1\ 8{,}99 + X_2\ 18{,}32 = 0 \quad . \quad . \quad (2)$$

woraus sich $X_1 = -475$ *cm/t* und $X_2 = +604$ *cm/t* wie früher, ergiebt.

3. Beispiel. Das in Abb. 18 dargestellte Krangerüst sei bei *C* und *D* eingespannt. Die Dimensionen seien die gleichen wie früher, ebenso die Belastungsannahme.

Behufs Umwandlung in die statisch bestimmte Form lösen wir bei *C* und *D* die Einspannungen und ersetzen sie daselbst durch Gelenke. Ferner lassen wir das Gelenk bei *D* sich über ein Rollenlager frei bewegen. Dadurch erhalten wir die gleiche Form des statisch bestimmt gedachten Kranes wie im Beispiel Nr. 1, Abb. 11.

Als unbekannte Kräfte führen wir 1. die Horizontalkraft X_1 ein, die den Gelenkpunkt *D* an der Horizontalbewegung verhindert (vgl. Abb. 12). 2. und 3. die Kräfte X_2 bezw. X_3, die wir uns als abwärts gerichtete Kräfte denken, welche an einem starren Stabe von der Länge 1

Höhere Mädchenschule zu Wiesbaden.

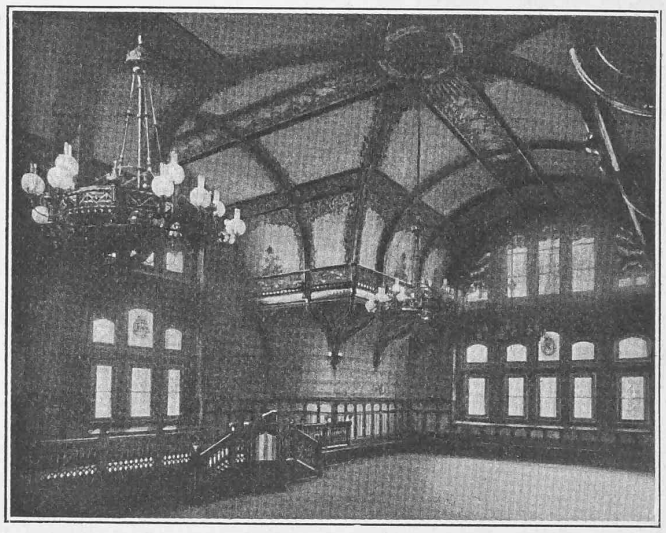


Abb. 8. Die Aula.

bei *C* bezw. *D* starr mit *AC* bezw. *BD* verbunden, wirken. (Vgl. Abb. 14, bezw. deren Spiegelbild.) Diese Kräfte ersetzen uns den Einfluss der Einspannung bei *C* bezw. *D*.

Setzt man nun diese Kräfte *X* einzeln = 1 und ermittelt den Einfluss auf den statisch bestimmt gedachten Kran Abb. 11, so erhält man

für $X_1 = 1$ die M_1-Flächen, wie sie im 1. Beispiel Abb. 12 dargestellt worden sind,

für $X_2 = 1$ die M_2-Flächen, wie sie im 2. Beispiel Abb. 14 sich dargestellt zeigen und schliesslich

für $X_3 = 1$ die M_3-Flächen als Spiegelbild der Abb. 14.

Aus den Tabellen entnehmen wir dann die Werte, die zur Auflösung der drei Unbekannten $X_1 X_2 X_3$ dienen.

Ueber dem Hauptbalken *AB* haben die Momentenflächen $M_1\ M_2\ M_3$ das entgegengesetzte Vorzeichen von M_0,

Tabelle für den Pfosten *AC*. (3. Beispiel.)

Stabteil	M_0	M_1	M_2	M_3	J	$\frac{M_0 M_1}{J}$	$\frac{M_0 M_2}{J}$	$\frac{M_0 M_3}{J}$	$\frac{M_1 M_2}{J}$	$\frac{M_1 M_3}{J}$	$\frac{M_2 M_3}{J}$	$\frac{M_1^2}{J}$	$\frac{M_2^2}{J}$	$\frac{M_3^2}{J}$	Anmerkung
0 –0,5	0	+ 25	+ 100	0	3000	0	0	0	+ 0.42	0	0	+ 0,10	+ 1,67	0	Die Produkte
0,5–1,5	0	+ 100	+ 100	0	3000	0	0	0	+ 3,33	0	0	+ 3,33	+ 3,33	0	*M · M* der
1,5–2,5	0	+ 200	+ 100	0	3000	0	0	0	+ 6,66	0	0	+ 13,33	+ 3,33	0	I. Kolonne
2,5–3,5	0	+ 300	+ 100	0	3000	0	0	0	+ 10,0	0	0	+ 30,00	+ 3,34	0	sind noch mit
3,5–4,5	0	+ 400	+ 100	0	3000	0	0	0	+ 13,33	0	0	+ 53,33	+ 3,33	0	0,5 zu multi-
4,5–5,5	0	+ 500	+ 100	0	3000	0	0	0	+ 16,66	0	0	+ 83,33	+ 3,33	0	plizieren, da
5,5–6,5	0	+ 600	+ 100	0	3000	0	0	0	+ 20,00	0	0	+ 120,00	+ 3,34	0	der Stabteil nur
Σ für den Pfosten					*AC*	0	0	0	+ 70,40	0	0	+ 303,42	+21,67	0	0,5 *s* ist.
Σ » » »					*BD*	0	0	0	0	+ 70,40	0	+ 303,42	0	+ 21,67	
Σ » » Hauptbalken					*AB*	– 879,02	– 67,61	– 67,61	+ 37,75	+ 37,75	+ 1,84	+ 490,90	+ 3,94	+ 3,94	
Totalsumme, herrührend von den Biegungsspannungen					Σ	– 879,02	– 67,61	– 67,61	+ 108,15	+ 108,15	+ 1,84	+ 1097,74	+ 25,61	+ 25,61	
Σ herrührend von den Normalspannungen für					*AB*										
					AC			– 0,06				+ 0,05			
					BD		– 0,06								
Totalsumme, herrührend von den Biegungs- und Normalspannungen						– 879,02	– 67,67	– 67,67	+ 108,15	+ 108.15	+ 1,84	+ 1097,79	+ 25,61	+ 25,61	

Tabelle für den Hauptbalken *AB*. (3. Beispiel.)

Stabteil	M_0	M_1	M_2	M_3	J	$\frac{M_0 M_1}{J}$	$\frac{M_0 M_2}{J}$	$\frac{M_0 M_3}{J}$	$\frac{M_1 M_2}{J}$	$\frac{M_1 M_3}{J}$	$\frac{M_2 M_3}{J}$	$\frac{M_1^2}{J}$	$\frac{M_2^2}{J}$	$\frac{M_3^2}{J}$	Anmerkung
0—1	+ 250	— 650	— 95	— 5	7 500	— 21,66	— 3,16	— 0,17	+ 8,23	+ 0,43	+ 0,06	+ 56,33	+ 1,20	+ 0,00	
1—2	+ 750	— 650	— 85	— 15	7 500	— 65,00	— 8,50	— 1,50	+ 7,37	+ 1,30	+ 0,17	+ 56,33	+ 0,96	+ 0,03	
2—3	+ 1250	— 650	— 75	— 25	8 750	— 92,85	— 10,71	— 3,57	+ 5,57	+ 1,85	+ 0,21	+ 48,29	+ 0,64	+ 0,07	
3—4	+ 1750	— 650	— 65	— 35	10 000	— 113,75	— 11,38	— 6,12	+ 4,22	+ 2,28	+ 0,23	+ 42,25	+ 0,42	+ 0,12	
4—5	+ 2250	— 650	— 55	— 45	10 000	— 146,25	— 12,37	— 10,13	+ 3,58	+ 2,92	+ 0,25	+ 42,25	+ 0,30	+ 0,20	
5—6	+ 2250	— 650	— 45	— 55	10 000	— 146,25	— 10,13	— 12,37	+ 2,92	+ 3,58	+ 0,25	+ 42,25	+ 0,20	+ 0,30	
6—7	+ 1750	— 650	— 35	— 65	10 000	— 113,75	— 6,12	— 11,38	+ 2,28	+ 4,22	+ 0,23	+ 42,25	+ 0,12	+ 0,42	
7—8	+ 1250	— 650	— 25	— 75	8 750	— 92,85	— 3,57	— 10,71	+ 1,85	+ 5,57	+ 0,21	+ 48,29	+ 0,07	+ 0,64	
8—9	+ 750	— 650	— 15	— 85	7 500	— 65,00	— 1,50	— 8,50	+ 1,30	+ 7,37	+ 0,17	+ 56,33	+ 0,03	+ 0,96	
9—10	+ 250	— 650	— 5	— 95	7 500	— 21,66	— 0,17	— 3,16	+ 0,43	+ 8,23	+ 0,06	+ 56,33	+ 0,00	+ 1,20	
					Σ	— 879,02	— 67,61	— 67,61	+ 37,75	+ 37,75	+ 1,84	+ 490,90	+ 3,94	+ 3,94	

da die Kraft P den Balken nach abwärts biegt, während die Kräfte X_1 X_2 X_3 den gleichen Balken nach oben biegen würden. Dagegen haben die Momentenflächen M_1 und M_2 bezw. M_1 und M_3 über den Stäben AC bezw. BD gleiches Vorzeichen, da sowohl die Kraft X_1 wie X_2 bezw. X_3 die Stäbe AC bezw. BD nach auswärts biegen würden.

Will man ferner die Normalspannungen berücksichtigen, so ergiebt sich für den Hauptbalken AB mit $S_0 = 0$, $S_1 = -1$, $S_2 = 0$ und $S_3 = 0$ nur der Zuschlag

$$\Sigma_0^l \sigma_1^2 = \frac{l}{s} \frac{S_1^2}{F} =$$

$$= \frac{2{,}50\ m}{1{,}0\ m} \frac{1{,}0\ m}{1{,}75\ cm^2} + \frac{5{,}00\ m}{1{,}00\ m} \frac{1{,}00\ t^2}{200\ cm^2} + \frac{2{,}50\ m}{1{,}00\ m} \frac{1{,}0\ t^2}{1{,}75\ cm^2} = + 0{,}05.$$

Für den Pfosten AC ergiebt sich mit

$S_0 = -5\ t$, $S_1 = 0$, $S_2 = 0$, $S_3 = +0{,}1\ t$ ein Zuschlag

für $\Sigma_0^l \sigma_0 \sigma_3 = \frac{l}{s} \frac{S_0 S_3}{F} = \frac{6{,}50\ m}{1{,}00\ m} \cdot \frac{0{,}5\ t^2}{50\ cm^2} = -0{,}06$

und für $\Sigma_0^l \sigma_3^2 = \frac{l}{s} \frac{S_3^2}{F} = \frac{6{,}50\ m}{1{,}00\ m} \cdot \frac{0{,}1^2}{50\ cm^2} = +0{,}0013$

Höhere Mädchenschule zu Wiesbaden.

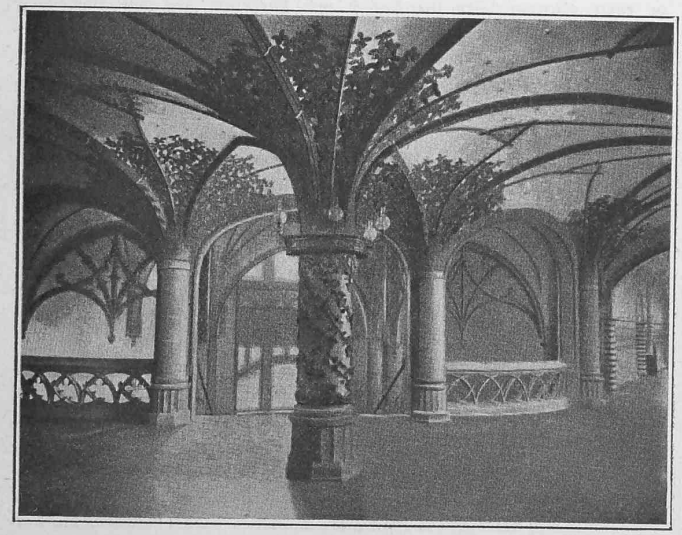


Abb. 9. Das Treppenhaus.

In analoger Weise ergiebt sich für den Pfosten BD mit

$S_0 = -5\ t$, $S_1 = 0$, $S_2 = +0{,}1$ und $S_3 = 0$

$$\Sigma_0^l \sigma_0 \sigma_2 = -0{,}06$$
$$\Sigma_0^l \sigma_2^2 = +0{,}0013.$$

Die drei Bedingungsgleichungen zur Auffindung der drei Unbekannten X_1 X_2 X_3 lauten dann:

$$-879{,}02 + X_1\, 1097{,}79 + X_2\, 108{,}15 + X_3\, 108{,}15 = 0 \quad (1)$$
$$-67{,}67 + X_1\, 108{,}15 + X_2\, 25{,}61 + X_3\, 1{,}84 = 0 \quad (2)$$
$$-67{,}67 + X_1\, 108{,}15 + X_2\, 1{,}84 + X_3\, 25{,}61 = 0 \quad (3)$$

Die Gleichungen 2 und 3 lassen erkennen, was auch mit Rücksicht auf die Symmetrie des Krans und der Belastung vermutet werden konnte, dass $X_2 = X_3$ ist.

Die Auflösung dieser Gleichungen ergiebt für

$$X_1 = +1{,}41\ t$$
$$X_2 = X_3 = -3{,}06\ t.$$

Die Einspannungsmomente bei C resp. D berechnen sich, da M_0 und $M_1 = 0$ sind, wie folgt:

$$M_C = M_2 X_2 = (-100) \cdot (-3{,}06) = +306\ cm/t$$
$$M_D = M_3 X_3 = (-100) \cdot (-3{,}06) = +306\ cm/t$$

und diejenigen bei A resp. B

$$M_A = M_1 X_1 + M_2 X_2 = (-650) \cdot (+1{,}41) + 306 = -610\ cm/t$$
$$M_B = M_1 X_1 + M_3 X_3 = (-650) \cdot (+1{,}41) + 306 = -610\ cm/t$$

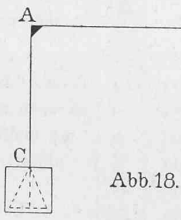


Abb. 18.

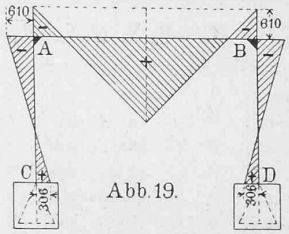


Abb. 19.

Die Abb. 19 veranschaulicht die wirkliche Momentenfläche über den Stäben.

In sehr einfacher Weise lässt sich jetzt noch an Hand des vorhandenen Zahlenmaterials die Frage beantworten: „Wie gross wird die Durchbiegung unter der Last P sein?"

Zu diesem Zwecke benutzen wir wieder die Arbeitsgleichung $Pd = \Sigma \sigma \Delta s$ und ersetzen durch $\Delta s = \frac{s \sigma}{E}$, womit die Gleichung übergeht in

$$Pd = \frac{s}{E} \Sigma \sigma^2.$$

Ersetzt man noch bei den auf Biegung beanspruchten Stabteilen (s) $\Sigma \sigma^2$ durch $\Sigma \frac{M^2}{J}$, so erhält man die Durchbiegung

$$d = \frac{s}{PE} \Sigma \frac{M^2}{J}.$$

Diese $\Sigma \frac{M^2}{J}$ erhält man aber sehr leicht, wenn man in den früheren Tabellen, die für $X_1 = 1$, $X_2 = 1$, $X_3 = 1$ Geltung hatten, die gefundenen Werte $X_1 = +1{,}41$ und $X_2 = X_3 = -3{,}06\ t$ einführt. Man erhält dann

$$M = M_0 + M_1 X_1 + M_2 X_2 + M_3 X_3.$$

Hierauf werden $\frac{M^2}{J}$ der Stabteile gebildet und summiert (vgl. Tabelle auf Seite 266).

Als *Biegungsspannungen* erhält man somit

$$\Sigma \sigma^2 = \Sigma \frac{M^2}{J} = 932 + 198 + 198 = 1328.$$

Der Zuschlag von den *Normalspannungen* berechnet sich für den Hauptbalken AB

$$\Sigma_0^l \sigma^2 = \frac{l}{s} \frac{S^2}{F} = \frac{2{,}5}{1{,}0} \cdot \frac{1{,}41^2}{175} + \frac{5{,}0}{1{,}0} \cdot \frac{1{,}41^2}{200} + \frac{2{,}5}{1{,}0} \cdot \frac{1{,}41^2}{1{,}75} = 0{,}11$$

und für den Pfosten $AC = BC$ berechnet sich dieser Zuschlag, da $S_0 = -5\ t$, $S_1 = 0$, $S_2 = +0{,}306\ t$, $S_3 = 0$, somit $S = -5{,}0 + 0{,}306 = -4{,}694\ t$.

$$\Sigma \sigma^2 = \frac{l}{s} \cdot \frac{S^2}{F} = \frac{6,5}{1,0} \cdot \frac{4,694^2}{50} = 2,87$$

daher $\Sigma \sigma^2 = 1328 + 0,11 + 2,87 + 2,87 = 1334$ und somit die Durchbiegung d unter der Last $P = 10\ t$.

$$d = \frac{s}{PE} \Sigma \sigma^2 = \frac{100}{10 \cdot 2000} \cdot 1334 = 6,67\ cm,$$

wobei der Elastizitätsmodul $E = 2000\ t$ pro cm^2 angenommen wurde.

Tabelle zur Berechnung der Durchbiegung.

a) Hauptbalken AB.

Stabteil	M_0	$M_1 X_1$	$M_2 X_2$	$M_3 X_3$	M	J	$\frac{M^2}{J}$	Anmerkung
0— 1	+ 250	— 916	+ 291	+ 15	— 360	7 500	17	
1— 2	+ 750	— 916	+ 260	+ 46	+ 140	7 500	3	
2— 3	+ 1250	— 916	+ 230	+ 77	+ 640	8 750	47	
3— 4	+ 1750	— 916	+ 200	+ 107	+ 1140	10 000	130	
4— 5	+ 2250	— 916	+ 168	+ 138	+ 1640	10 000	269	
5— 6	+ 2250	— 916	+ 138	+ 168	+ 1640	10 000	269	
6— 7	+ 1750	— 916	+ 107	+ 200	+ 1140	10 000	130	
7— 8	+ 1250	— 916	+ 77	+ 230	+ 640	8 750	47	
8— 9	+ 750	— 916	+ 46	+ 260	+ 140	7 500	3	
9—10	+ 250	— 916	+ 15	+ 291	— 360	7 500	17	
						Σ	932	

b) Pfosten AC = BD.

Stabteil	M_0	$M_1 X_1$	$M_2 X_2$	$M_3 X_3$	M	J	$\frac{M^2}{J}$	Anmerkung
0 –0,5	0	— 35	+ 306	0	+ 271	3000	12	Dieses Glied ist noch mit 0,5 multipliziert.
0,5–1,5	0	— 141	+ 306	0	+ 165	3000	9	
1,5–2,5	0	— 282	+ 306	0	+ 24	3000	0	
2,5–3,5	0	— 423	+ 306	0	— 117	3000	5	
3.5–4,5	0	— 564	+ 306	0	— 258	3000	22	
4,5–5,5	0	— 705	+ 306	0	— 399	3000	53	
5,5–6,5	0	— 846	+ 306	0	— 540	3000	97	
						Σ	198	

Schlussbemerkung.

Die behandelte Methode eignet sich speziell für die in der Praxis stehenden Ingenieure, die den genaueren Weg der vollständigen Integration nicht immer einschlagen können. Sie verlangt weiter nichts als ein Vertrautsein mit den Regeln für die Behandlung statisch bestimmter Systeme und die Kenntnis der Auflösung von linearen Gleichungen mit so viel Unbekannten als das System statisch unbestimmte Grössen enthält.

Die auf diesem Wege erhaltenen Resultate weichen von den genaueren, sobald die Stabteile nicht zu gross gewählt werden, nur sehr wenig ab, was für die Bedürfnisse der Praxis mehr als hinreichend ist.

Es ist somit ein einfacher Weg (für das Zahlenmaterial genügt meist der Rechenschieber), um in noch so verworrene Fragen statisch unbestimmter Formen klaren Einblick zu gewinnen.

Allerdings werden diejenigen die in der Integralrechnung sattelfest sind, den Weg umständlich finden.

Berücksichtigt man aber, dass diese Methode namentlich bei veränderlichem Trägheitsmoment sich sehr einfach anpasst und dass man in der Mehrzahl der Fälle nicht *fertige* Formeln verwerten kann, sondern diese erst ableiten muss, so ist der durch die Integration gewonnene Vorsprung kaum wesentlich.

Die behandelte Methode leistete mir als Kontrolle der abgeleiteten Formeln schon mehrfach gute Dienste, wobei der Zeitaufwand bei beiden Methoden nahezu gleich blieb.

St. Gallen, im Februar 1902.

Miscellanea.

Albula-Tunnel. Am 9. Juni d. J. wurde die Feier des *Durchschlags des Richtstollens* begangen. Es war ein Fest, das die Direktion vor allem den Arbeitern bereitet hatte und zu dem sie ausser den Vertretern der Regierung, dem Verwaltungsrate der Rhätischen Bahn und den am Tunnelbau direkt beteiligten Ingenieuren der Bauleitung nur noch wenige Gäste zugezogen hatte. Es sollte nur eine kleine Vorfeier sein zu der für nächsten Sommer bevorstehenden Eröffnung der Linie Thusis-Samaden. Heute herrscht auf der ganzen Linie angestrengte Thätigkeit und die noch zu bewältigende Arbeit lässt keinen Raum für Festlichkeiten von grösserem Umfange. So erklärt es sich, dass die Bauleitung nur durch den leitenden Oberingenieur, F. Hennings, den Sektionsingenieur des Tunnelbaues, R. Weber, und die Bauführer der beiden Tunnelseiten vertreten war. Wir hoffen, deren nicht minder verdiente Kollegen, die an den schwierigen Zufahrtslinien zum Tunnel und an der Ilanzer Linie wirken und die auf ihren Arbeitsplätzen festgehalten waren, bei einem künftigen Anlasse begrüssen zu können. Die zum Fest geladenen Gäste hatten zum grossen Teil die bereits geleistete Arbeit auf dem Wege von der Station Thusis bis nach Preda in Augenschein nehmen können und die Anerkennung, die rückhaltlos dem sie führenden Oberingenieur dargebracht wurde, galt allen, die das Glück haben, an diesem grossartigen Werke mit Hand anlegen zu dürfen.

Um 10 Uhr vormittags trafen die Gäste unter der Führung von Direktor A. Schucan und Oberingenieur G. Gilli zu Wagen und zu Fuss in dem festlich geschmückten Preda, am Nordeingang des Albulatunnels ein, mit Musik und wallenden Bannern von der Arbeiterschaft empfangen. Das um das Hotel Preda-Kulm und das einfache Bahnhofgebäude zum grossen Teil aus provisorischen Holzhäuschen erstandene Arbeiterdörfchen war von seinen Bewohnern mit reichem Farbenschmuck versehen und die nachbarlichen Wälder waren zu einer gehörigen Tributleistung an grünen Tannenreisern und Bäumchen herangezogen worden. Die Arbeitsplätze, Maschinenhaus und Werkstätten prangten im Festschmucke und die Maschinen, die rastlos mitgeholfen hatten das Ziel zu erreichen, durften heute vor den Gästen paradieren und in ihrem anspruchlosen Gewande Proben ihrer Kraft und Leistungsfähigkeit ablegen. Mitten im Dorfe standen im Freien die Tafeln zu dem Bankette gedeckt, das die Direktion den Arbeitern bot.

Nach kurzer Rast, die von einem Vertreter der Arbeiterschaft zu einer schwungvollen Begrüssung der Direktion und der Bauleitung benutzt wurde, für welche Oberst von Sprecher, der Präsident des Verwaltungsrates, dankte, bestiegen die Eingeladenen die bereit stehenden Wagen und unter den Klängen des «Rufst du, mein Vaterland» fuhr der Zug von der blumengeschmückten kleinen Arbeitslokomotive gezogen in den Tunnel ein. Bei Km. 1,800 wurde der Zug in drei Teile zerlegt, die von Pferden bis zu Km. 3,031 befördert wurden. Hier, an der Stelle, wo am 29. Mai der Durchschlag erfolgt war, entstiegen die in Tunnelgewänder gekleideten Fahrgäste den Wagen und scharten sich mit ihren Grubenlampen um Oberingenieur Hennings, der ihnen «1823 *m* über Meer und 1000 *m* unter der Erdoberfläche», ein herzliches «Glückauf» entbot und sie einlud, die dargebotenen Gläser auf das Wohl der braven Arbeiter zu leeren, deren fleissige Hände das Werk zu Ende geführt haben. Die viertelstündige Fuss-Wanderung, die in dem von Wasser triefenden, niedrigen Stollen zurückzulegen war, bis die vorausgesandten Wagen erreicht wurden, gab den in solchen Dingen Unerfahrenen einen ungefähren Begriff, von den Mühsalen, die mit solcher Arbeit verbunden sein mögen und der Willenskraft, deren es bedurfte, um namentlich bei den wiederholt eingetretenen erschwerenden Verhältnissen dabei auszuhalten. Wieder übernahmen zunächst die Pferde und — sobald das ausgeweitete Profil es erlaubte — die Lokomotive die Beförderung des Zuges und brachten denselben nach $1^1/_2$-stündigem Aufenthalt im Tunnel an das südliche Tunnelportal. Strahlend begrüsste ihn die Sonne in dem noch rings im Winterkleide glänzenden Engadin. Der gleiche Empfang durch die Arbeiterschaft wiederholte sich auch hier in dem festlich geschmückten unter uralten Lärchenstämmen gelagerten Arbeiterdörfchen «Spinas». Den Arbeitern hatten sich hier aber die Vertreter der Thalschaft aus Bevers und Samaden angeschlossen, als deren Sprecher der Pfarrer von Bevers in kernigen Worten auf die Bedeutung des Ereignisses hinwies und in deren Namen den ersten durch den Berg gedrungenen Gästen von schöner Hand der Willkommtrunk gereicht wurde. Von Spinas gings das Thal des Beverins hinab nach Bevers und den Bahnbauten entlang auf der Strasse nach Samaden, das ebenfalls Festschmuck angelegt und zum Empfange seine Schuljugend aufgeboten hatte.

Beim Bankett im Hotel Bernina war von der Geschichte der Albulabahn und des bündnerischen Verkehrswesens überhaupt, sowie von den