**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

**Band:** 39/40 (1902)

**Heft:** 19

**Artikel:** Neue Methoden der Festigkeitslehre

Autor: Rappaport, S.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-23363

## Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 18.09.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

13 Gas- oder Petrolmotoren und 5 werden durch Dampfkraft betrieben.

Die privaten Uebertragungen sind mit Ausnahme zweier Fälle (einer Dampfkraft- und einer Gasmotoranlage) solche, die Wasserkräfte benutzen.

Als Werke mit Dampfbetrieb sind nur diejenigen aufgeführt, die regelmässig nur mit Dampf arbeiten, sowie ein Werk, das zwar gleichzeitig auch Wasserkraft benutzt der Leistung nach jedoch überwiegend mit Dampf arbeitet, das Elektricitätswerk der Stadt Zürich.

Daneben finden sich bei 20 mit Wasserkraft betriebenen Primärwerken kalorische Reserveanlagen, zu vorübergehendem Gebrauch bei geringen Wasserständen und drgl., und zwar sind von diesen 14 Werke mit Dampfmaschinen und 6 Werke mit Gas-, Petrol- oder Benzinmotoren ausgestattet. Die grosse Unbeständigkeit der bisher für elektrische Anlagen ausgenützten Wasserkräfte kommt also darin zum Ausdruck, dass sich bereits 100/o derselben mit kalorischen Reserven (und zwar z. T. sehr grossen) versehen haben, während eines der Werke, das die Dampfkraft ursprünglich als Reserve verwendete, bereits zu überwiegender Anwendung von Dampf gegenüber der Wasserkraft übergegangen ist. Sehen wir uns diese Fälle etwas näher an, so finden wir, dass es sich fast überall um Fälle handelt, bei denen sich das Wasserkraft-Minimum als ungünstiger erwies als anfänglich angenommen war, und bei denen sowohl die technischen als namentlich auch die rechtlichen Verhältnisse eine Abhülfe durch Wasseraccumulation teurer erscheinen liessen als eine solche durch Aufstellung von verhältnismässig grossen, aber nur während kurzer Zeit ausgenützten kalorischen Reserveanlagen. Solche finden sich fast ausnahmslos bei Werken mittelgrosser Leistung von einigen hundert bis höchstens 1500 kw, eine Erscheinung, die gleichzeitig beweist, dass die Werke dieser Grösse im allgemeinen zu einer ziemlich vollständigen Ausnützung ihrer Leistungsfähigkeit gelangt sind. Letzteres zeigt auch der Umstand, dass neun dieser mittelgrossen Werke neben der eigenen, primären Kraft von andern Werken in z. T. bedeutendem Umfange elektrische Energie zur Verteilung gemietet haben. Unter den mittlern Werken finden wir denn auch im allgemeinen diejenigen, die zufolge ihrer vollen Ausnützung ein finanziell günstiges Ergebnis aufweisen, während es den grössern z. T. an Absatz fehlt.

Von den 61 sekundären Werken bilden ungefähr die Hälfte Anlagen für elektrische Bahnen, die keine eigene Kraftstation besitzen sondern genötigt sind den Strom von andern Werken zu beziehen; die andere Hälfte betrifft dagegen den eigentlichen Wiederverkauf elektrischer Energie. Derselbe ist demnach heute bereits ziemlich häufig geworden; wir kommen darauf später zurück. (Forts. folgt.)

# Neuere Methoden der Festigkeitslehre.

Von Ingenieur S. Rappaport in St. Gallen.

In meiner Abhandlung über Betoneisenkonstruktionen (Bd. XXXVIII, Nr. 18 der Schweiz. Bauzeitung) hatte ich ein Rechnungsverfahren eingeschlagen; das noch wenig bekannt ist. Von mehreren meiner Kollegen wurde ich diesbezüglich um Aufklärungen ersucht. Ich glaube daher auch einem weitern Kreise einen Dienst zu erweisen, wenn ich über jene Rechnungsmethode hier einiges mitteile.

Am einfachsten lässt sich dieselbe an Hand eines bestimmten Beispiels erläutern.

Es sei z. B. ein in Abb. 1 dargestellter Kran zu berechnen. Der Hauptbalken AB trage in der Mitte eine Last P. Bei A und B besitze der Kran starre Eckverbindungen und ferner seien die Pfosten AC und BD bei C bezw. D vollständig eingespannt.

Zu diesem Zwecke machen wir vorerst den Kran statisch bestimmt (Abb. 2), indem wir z. B. bei A, B und D Gelenke einschalten; oder um noch einen anderen Weg einzuschlagen schalten wir bei C ein Gelenk ein und bei D dagegen ein Gelenk und ein Rollenauflager (Abb. 3). In

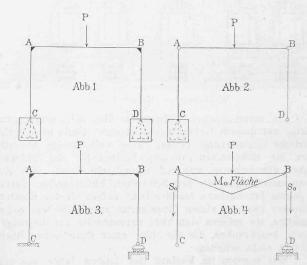
beiden Fällen wird damit der Kran statisch bestimmt. Die Spannungen würden sich alsdann nach den Regeln der Gleichgewichtsbedingungen finden lassen.

Für diesen Zustand (Abb. 3) ermitteln wir die Momentflächen und Normalkräfte der einzelnen Stäbe. Die Momentenfläche über AB ist ein Dreieck von der Höhe  $P^{\frac{J}{4}}$  (Abb. 4). Diese Fläche nennen wir die  $M_o$ fläche, die Stäbe AC und BD haben nur Druckkräfte aufzunehmen und zwar je  $\frac{P}{2}$ ; wir nennen diese Normalkräfte  $S_o$ .

Bei dieser Belastungsart hat der Balken AB das Bestreben sich durchzubiegen, wobei die Pfosten AC und BD sich schief stellen ( $\bot$  zur Richtung der Tangente der elastischen Linie in A und B). Der Punkt C bleibt am Platze, während der Punkt D sich aus seiner ursprünglichen Lage in horizontaler Richtung fortbewegt hat. (Vgl. Abb. 5.) An der Einnahme dieser Stellung wird der Kran bei C durch ein Einspannungsmoment gehindert, das wir uns als eine Kraft  $X_1$ , die an einem Hebel von der Länge 1 wirkt und die entgegengezetzt der Uhrzeigerrichtung dreht, vorstellen können (Abb. 6).

Wäre diese Kraft  $X_1=1$ , so ist das Drehmoment bezogen auf den Gelenkpunkt  $C=1\times 1=1$ . Es wirkt infolgedessen im Stab BD eine abwärts gerichtete Kraft, die wir  $S_1$  nennen  $=\frac{1}{b}$  (wobei b die Breite des Krans bedeutet), die jenem Drehmoment das Gleichgewicht hält.

Die Momentfläche über AC ist ein Rechteck von konstanter Höhe = 1. Die Momentfläche über AB ist ein Dreieck, bei A von der Höhe = 1 und bei B = 0. Diese Momentenflächen über AC und AB bezeichnen wir mit  $M_1$ .



Es hindert ferner den statisch bestimmt gedachten Kran Abb. 3 an der Einnahme der Stellung Abb. 5 bei D ein Einspannungsmoment, das wir uns in analoger Weise als eine Kraft  $X_2$  vorstellen können, die an einem bei D starr verbundenen Hebel von der Länge 1 wirkt. Die Drehung dieser Kraft  $X_2$  folgt der Richtung des Uhrzeigers (Abb. 7).

Wäre diese Kraft  $X_2=1$ , so ergiebt sich in analoger Weise das Drehmoment bezogen auf den Punkt  $D=1 \times 1=1$ . Es muss daher im Stabe AC eine abwärts gerichtete Kraft  $S_2=\frac{1}{\delta}$  angebracht werden, die dem Drehmoment das Gleichgewicht hält. Die Momentenfläche über BD wird ein Rechteck von der Höhe =1, die Momentenfläche über AB ein Dreieck bei B von der Höhe =1 und bei A=0. Diese Momentenflächen bezeichnen wir mit  $M_2$ .

Ferner hindert den Kran an der Einnahme der Stellung Abb. 5 bei D noch eine Horizontalkraft  $X_3$ , die bewirkt, dass der Punkt D sich nicht verschieben kann.

Wäre diese Kraft  $X_3=1$ , so erzeugte sie im statisch bestimmt gedachten Kran (Abb. 3) bei C eine Gegenkraft

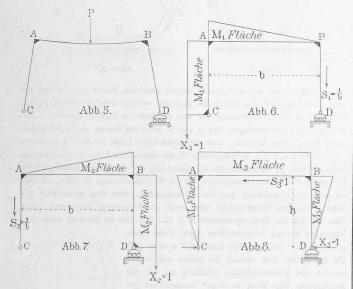
= 1 (Abb. 8). Die Momentenflächen dieses Belastungsfalls sind dann über den Stäben AC und BD Dreiecke, bei A und B von der Höhe  $(1 \times b) = b$ , wobei b die Höhe des Krans bedeutet, und über AB ein Rechteck von der Höhe  $(1 \times b) = b$ . Diese Momentenflächen bezeichnen wir mit  $M_3$ .

Im Stabe AB wirkt überdies dann eine Horizontalkraft

Die Aufgabe wäre nun gelöst, wenn wir die wirklichen Grössen der Kräfte X1 X2 X3 ermitteln könnten, denn es setzen sich dann die spezifischen Spannungen  $\sigma$  an irgend einer Stelle aus den Einzelwirkungen der unbekannten Kräfte X zusammen:

 $\sigma = \sigma_0 + X_1 \sigma_1 + X_2 \sigma_2 + X_3 \sigma_3.$ 

Hierbei bedeutet σ<sub>0</sub> diejenige Spannung an irgend einer Stelle des Stabes, die entsteht, wenn das System statisch bestimmt geworden ist (Abb. 3), somit sämtliche Kräfte X = o sind.



Analog bedeutet  $\sigma_1$  diejenige Spannung, die entsteht, wenn nur die Kraft  $X_1 = 1$  auf das statisch bestimmt gewordene System Abb.  $\hat{\mathbf{3}}$  wirkt. Desgleichen  $\sigma_2$ , wenn nur die Kraft  $X_2=1$  wirkt und schliesslich  $\sigma_3$ , wenn nur die Kraft  $X_3=1$  wirkt und alle anderen Kräfte P und  $X_1,\,X_2=0$  sind.

Behufs Auffindung der unbekannten Kräfte  $X_1$   $X_2$   $X_3$ verwenden wir die Arbeitsgleichung, sie lautet:

Die virtuelle Arbeit der äusseren Kräfte ist gleich der Formänderungsarbeit der innern Kräfte.

Unter virtueller Arbeit der äusseren Kräfte verstehen wir die Produkte aus Kraft X Weg, somit die äusseren Kräfte  $P, X_1, X_2, X_3$  multipliziert mit den von ihnen zurückgelegten Strecken  $d, d_{x_1}, d_x, d_{x_3}$ . — Hierbei wäre d die vertikale Durchbiegung unter der Kraft  $P; d_{x_1}$  bedeutet den Weg der Kraft  $X_1$ . Dies wäre nur der Fall, wenn das Einspannungsmauerwerk bei C eine kleine, belobachtete Drehung vollbringen würde; dann ist der Wert  $d_{x1}$  auf die Längeneinheit des Drehradius (1) bezogen in die Rechnung einzuführen. Ist dagegen das Einspannungsmauerwerk unbeweglich geblieben, so ist  $dx_1 = 0$ .

Analog verhält es sich mit  $d_{x2}$ ; ferner wäre  $d_{x3}$ die beobachtete Bewegung des Punktes D im horizontalen Sinne in der Richtung der Kraft  $X_{\mathbf{3}}$ . In der Regel ist aber bei unverschieblichen Fundationskörpern  $d_{x3}=$  o zu setzen.

Unter der Formänderungsarbeit der inneren Kräfte verstehen wir die Arbeit jedes Volumenelementes des Stabes.

In jedem Volumenelemente des Stabes von der Länge s und vom Querschnitt  $\Delta F$  herrscht eine Spannung  $\sigma$  und dieses Element verlängert oder verkürzt sich hierbei um die Länge As. Die Arbeit dieses Volumenelements ist

Die Arbeitsgleichung lautet dann:

 $Pd+X_1\;d_{x_1}+X_2\;d_{x_2}+X_3\;d_{x_3}=\Sigma\,\sigma\,\varDelta\,s\quad.\quad \ (1)$  Da obige Gleichung (1) allgemeine Form besitzt, so

gilt sie auch für den Fall, wo  $X_1 X_2$  und  $X_3 = o$  sind; sie geht dann über in

 $Pd=\Sigma\,\sigma_0\,arDelta\,s$  . . . . . (2) [Es geht hierbei nur  $\sigma$  in  $\sigma_0$  über. Unter  $\sigma_0$  hatten wir, wie früher erläutert, diejenigen Spannungen zu verstehen, die entstehen, wenn der Kran statisch bestimmt geworden ist (Abb. 3) und die Unbekannten  $X_1$   $X_2$   $X_3$  sämtlich = o sind.]

Hierbei sind aber die Grössen d und As in Gleichung (2) genau die nämlichen der Gleichung (1), die wir erhielten, als noch X1 X2 X3 nicht o waren, sondern bestimmte, irgendwie ermittelte Grössen.

Mit der Aenderung der Kräfte P und X ändert die Gleichung (1) nur die  $\sigma$ , während die d und  $\Delta s$ , die aus irgend einem früheren Belastungsfalle bekannt sind, in der Gleichung verbleiben. Hierin liegt ein Hauptvorteil der Methode.

Machen wir ferner in der Gleichung (1) nur die Kraft  $X_{\rm 1}=$  1, während  $P,\,X_{\rm 2}$  und  $X_{\rm 3}=$  0 sind, so erhalten wir (Belastungsfall Abb. 6)

wenn auf den statisch bestimmt gedachten Kran (Abb. 3) nur die äussere Kraft  $X_1 = 1$  wirkt.

Analog erhalten wir mit  $X_2 = 1$  und P,  $X_1$  und  $X_3 = 0$ aus Gleichung (1)

Länge s und vom Querschnitte AF, dessen innere Spannung  $\sigma$  ist, so verhält sich

$$\Delta s : s = \sigma : E$$

$$\Delta s = \frac{s\sigma}{E}$$
und mit  $\frac{s}{E} = \varrho$ 

Ersetzt man hierbei  $\sigma$  durch  $\sigma = \sigma_0 + X_1 \, \sigma_1 + X_2 \, \sigma_2 + X_3 \, \sigma_3$ 

 $\varDelta s = \varrho \, (\sigma_0 + X_1 \, \sigma_1 + X_2 \, \sigma_2 + X_3 \, \sigma_3).$  Führt man den Wert für  $\varDelta s$  in die Gleichungen 3, 4 und 5 ein, so erhält man:

 $\begin{array}{l} \begin{array}{l} \text{4 and } \mathcal{S} \text{ $\sigma_0$ } \text{ $\sigma_1$ } \text{ $\sigma_2$ } \text{ $\sigma_2$ } \text{ $\sigma_1$ } + \varrho \, X_3 \, \Sigma \, \sigma_3 \, \sigma_1 \, \ (6) \\ d_{x_2} = \varrho \, \Sigma \, \sigma_0 \, \sigma_2 + \varrho \, X_1 \, \Sigma \, \sigma_1 \, \sigma_2 + \varrho \, X_2 \, \Sigma \, \sigma_2^2 + \varrho \, X_3 \, \Sigma \, \sigma_3 \, \sigma_2 \, \ (7) \\ d_{x_3} = \varrho \, \Sigma \, \sigma_0 \, \sigma_3 + \varrho \, X_1 \, \Sigma \, \sigma_1 \, \sigma_3 + \varrho \, X_2 \, \Sigma \, \sigma_2 \, \sigma_3 + \varrho \, X_3 \, \Sigma \, \sigma_3^2 \, \ \ (8) \end{array}$ 

[Da wir  $\varrho$  vor das  $\Sigma$ -Zeichen vorgenommen haben, so setzt das voraus, dass wir den Kran in lauter Volumenelemente von der gleichen Länge s und vom gleichen Querschnitt  $\Delta F$  zerteilt, für jedes dieser Elemente  $\sigma_0$ ,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$ bestimmt und die Produkte nach den Gleichungen 6, 7, 8 gebildet und summiert haben.]

Die Gleichungen 6, 7, 8 würden uns die fraglichen drei Unbekannten  $X_1$   $X_2$   $X_3$  liefern, wenn wir auf einem einfachen Wege zu diesen Summenausdrücken gelangen

Um nun diese Summenausdrücke zu finden, betrachten wir ein Balkenstück, sei es des Hauptbalkens AB oder der Pfosten AC und BD von der Länge s und vom Querschnitte F, innerhalb dessen die Biegungsmomente und die Normalspannungen als konstant angesehen werden dürfen.



Besitzt z. B. das herausgeschnittene Balkenstück s (Abb. 9) ein mittleres Moment  $M_0$ , das entsteht wenn der Kran statisch bestimmt gemacht worden ist (Abb. 3) und die äussere Kraft P in der Mitte des Balkens wirkt, so ergiebt sich für ein Prisma von der Länge s und vom Querschnitt  $\Delta F (= 1 \text{ cm}^2)$  im Abstande y von der neutralen Achse die Spannung

$$\sigma_0 = \frac{M_0 y}{J},$$

wobei J das Trägheitsmoment des Querschnittes bedeutet. Würde ferner auf den Kran Abb. 3 nur die äussere Kraft  $X_1=1$  wirken und erzeugt diese im gleichen Balkenstück das mittlere Moment  $M_1$ , so wird die Spannung  $\sigma_1$ des gleichen Prismas

$$\sigma_1 = \frac{M_1 y}{I}$$
.

Somit ist

$$\sigma_0 \,\, \sigma_1 = \frac{M_0 \,\, M_1 \,\, y^2}{J^2} \cdot$$

Werden jetzt diese Produkte über den ganzen Querschnitt des Balkenstücks summiert, so ergiebt sich

$$\Sigma \sigma_0 \sigma_1 = \frac{M_0 M_1}{J^2} \Sigma y^2 \Delta F$$

 $\Sigma \, {\rm G_0} \, {\rm G_1} = \frac{M_0 \, M_1}{J^2} \, \Sigma \, y^2 \, \varDelta \, F,$  da  $M_0 \, M_1$  und J auf der Länge s konstant bleiben.

Nun ist aber  $\sum y^2 \Delta F = \text{dem}$  Trägheitsmomente J, somit ist  $\Sigma \, {\it G}_0 \, {\it G}_1 = \frac{M_0 \, M_1}{J}$  (ausgedehnt über das Balkenstück

Hat das Balkenstück nebst Biegungsmomenten noch Normalkräfte aufzunehmen, so z. B. die Stäbe AC und BDje  $\frac{P}{2}=S_0$  u. s. w., so berechnet sich für das gleiche Prisma von der Länge s

$$egin{align} \sigma_0 &= rac{\mathcal{S}_0}{F} \ & \sigma_1 &= rac{\mathcal{S}_1}{F} \ & \sigma_0 & \sigma_1 &= rac{\mathcal{S}_0 \, \mathcal{S}_1}{F^2} \ & \sigma_0 & \sigma_1 &= rac{\mathcal{S}_0 \, \mathcal{S}_1}{F^2} \ & \sigma_0 & \sigma_1 &= rac{\mathcal{S}_0 \, \mathcal{S}_1}{F^2} \ & \sigma_0 & \sigma_1 &= rac{\mathcal{S}_0 \, \mathcal{S}_1}{F^2} \ & \sigma_0 & \sigma_1 &= rac{\mathcal{S}_0 \, \mathcal{S}_1}{F^2} \ & \sigma_0 & \sigma_1 &= rac{\mathcal{S}_0 \, \mathcal{S}_1}{F^2} \ & \sigma_0 & \sigma_1 &= rac{\mathcal{S}_0 \, \mathcal{S}_1}{F^2} \ & \sigma_0 & \sigma_1 &= rac{\mathcal{S}_0 \, \mathcal{S}_1}{F^2} \ & \sigma_0 & \sigma_1 &= rac{\mathcal{S}_0 \, \mathcal{S}_1}{F^2} \ & \sigma_0 & \sigma_1 &= rac{\mathcal{S}_0 \, \mathcal{S}_1}{F^2} \ & \sigma_0 & \sigma_1 &= rac{\mathcal{S}_0 \, \mathcal{S}_1}{F^2} \ & \sigma_0 & \sigma_1 &= rac{\mathcal{S}_0 \, \mathcal{S}_1}{F^2} \ & \sigma_0 & \sigma_1 &= rac{\mathcal{S}_0 \, \mathcal{S}_1}{F^2} \ & \sigma_0 & \sigma_1 &= rac{\mathcal{S}_0 \, \mathcal{S}_1}{F^2} \ & \sigma_0 & \sigma_1 &= rac{\mathcal{S}_0 \, \mathcal{S}_1}{F^2} \ & \sigma_0 & \sigma_1 &= rac{\mathcal{S}_0 \, \mathcal{S}_1}{F^2} \ & \sigma_0 & \sigma_1 &= rac{\mathcal{S}_0 \, \mathcal{S}_1}{F^2} \ & \sigma_0 & \sigma_1 &= rac{\mathcal{S}_0 \, \mathcal{S}_1}{F^2} \ & \sigma_0 & \sigma_1 &= rac{\mathcal{S}_0 \, \mathcal{S}_1}{F^2} \ & \sigma_0 & \sigma_1 &= rac{\mathcal{S}_0 \, \mathcal{S}_1}{F^2} \ & \sigma_0 & \sigma_1 &= rac{\mathcal{S}_0 \, \mathcal{S}_1}{F^2} \ & \sigma_0 &= \frac{\mathcal{S}_0 \, \mathcal{S}_1}{F^2} \ & \sigma_0$$

Summiert man dies über den Querschnitt des Balkenstücks von der Fläche F, so erhält man

$$\Sigma$$
  $\sigma_0$   $\sigma_1 = rac{S_0}{F} rac{S_1}{F}$ .

Besitzt der Stab die Länge l, so wird  $\Sigma_0^{\it i}\,\sigma_0\,\sigma_1=rac{\it i}{s}\,rac{\it S_0\,S_1}{\it F}$ 

$$\Sigma_0^{\scriptscriptstyle 7}\,\sigma_0\,\sigma_1=rac{\it l}{\it s}\,rac{\it S_0\,S_1}{\it F}$$

und man kann dies Summenglied der Normalspannungen zu den aus den Biegungsspannungen resultierenden Summen hinzuzählen.

Haben dagegen die einzelnen Stäbe einer Konstruktion ausschliesslich nur Normalspannungen aufzunehmen (Fachwerk), so gehen die Gleichungen 6, 7, 8 über in:

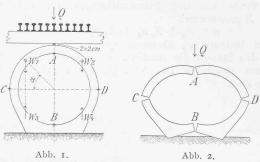
In dieser Form werden die Gleichungen zur Berechnung statisch unbestimmter fachwerkförmiger Gebilde benutzt und dürften Lesern der Fachlitteratur nicht unbekannt sein.

(Forts. folgt.)

#### Miscellanea.

Cementrohre mit verstärkter Wandung. Bei Untersuchungen, die er im Verlauf der letzten zehn Jahre wiederholt anzustellen Gelegenheit hatte, hat Prof. Max Möller in Braunschweig Erfahrungen über die Bruchfestigkeit gewöhnlicher Cementröhren gesammelt. Er teilt in der Deutschen Bauzeitung einiges darüber mit, um daran anknüpfend über Versuche mit durch Eiseneinlagen verstärkte Rohre zu berichten.

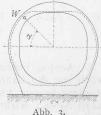
Bei Belastung eines gewöhnlichen Cementrohres durch eine im Scheitel aufgebrachte senkrechte Last Q entstehen an den Stellen W (Abb. 1) Momenten-Nullpunkte; es sind das Wendepunkte der elastischen Linie. Die in den Punkten W auftretende Vertikalkraft entspricht der Hälfte der Gesamtlast Q. Das Scheitelstück WI W2 wirkt als Balken; die Seitenstücke W1 W3 und W2 W4 bilden excentrisch beanspruchte Stützen. Die gezogene Faser liegt bei A und B an der innern, bei C und D an der äussern Laibung des Rohres. Dementsprechend erfolgen auch an diesen Stellen schliesslich die Rissebildungen und der Bruch (Abb. 2), wie sich das bei allen Versuchen gezeigt hat.



Als es sich vor drei Jahren darum handelte, Rohre herzustellen, die unter Gütergeleisen des Bahnhofes Harburg verlegt werden sollten, schlug Prof. Möller eine Verstärkung der vier gefährdeten Stellen vor durch Anwendung von Eiseneinlagen, bei A und B nahe der innern und bei C und D nahe der äussern Laibung, wie die gestrichelte Linie in Abb. 3 andeutet.

Die Lage der Wendepunkte W der elastischen Linie in einer Bogenhöhe α (Abb. 3) findet sich aus der Gleichung der elastischen Verbiegungen. Für jeden Punkt des Querschnittes ist die Winkeländerung dieselbe, einerlei, ob man die Berechnung aus dem Scheitelstück oder dem Seitenstück ableitet. Bei dem Wendepunkt tritt noch die besondere Beziehung hinzu, dass für ihn das Biegungsmoment Null ist. Für eine im Scheitel eines frei-

liegenden Rohres konzentrierte Last findet man  $\alpha = 50^{1/2}$ °. Bei verteilter Last wird  $\alpha$  etwa 45°. Da die Rohre nun allemal im Boden eingebettet werden und Ueberschüttung erhalten, ist für die Ausführung der Wert  $\alpha=45^{\circ}$  massgebend gewesen. Für den günstigen Ausfall von Probebelastungen mit konzentrierter Scheitellast wäre es zweckmässiger gewesen, die Scheitelstrecke kürzer zu halten, also  $\alpha$  etwas grösser als 45° zu wählen. Das hätte aber dem Gebrauchsfall nicht entsprochen.



Das erste Rohr dieser seither der Firma Drenckhahn & Sudhop patentierten Konstruktion wurde auf dem Bahnhof in Harburg im März 1900 geprüft. Es hatte einen innern Durchmesser von 70 cm, 100 cm Baulänge, 103 mm Wandstärke an den verstärkten Stellen und 6 cm2 Eiseneinlage. Das Rohr trug freiliegend eine in der Scheitellinie konzentriert aufgebrachte Last von Q = 12000 kg. Starke Risse waren eingetreten. Das Rohr befand sich nahe vor dem Zusammenbruche; jedoch fehlte weiteres Belastungsmaterial, um diesen ganz herbeizuführen.

In Erde eingebettet, 50 cm hoch überschüttet und über dem Scheitel unter Vermittelung eines in der Längsrichtung des Rohres auf den Boden gelegten Schwellenstückes von 1 m Länge belastet, trug das Rohr 15000 kg. Die innere Untersuchung nach dieser Belastung ergab einen ganz feinen inneren Scheitelriss. Ein Zusammenbruch wäre voraussichtlich erst bei mehr als 30000 kg Belastung erfolgt.

Um das Verhalten der Rohre weiter festzustellen, sind solche verschiedener Herkunft von 150 cm innerem Durchmesser in Braunschweig, ferner Rohre von 70 cm innerem Durchmesser mit und ohne Wandverstärkung und mit und ohne Eiseneinlagen einer Prüfung unterzogen worden. Die grösste Bruchlast wurde bei Rohren der Firma Holm und Molzen in Flensburg im April 1901 erreicht. Die dort hergestellten Rohre mussten besonders stark sein, da sie mit geringfügiger Ueberschüttung in schlechtem, häufig überschwemmtem Boden unter Eisenbahngeleisen Verwendung finden sollten. Bei 100 cm innerem Durchmesser, 75 cm Baulänge, 138 mm Wandstärke an den verstärkten Stellen und 7 cm2 Eiseneinlage erreichten die Rohre eine Bruchlast von Q = 14800 kg bezw. 19700 kg Scheitellast auf I lfd. m.

Es ist noch hervorzuheben, dass bei der Einbettung eines Rohres im Boden ausser der Widerstandsfähigkeit gegen Biegung und Bruch auch eine Widerstandsfähigkeit durch Gewölbewirkung hinzukommt. Eingebettet und fest mit Boden umstampft trugen Rohre zwei- bis dreimal soviel als freiliegend, bei sehr guter Umstampfung ferner doppelt soviel, als bei mangelhafter.