Einiges über Grundbögen

Autor(en): **Francke, Adolf**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **35/36 (1900)**

Heft 8

PDF erstellt am: **27.04.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-22044

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

INHALT: Einiges über Grundbögen. — Praktische Grenzen der elektrischen Kraftübertragung auf grosse Entfernungen. — Die Architektur an der Pariser Weltausstellung. — Die VII. Jahresversammlung der Deutschen Elektrotechnischen Gesellschaft in Zürich. — Litteratur: Hilfsbuch für die Elektrotechnik von C. Grawinkel und K. Strecker. Die Wirkungsweise, Berechnung und Konstruktion elektrischer Gleichstrommaschinen. Wörterbuch der Elektricität und des Magnetismus. Transformatoren für Wechselstrom und Drehstrom. — Miscellanea: Pariser Weltausstellung. Die Urfthalsperre bei Gemünd. Die Bewässerung Aegyptens. Die Eröffnung des elektrischen Betriebes der Wannseebahn. Das nachträgliche Trockenlegen feuchter Backsteinmauern. Eine neue Anwendung der elektrischen Heizung. Niederlegung von Schornsteinen ohne Sprengung. Anlage einer neuen zweiten Hochquellenleitung der Stadt Wien. Grosse Wasserkraftanlagen in Amerika. Kombinierter elektrischer und Dampfbetrieb. Eisenbahn Piräus-Larissa. Eisenbahnverstaatlichung in der Schweiz. Bau eines weiteren Themse-Tunnels in London. Die 25. Jahresversammlung des deutschen Vereins für öffentliche Gesundheitspflege. Eisenbahn-Güterwagen aus gepresstem Stahlblech. — Konkurrenzen: Ein Kanalisationsprojekt für Petersburg. — Nekrologie: † Eugen Faller. — Vereinsnachrichten: G. e. P.: Stellenvermittelung. — Hiezu eine Tafel: Pariser Weltausstellung 1900.

Einiges über Grundbögen.

Von Baurat *Adolf Francke* in Herzberg a. Harz.

Sollen (Fig. 1) erheblich belastete Wände auf umgekehrte Gewölbebögen fundiert werden, so ist es von Wichtigkeit zu wissen, unter welchen Verhältnissen oder Bedingungen solche Erdbögen den Zweck der Lastübertragung auf den Untergrund vollkommen erfüllen, weil unter Umständen, namentlich bei genügend anwachsender Spannweite der Bögen, eine Drucküberträgung in der Bogenmitte überhaupt nicht mehr stattfinden, der elastisch gelagerte Bogenträger sich daselbst vielmehr vom Untergrund abheben würde.

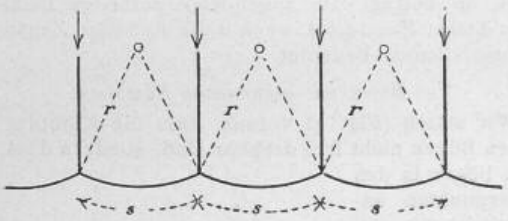

Fig. 1.

Bezeichnen wir mit z die, durch die getragenen Lasten veranlasste, elastische Verdrückung des Bogens, gemessen in der Richtung des Halbmessers, so ist die senkrecht zum Bogen stehende Belastung u auf die Einheit $= \psi z$ zu setzen, wenn ψ den Widerstand des Untergrundes für die Flächeneinheit bei der Einsenkungstiefe $= 1$ bedeutet und ein Abschnitt der Bauanlage von der Tiefe 1, senkrecht zur Bildebene, der Betrachtung zu Grunde gelegt wird.

Abgesehen von dieser senkrechten Bogenbelastung $u = \psi z$, kann und wird zwar unter Umständen auch eine Tangentialbelastung t entstehen, deren Grösse, für den ersten Augenblick des Aufbringens der Lasten $= \psi w$ zu setzen sein würde, wenn w die elastische Achsenschiebung des Bogens bedeutet.

Da aber einmal der Einfluss von w rechnerisch stets klein ist gegen den Einfluss von z, zweitens aber das dauernde Bestehen der Bogenreibungswiderstände t durch äussere Einflüsse, wie Erschütterungen der Bauanlagen, Aenderung der Wärmeverhältnisse, Schwinden des Bogenmaterials, durchaus in Frage gestellt erscheint, so lassen wir diese Reibung ausser Betrachtung mit dem nämlichen Rechte, mit welchem bei dem geraden, elastisch gelagerten Balken lediglich lotrechte, nicht auch durch die elastische Bewegung des Balkens unzweifelhaft zeitweise hevorgerufene, seitlich wagerechte Reibungswiderstände betrachtet zu werden pflegen.

Fig. 1a.

Für $t = 0$ und bei dem gewählten, vom Krümmungsmittelpunkte abgewandten, positiven Sinne der elastischen Durchbiegung z (Fig. 1a) erhalten wir die Differentialgleichung:

$$\frac{EJ}{r^4}\left\{\frac{d^3 z}{d\omega^3} + \frac{d^5 z}{d\omega^5}\right\} = -\frac{du}{d\omega} = -\psi\frac{dz}{d\omega} \qquad \text{(I)}$$

oder

$$\frac{d^3 z}{d\omega^3} + \frac{d^5 z}{d\omega^5} + 4\mu^4\frac{dz}{d\omega} = 0$$

wenn $\mu = r\sqrt[4]{\frac{\psi}{4EJ}}$ ist

mit dem allgemeinen Integral:

$$z = A_0 + e^{\lambda\omega}(C_1 \sin\zeta\omega + C_2 \cos\zeta\omega) + \\ + e^{-\lambda\omega}\{C_3 \sin\zeta\omega + C_4 \cos\zeta\omega\}$$

wenn $\lambda = \sqrt{\mu^2 - \frac{1}{4}}$, $\xi = \sqrt{\mu^2 + \frac{1}{4}}$ ist,

oder wenn wir die Integrationsfestwerte anderweit gruppieren, $\frac{e^{\lambda\omega} + e^{-\lambda\omega}}{2} = \mathfrak{Cof}\,\lambda\omega$ setzen:

$$z = A_0 + A_1\,\mathfrak{Sin}\,\lambda\omega \sin\zeta\omega + A_2\,\mathfrak{Cof}\,\lambda\omega \sin\zeta\omega \\ + A_3\,\mathfrak{Sin}\,\lambda\omega \cos\zeta\omega + A_4\,\mathfrak{Cof}\,\lambda\omega \cos\zeta\omega. \qquad \text{(II)}$$

Für Fälle der Praxis fallen nun in der Regel die Zahlenwerte λ und ζ so nahe zusammen, dass es sich rechnerisch nicht lohnt den etwas weitläufigen Rechnungsweg einer Auseinanderhaltung dieser Werte einzuschlagen. Das rechnungsmässige Zusammenfallen der Zahlen λ und ζ mit dem Mittelwert μ ist im allgemeinen, für praktische Fälle, gebunden an die Anwendung genügend flacher Bogen. Indem wir hier ausgesprochene Flachbogenformen voraussetzen und diese Zeilen weniger die Vorführung haarscharfer Zahlenrechnungen, als die Gewinnung allgemeiner Gesichtspunkte bezwecken, lassen wir der einfacheren und übersichtlicheren Darstellung zu Liebe die Werte ζ und λ mit dem Werte μ zusammenfallen.

Alsdann können wir, indem wir die Integrationsfestwerte der Gleichung II anderweit gruppieren und abkürzend setzen:

$$Z = Z[\mu\omega] = \mathfrak{Cof}\,\mu\omega \sin\mu\omega - \mathfrak{Sin}\,\mu\omega \cos\mu\omega$$
$$Z_1 = Z_1[\mu\omega] = \mathfrak{Sin}\,\mu\omega \sin\mu\omega$$
$$Z_2 = Z_2[\mu\omega] = \mathfrak{Cof}\,\mu\omega \sin\mu\omega + \mathfrak{Sin}\,\mu\omega \cos\mu\omega$$
$$Z_3 = Z_3[\mu\omega] = \mathfrak{Cof}\,\mu\omega \cos\mu\omega$$

das allgemeine Integral schreiben:

$$z = A_0 + BZ + B_1 Z_1 + B_2 Z_2 + B_3 Z_3 \qquad \text{(IIa)}$$

und erhalten, weil für unseren Sonderfall im Symmetriepunkt, für $\omega = 0$, Querkraft und elastische Drehung $= 0$ sind, $B = 0$, $B_2 = 0$, also die Gleichung III:

$$z = A_0 + B_1 Z_1 + B_3 Z_3$$

oder ausgeschrieben:

$$z = A_0 + B_1\,\mathfrak{Sin}\,\mu\omega \sin\mu\omega + B_3\,\mathfrak{Cof}\,\mu\omega \cos\mu\omega.$$

1. *Der Bogen mit freien Enden.*

Betrachten wir zunächst (Fig. 2) einen Einzelbogen mit frei drehbaren, frei beweglichen Enden, welcher an jedem Ende die lotrechte Last P trägt, so ist das Moment, also auch $\frac{d^2 z}{d\omega^2} = 0$ für $\omega = \beta$, und wir können die Gleichung III schreiben:

$$z = A_0 + C\{Z_1[\mu\beta]Z_1 + Z_3[\mu\beta]Z_3\}$$

oder ausgeschrieben:

$$z = A_0 + C\{\mathfrak{Sin}\,\mu\beta \sin\mu\beta\,\mathfrak{Sin}\,\mu\omega \sin\mu\omega + \\ + \mathfrak{Cof}\,\mu\beta \cos\mu\beta\,\mathfrak{Cof}\,\mu\omega \cos\mu\omega\}$$

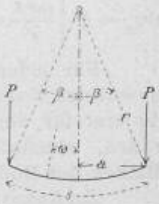

Fig. 2.

Daraus folgt durch Ableitung für die innere Querkraft

$$Q = \frac{EJ}{r^3}\frac{d^3 z}{d\omega^3} = -\frac{\psi r C}{2\mu}\left\{Z_1[\mu\beta]Z + Z_3[\mu\beta]Z_2\right\}$$

sowie für die innere Längskraft K:

$$K = ur + \frac{EJ}{r^2}\frac{d^4 z}{d\omega^4} = \psi z r + \frac{EJ}{r^3}\frac{d^4 z}{d\omega^4} = A_0 \psi r.$$

Die Zahlenwerte A_0, C aber sind, bei freien Bogenenden, bestimmt durch die beiden Bedingungen:

Wagrechter Schub der inneren Bogenkräfte am Bogenende $= 0$.

$$K \cos\beta + Q_\beta \sin\beta = 0.$$

Lotrechter Schub am Bogenende $= P$

$$K \sin\beta - Q_\beta \cos\beta = P.$$

Eine Ausführung dieser Bedingungsgleichungen ergiebt die Werte:

$$A_0 = \frac{P}{\psi r} \sin\beta; \quad C = \frac{P\, 4\mu \cos\beta}{\psi r (\mathfrak{Sin}\, 2\mu\beta + \sin 2\beta)}$$

und wir erhalten die Gleichung:

$$\psi z = \frac{P}{r}\left\{\sin\beta + 4\mu\cos\beta \cdot \frac{(Z_1[\mu\beta]\, Z_1[\mu\omega] + Z_3[\mu\beta]\, Z_3[\mu\omega])}{\mathfrak{Sin}\, 2\mu\beta + \sin 2\mu\beta}\right\}$$

oder anders geschrieben:

$$\psi z = \frac{P}{r}\left\{\sin\beta + \right.$$

$$\left. + \frac{2\mu\cos\beta\,(\cos\mu(\omega-\beta)\,\mathfrak{Cof}\,\mu(\omega+\beta) + \cos\mu(\omega+\beta)\,\mathfrak{Cof}\,\mu(\omega-\beta))}{\mathfrak{Sin}\, 2\mu\beta + \sin 2\mu\beta}\right\}$$

Man erkennt, dass in der Bogenmitte für $\omega = 0$ der Bodendruck verschwinden wird bei Erfüllung der Bedingung:

$$\operatorname{tang}\beta = -\frac{4\mu\cos\mu\beta\,\mathfrak{Cof}\,\mu\beta}{\mathfrak{Sin}\, 2\mu\beta + \sin 2\mu\beta}$$

also für einen Wert $\mu\beta$, welcher jedenfalls grösser sein muss als $\frac{\pi}{2}$, weil $\operatorname{tang}\beta$ stets positiv ist und daher $\cos\mu\beta$ bei Erfüllung der Gleichung negativ sein muss. Wählen wir nun aber die Bogenstärke h gemäss der Bedingung $\mu\beta = \frac{\pi}{2}$, so erhalten wir damit eine Bogenkonstruktion, welche überall, auch in der Bogenmitte, einen und zwar keineswegs verschwindend kleinen Bodendruck aufnimmt, also ihren Zweck überall erfüllt.

Die Bedingung $\mu\beta = \frac{\pi}{2}$ ergiebt für die Bogenstärke h die Formel:

$$h = \frac{s}{\pi}\sqrt[3]{\frac{3\psi s}{\pi E}} = \text{rund } 0{,}31\, s\sqrt[3]{\frac{\psi s}{E}} \qquad (1)$$

und bei Wahl einer dieser Gleichung entsprechenden Bogenstärke h erhält man für den kleinsten Bodendruck in der Bogenmitte den bestimmten Wert:

$$\psi z_0 = \frac{P\sin\beta}{r} = \frac{Pa}{r^2},$$

während hierbei der allgemeine Verlauf des Bodendruckes nach der Gleichung IV:

$$\psi z = \frac{P}{r}\left[\sin\beta + \frac{2\mu\cos\beta\,\sin\mu\omega\,\mathfrak{Sin}\,\mu\omega}{\mathfrak{Cof}\,\frac{\pi}{2}}\right]$$

$$\text{oder: } \psi z = P\left[\frac{\sin\beta}{r} + \frac{2\pi\cos\beta}{s\cdot\mathfrak{Cof}\,\frac{\pi}{2}}\cdot\sin\frac{\pi\omega}{2\beta}\,\mathfrak{Sin}\,\frac{\pi\omega}{2\beta}\right]$$

erfolgt, so dass also der Bodendruck ψz vom Werte $\psi z_0 = \frac{P\sin\beta}{r}$ der Bogenmitte bis zum Werte:

$$\psi z_\beta = P\left\{\frac{\sin\beta}{r} + \frac{2\pi\cos\beta\,\operatorname{Tang}\frac{\pi}{2}}{s}\right\}$$ des Kämpfers anwächst.

Für jeden Winkelwert β, also für jeden thatsächlich gewölbten Bogen bleibt hierbei der Bodendruck ψz_0 positiv, da erst für den Grenzwert $\beta = 0$, $r = \infty$, also für den geraden, elastisch gelagerten, an beiden Enden belasteten Balken der Bodendruck der Mitte gerade $= 0$ werden würde.

Zahlenbeispiel. Es sei $r = 1000$, $\beta = 0{,}4$, $s = 800$, $\psi = 6$, E für Monier-Beton $= 66^{000}$. Dann ergiebt die Formel für h:

$$h = \frac{800}{\pi}\sqrt[3]{\frac{3\cdot 6\cdot 800}{\pi\cdot 66^{000}}} = 104{,}4^{cm}$$

und bei Wahl dieser Bogenstärke beträgt der Bodendruck in der Bogenmitte:

$$\psi z_0 = \frac{P\cdot 0{,}389}{1000}$$

und wächst der Bodendruck am Kämpfer auf das Mass an:

$$\psi z_s = P\left\{\frac{0{,}389}{1000} + \frac{5{,}27}{800}\right\} = \text{rund } \frac{7P}{1000}.$$

Für μ ergiebt sich hierbei der Zahlenwert $\mu = 3{,}927$, während man, wollte man nach der mathematisch genauen Gleichung rechnen, die Zahlenwerte $\zeta = 3{,}95$, $\lambda = 3{,}89$ erhalten, und bei Durchführung der an sich keine Schwierigkeiten, sondern nur weitläufigere Ausführungen darbietenden genauen Rechnung würden nicht wesentlich abweichende Zahlenergebnisse erscheinen.

Wählt man flachere Bögen, als im Zahlenbeispiel angenommen, so erhält man, bei gleichen Spannweiten, für h nahezu den nämlichen Wert, da h nach der Formel für gleiche Bogenlängen s gleiche Werte annimmt. Bei flacheren Bögen erscheint jedoch eine stärkere Druckabnahme nach der Mitte zu und ein grösserer Wert des grössten massgebenden Biegungsmomentes M_0 der Bogenmitte.

Das Biegungsmoment ist allgemein bestimmt durch

$$-M = \frac{EJ}{r^2}\,\frac{d^2 z}{dw^2}$$

und es ergiebt sich daher aus Gleichung IV der Wert:

$$-M = \frac{Ps\cos\beta}{\pi\,\mathfrak{Cof}\,\frac{\pi}{2}}\cos\frac{\pi w}{2\beta}\,\mathfrak{Cof}\,\frac{\pi w}{2\beta}$$

$$-M_0 = \frac{Ps\cos\beta}{\pi\,\mathfrak{Cof}\,\frac{\pi}{2}} = \frac{P\cdot s\cdot\cos\beta}{7{,}88}$$

nach welcher Gleichung die Tragfähigkeit des Bogens in Bezug auf die von ihm aufzunehmenden Biegungsspannungen bemessen werden, bezw. die Grösse der Last P bestimmt werden kann, welche der Bogen zu tragen vermag.

Wird für das betrachtete Zahlenbeispiel $h = 105\,cm$ gewählt, so beträgt die zugehörige zulässige Belastung P auf $1\,cm$ Tiefe: $P = 19{,}7\,\sigma$, wenn σ die zulässige Zugspannung des Monier-Betons bedeutet.

2. *Bögen mit gebundenen Kämpfern.*

Wir setzen (Fig. 3) voraus, dass die Kämpfer A der einzelnen Bögen nicht frei drehbar sind, sondern dass, indem je zwei Bögen in den Kämpferpunkten unabänderlich mit einander verbunden sind, bei symmetrischer Belastung schon aus diesem Grunde die elastische Drehung des Bogens am Kämpfer $= 0$ ist, betrachten also den Bogen mit Kämpfermoment und undrehbaren Kämpfern.

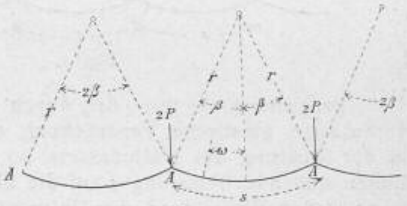

Fig. 3.

Eine elastische Unverschieblichkeit der Bogenenden im wagrechten Sinne, oder damit gleichbedeutend das Auftreten eines wagrechten Kämpferschubes setzen wir nicht voraus, weil wir der Ansicht sind, dass ohne besondere Vorkehrungen, wie Einziehen von Spannstangen, auf eine Gebundenheit der Kämpferpunkte im wagrechten Sinne bezüglich der elastischen Schiebungen mit irgend welcher Sicherheit nicht gerechnet werden kann.

Wir haben zunächst die drei Integrationsfestwerte der Gleichung III der Bedingung $\frac{dz}{d\omega_\beta} = 0$ zu unterwerfen und können daher diese Gleichung schreiben:

$$z = A_0 + C\{Z[\mu\beta]\, Z_1[\mu\omega] + Z_2[\mu\beta]\, Z_3[\mu\omega]\}$$

Daraus folgen die allgemeinen Werte:

Querkraft $\quad Q = \frac{EJ}{r^3}\,\frac{d^3 z}{d\omega^3} =$

$$\frac{\psi r C}{2\mu}\{Z[\mu\beta]\, Z[\mu\omega] + Z_2[\mu\beta]\, Z_2[\mu\omega]\}$$

Längskraft $\quad K = \psi z r + \frac{EJ}{r^3}\,\frac{d^4 z}{d\omega^4} = A_0\,\psi r.$

Die Zahlen A_0, C aber sind auch hier wiederum bestimmt durch die beiden Bedingungen: Wagerechter Kämpferschub $= 0$, lotrechter Kämpferschub $= P$, also durch die beiden Gleichungen $K = P\sin\beta$; $Q_s = -P\cos\beta$ und wir erhalten die Gleichung:

$$\psi z = \frac{P}{r}\left\{\sin\beta + \frac{2\mu\cos\beta\,(Z[\mu\beta]\, Z_1[\mu\omega] + Z_2[\mu\beta]\, Z_3[\mu\omega])}{\mathfrak{Cof}\, 2\mu\beta - \cos 2\mu\beta}\right\}.$$

Für den Bodendruck ψz_0 in der Bogenmitte erhalten wir:

$$\psi z_0 = \frac{P}{r}\left[\sin\beta + \frac{2\mu\cos\beta\, Z_2[\mu\beta]}{\mathfrak{Cof}\, 2\mu\beta - \cos 2\mu\beta}\right]$$

und die Bedingung des Verschwindens von ψz_0:

$$\sin\beta = -\frac{2\mu\cos\beta\, Z_2[\mu\beta]}{\mathfrak{Cof}\, 2\mu\beta - \cos 2\mu\beta}$$

wird erfüllt für einen Wert $\mu\beta > \frac{3\pi}{4}$, weil $Z_2[\mu\beta] = \mathfrak{Cof}[\mu\beta]\sin\mu\beta + \mathfrak{Sin}\,\mu\beta\cos\mu\beta$ sein Vorzeichen in unmittelbarer Nähe des Wertes $\mu\beta = \frac{3\pi}{4}$ nämlich bei $\mu\beta = \frac{3\pi}{4} + 0{,}0089$ wechselt.

Wählen wir also für $\mu\beta$ denjenigen Wert, bei welchem $Z_2[\mu\beta]$ verschwindet, setzen also $\mu\beta = \text{rund}\,\frac{3\pi}{4}$, so erhalten wir den bestimmten, stets positiven Bodendruck der Bogenmitte:

$\psi z_0 = \frac{P\sin\beta}{r}$, während der Druck nach den Kämpfern zunimmt nach der Gleichung:

$$\psi z = P\left[\frac{\sin\beta}{r} + \frac{1{,}26\cos\beta\sin\frac{3\pi\omega}{4\beta}\,\mathfrak{Sin}\frac{3\pi\omega}{4\beta}}{s}\right]$$

und wir erhalten für den grössten, ein mathematisches Maximum darstellenden Druck am Kämpfer den Wert:

$$\psi z_\beta = \frac{P\sin\beta}{r} + \frac{4{,}66\cos\beta P}{s}$$

Die Bedingung $\mu\beta = \frac{3\pi}{4}$ ergiebt für die Bogenstärke h die Gleichung:

$$h = \frac{2s}{3\pi}\sqrt[3]{\frac{2\psi s}{\pi E}} \qquad (2)$$

so dass also der Bogen mit gebundenen Kämpfern im Vergleich zum Bogen mit freien Enden eine $\frac{2}{3}\sqrt[3]{2/3} = 0{,}585$-fach kleinere Stärke erfordert, um den Zweck vollen Bodendruckes überall mit Sicherheit zu erreichen. Bei Wahl der Bogenstärke nach Gleichung (2) verschwindet auch hier der Bodendruck der Bogenmitte erst für den Grenzfall $\beta = 0$ des geraden Balkens.

Das innere Biegungsmoment ist allgemein gegeben durch die Gleichung:

$$M = -\frac{EJ}{r^2}\frac{d^2z}{d\omega^2} = -\frac{Pr\cos\beta\{Z[\mu\beta]Z_3[\mu\omega] - Z_2[\mu\beta]Z_1[\mu\omega]\}}{\mu(+\mathfrak{Cof}\,2\mu\beta - \cos 2\mu\beta)}$$

Man erhält daher für $Z_2[\mu\beta] = 0$, $\mu\beta = \frac{3\pi}{4}$

$$M = -\frac{Pr\cos\beta\,Z[\mu\beta]Z_3[\mu\omega]}{\mu(+\mathfrak{Cof}\,2\mu\beta)}$$

und man erkennt, dass M sein Zeichen wechselt im Punkte $\mu\omega = \frac{\pi}{2}$, also für $\omega = {}^2/_3\,\beta$.

Für das Moment in der Bogenmitte erhält man dann den Wert:

$$M_0 = -\frac{Pr\cos\beta\,Z[\mu\beta]}{\mu\left(+\mathfrak{Cof}\frac{3\pi}{2}\right)} = -Ps\cos\beta\cdot 0{,}028.$$

und für das Moment am Kämpfer:

$$M_\beta = \frac{Pr\cos\beta\,Z[\mu\beta]Z_3[\mu\beta]}{\mu\left(+\mathfrak{Cof}\frac{3\pi}{2}\right)} = +Ps\cos\beta\cdot 0{,}107.$$

Praktische Grenzen der elektrischen Kraftübertragung auf grosse Entfernungen*).

Obwohl die noch vorhandenen Schwierigkeiten der elektrischen Kraftübertragung in Zukunft sicherlich gehoben werden, dürfte die Frage, wo die Grenzen derselben liegen, von Interesse sein. Der Schwerpunkt der Frage liegt jedenfalls in der Spannung und deren zulässiger Steigerung. Denn, da der Wert des zu den Leitungen verwendeten Kupfers in umgekehrtem Verhältnisse mit dem Quadrate der Spannung steigt, ist es klar, dass, namentlich bei Uebertragungen elektrischer Energie auf grosse Distanzen, die Kenntnis der Grenzen, bis zu denen man gehen darf, sowohl für den Techniker als für den Kaufmann sehr wichtig ist.

*) Nach einer Studie von Dr. *L. Bell* in Cassiers Magazine.

Seit fünf oder sechs Jahren sind zahlreiche praktische Ausführungen von elektrischen Kraftübertragungen mit hoher Spannung durchgeführt worden. Man hat mit erstaunlicher Energie die sogenannten klassischen Werte der Spannung verlassen und ist mit geradezu revolutionärer Entschiedenheit zu den Hochspannungen übergegangen. Die eigentliche Ursache dieses Schrittes war die Anwendung des Wechselstromes. Man erkannte sehr schnell, dass diese Starkstromübertragungen Gefahren in sich bargen und kam dazu, grosse Sorgfalt auf die Ausführung der notwendigen Apparate und namentlich auf deren gute Isolation zu legen.

Die vor zehn Jahren angewendete Spannung von 1000 Volt wird heutzutage als ungenügend angesehen, so dass man selbst für kurze Entfernungen zu Spannungen von 5000 und 10000 Volt greift und letztere Spannung der ersteren vorzieht. In dem Momente, als man passende Transformatoren besass, war schon vom ökonomischen Standpunkt die Anwendung von hochgespannten Strömen gegeben. Derzeit können Spannungen von 10000 Volt als ganz normal angesehen werden. Die gemachten Erfahrungen haben erwiesen, dass man bei dieser Spannung auch auf weite Entfernungen keine besonderen Schwierigkeiten zu überwinden hatte. Aber soll man über 10000 Volt Spannung hinausgehen?

Wenn man darüber hinaus die Spannung erhöht, so ergeben sich keine besonders beunruhigenden Uebelstände. Es ist zwar eine grössere Gefahr des Durchschlagens der Isolationshülle vorhanden, doch kann dieselbe durch besondere Sorgfalt in der Ausführung der Isolationen gehoben werden. Und was die Frage der Transformatoren bei so hohen Spannungen anbetrifft, so liegen hier keine besonderen Konstruktionsschwierigkeiten vor.

Ein weiterer Umstand, der in Betracht zu ziehen wäre, ist die Funkenbildung. Die Distanz, bei welcher Funken überspringen, hängt nicht nur von dem dielektrischen Widerstande der Luft, sondern auch von der Form jener Flächen ab, von denen die Funken ausgehen. So wird, bei gleicher Spannung, der Funke zwischen zwei Nadelspitzen zu seinem Entstehen einer viel kürzeren Entfernung bedürfen, als zwischen zwei Kugelflächen von 25 bis 30 *mm* Durchmesser. Diese Vergrösserung der Funkenlängen schafft an und für sich keine grossen Schwierigkeiten, doch rollt sie die Frage der Resonanz auf. Denn bei der Elasticität gilt, wie beim Schall, das Gesetz, dass eine Verstärkung der Schwingungen zweier Materien dann eintritt, wenn die Schwingungen in Uebereinstimmung sind. Die elektrische Resonanz tritt zwar seltener, immerhin jedoch öfter, als man allgemein glaubt, auf. Dies ist die Ursache, welche die bei langen Leitungen konstatierte Erscheinung hervorruft, dass Funken auf grösseren Distanzen überspringen. Keinesfalls fällt jedoch dieser Umstand besonders ins Gewicht.

Wenn die Spannung auf 20000 Volt getrieben wird, beginnen die Leitungen in der Dunkelheit zu leuchten. Man sieht an ihren Oberflächen ein schwaches, bläuliches Licht. In der That ist auch die Elektricität überall dort, wo sie kann, namentlich an Spitzen und Ecken, sowohl bei den Leitungen, als auch bei den in Oel gebadeten Transformatoren, bestrebt zu entweichen. Bei 20000 Volt sind die hiedurch entstehenden Verluste nicht besonders gross. Ueber diese Spannung hinaus wird der Verlust durch die Luft schon fühlbar und er wird bei 40000 Volt, wenn auch gerade nicht nachteilig, immerhin schon beachtenswert. Es tritt hier dieselbe Erscheinung auf, welche man in einem dunklen Raume an den von einem Ruhmkorff'schen starken Konduktor ausgehenden Drähten beobachten kann; freilich in einem viel grösseren Masstabe, da an Stelle eines Elementensatzes z. B. ein 1000 *kw*-Generator den Strom erzeugt. Erhöht man die Spannung auf 50000 und 55000 Volt, dann wird die Sachlage ernster, die Elektricität beginnt mit grosser Geschwindigkeit zu entweichen, da bei so hohen Spannungen die Luft ihre Isolierfähigkeit einbüsst.