

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 29/30 (1897)  
**Heft:** 19

**Artikel:** Einflusslinien des gelenklosen Bogens  
**Autor:** Kinkel, Md.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-82524>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

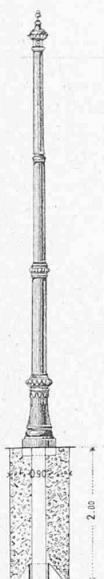
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 12.02.2026

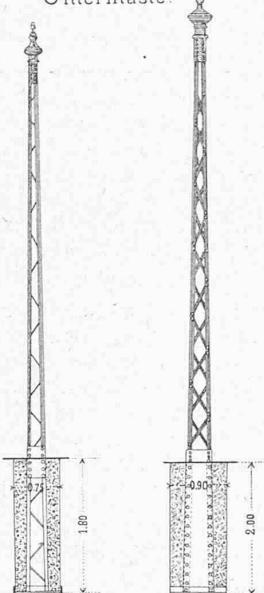
**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Fig. 11. Basler Strassenbahnen.

Mannesmann-Stahlrohrmast.



Gittermaste.



Masstab 1 : 100.

für den Arbeitsdraht (Fig. 9) konstatiert werden, welche dazu dienen, bei Temperaturdifferenzen den Durchhang des Kupferleiters zu regulieren.  
(Fortsetzung folgt.)

### Einflusslinien des gelenklosen Bogens.

Von Ingenieur Md. Kinkel.

## I.

Der gelenklose Bogen, auch Bogen mit eingespannten Kämpfern genannt, ist bekanntlich dreifach statisch unbestimmt in Bezug auf seine Auflagerbedingungen. Für die vorliegende Untersuchung soll ein Fachwerkogen vorausgesetzt werden, der eine statisch bestimmte Stabanzahl habe, nachdem die drei statisch unbestimmten Auflagerbedingungen entfernt worden sind.

Herr Professor W. Ritter sagt in seinem Werke „Der elastische Bogen“ Seite 23 und 24:

Die Drehung des Schwerpunktes der Centralellipse  $S$  unter der vertikalen Last  $P$  ist:  $\delta = P \cdot H \cdot u_1$ .

Die vertikale Verschiebung:  $v = P \cdot H \cdot c_1 \cdot u_2$ .

Die horizontale Verschiebung:  $b = P \cdot H \cdot c_2 \cdot u_3$ .

Die Bezeichnungen in diesen Formeln sind dabei der Fig. 1 zu entnehmen. Dieselbe ist möglichst genau nach der Tafel des angeführten Werkes ausgeführt und es sei für die Erklärung derselben auf die angegebene Quelle verwiesen.

Denkt man sich hierauf am Punkte  $S$ , dem Mittelpunkt der Centralellipse, den man sich mit dem Auflager links durch einen starren Stab fest verbunden vorstelle:

1. Ein Moment  $M$ ; 2. Eine vertikale Kraft  $A$ ;

3. Eine horizontale\*) Kraft  $H$

angebracht, so ruft das Moment nur eine Verdrehung, die Kraft  $A$  nur eine vertikale Verschiebung und die Kraft  $H$  nur eine horizontale Verschiebung des Mittelpunktes hervor, sowie man das linke Bogenende als freischwebend und das rechte als festgehalten voraussetzt. Es fällt nämlich der Drehpunkt für das Moment, als durch eine unendlich ferne Kraft hervorgerufen, mit dem Mittelpunkte zusammen, während die Drehpunkte für die Kräfte  $A$  und  $H$  als die

\*) Bei unsymmetrischen Bogen ist unter «horizontal» die zur vertikalen konjugierte Richtung in Bezug auf die Centralellipse zu verstehen. Das 2., 4. und 5. Seilpolygon muss mit dieser Richtung neu gezeichnet werden.

Antipole von zwei Durchmessern ins Unendliche fallen und daher nur Parallelverschiebungen in vertikaler, bzw. horizontaler Richtung erzeugen.

Da sich aber der Mittelpunkt, weil mit dem linken Auflager starr verbunden, weder drehen noch verschieben darf, so folgt daraus, dass die durch die Last  $P$  hervorgerufenen Verdrehungen und Verschiebungen vollständig durch diejenigen aufgehoben werden müssen, welche durch  $M$ ,  $A$  und  $H$  erzeugt werden. Die Größen von Drehwinkeln und von Verschiebungen sind ferner proportional den erzeugenden Momenten und Kräften. Deshalb sind die Einspannungsmomente proportional den  $u_1$ , und die Auflagerkräfte proportional den  $u_2$ , bzw.  $u_3$ .

Mit andern Worten:

1. Das erste Seilpolygon mit seiner Endtangente als Abscissenachse ist die Einflusslinie für das Einspannungsmoment am linken Auflager.

2. Das dritte Seilpolygon mit seiner Endtangente als Abscissenachse ist die Einflusslinie für die in den Schwerpunkt verschobene linke vertikale Auflagerreaktion.

3. Das fünfte Seilpolygon mit seiner Endtangente als Abscissenachse ist die Einflusslinie für den im Schwerpunkt angreifenden Horizontalschub.

Für das rechte Auflager gilt:

1a. Das erste Seilpolygon mit seiner Anfangstangente als Abscissenachse ist die Einflusslinie für das Einspannungsmoment am rechten Auflager.

2a. Das dritte Seilpolygon mit seiner Anfangstangente als Abscissenachse ist die Einflusslinie für die in den Schwerpunkt verschobene rechte Auflagerreaktion.

Der Satz 3 bleibt, da End- und Anfangstangente zusammenfallen müssen, auch für das rechte Auflager in obiger Form bestehen\*).

Es fragt sich nun, mit welchen Maßstäben die Ordinaten der Einflusslinien zu messen sind.

Für  $u_1$  und  $u_2$  findet man denselben am einfachsten durch folgende Überlegung. Denkt man sich eine Last  $1$  genau über dem linken Auflager, so hat dieselbe keinen Einfluss auf die Kräfte im Bogen, da sie direkt vom Auflager aufgenommen wird. Der linke Auflagerdruck ist daher  $A = 1$  und der rechte  $B = 0$ . Die Ordinate unter dem Auflager ist aber gleich  $t_1$ , d. h. dem vertikalen Abstande der äußersten Seiten des dritten Seilpolygons,  $t_1$  ist daher der Maßstab für die Ordinaten des dritten Seilpolygons.

Diese Auflagerkraft denkt man sich aber nicht am Widerlager, sondern im Schwerpunkt angreifend. Der Abstand des Auflagers vom Schwerpunkte sei  $a$ , so muss das Moment  $-A \cdot a$  angebracht werden, um die Verlegung der Kraft  $A$  vom Schwerpunkt zum Auflager zu bewirken. Da aber  $A = 1$  ist, so muss  $u_1$  unter dem Auflager gleich  $a$  sein. Macht man die Polweite des ersten Seilpolygons gleich  $\Sigma \Delta G$ , wie es gewöhnlich geschieht, so sind die  $u_1$  direkt im Maßstab der Trägerzeichnung als Meter zu messen und mit  $P$  zu multiplizieren, um das Einspannungsmoment zu erhalten. Der vertikale Abstand der äußersten Tangenten der ersten Seilkurve ist nämlich an jeder Stelle gleich ihrem Abstande vom Schnittpunkt derselben, wie sich aus der Ähnlichkeit des Tangentendreieckes mit dem Kräftepolygon ergibt.

Für das fünfte Seilpolygon ergibt sich der Maßstab zu  $t_2$ , das im vierten Seilpolygone als horizontaler Abstand der äußersten Seilpolygonecken gefunden wurde.

Es ist nämlich allgemein die horizontale Verschiebung eines mit dem Bogenende starr verbundenen Punktes unter irgend einer Last  $R$ :

$$b_0 = -R \cdot r_s y_d \cdot \Sigma \Delta G$$

vgl. am angeführten Orte Seite 12, wo  $r_s$  den Abstand der Kraft vom Schwerpunkt der Centralellipse,  $y_d$  den Abstand der Verschiebungssachse vom Antipol der Kraftrichtung darstellt.

\*) Diese Entwicklung sind den Vorträgen des Herrn Professors W. Ritter entnommen. Man vergleiche hierüber auch Müller-Breslau, Graphische Statik der Baukonstruktion, II. Band, I. Abteilung, § 11, wo selbst der Beweis ohne die Hilfe der Centralellipse auf zwei Wegen durchgeführt ist.

Setzt man an Stelle von  $R$  eine Kraft  $H = 1$  durch den Schwerpunkt und betrachtet die Verschiebungen des Schwerpunktes selbst, so wird  $r_s = 0$ ;  $y_a = \infty$ . Das Produkt  $r_s \cdot y_a$  wird aber gleich dem Quadrate des kleinen Durchmessers der Centralellipse, dasselbe ist gleich:

$$i_2^2 = \frac{H \cdot c_2 \cdot t_2}{\sum A G} .$$

Daraus folgt:

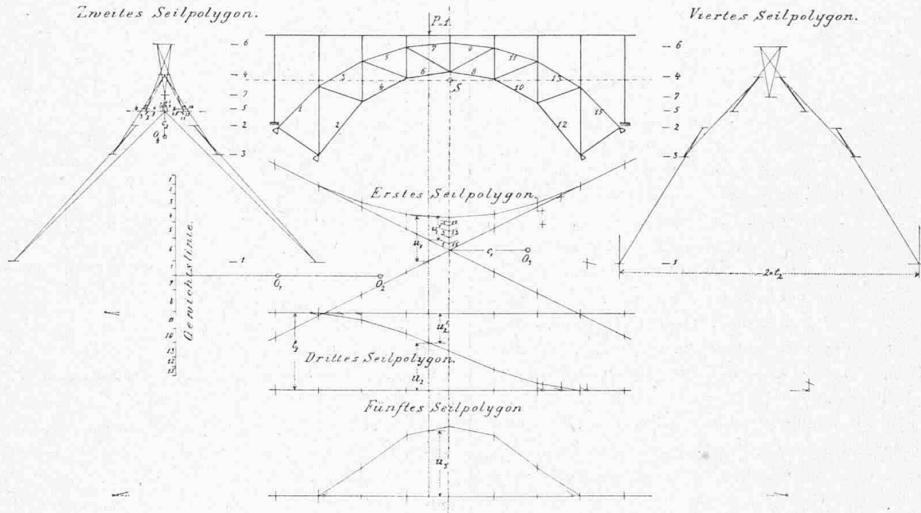
$$b_0 = -H^{-1} \cdot H \cdot c_2 \cdot t_2$$

$A$  und  $H$  zerlegt. Dann ist die Spannung in dem betrachteten Stabe:

$$U = \frac{M}{r} = \frac{I}{r} (M_A + A \cdot x - H \cdot y) . . . (1)$$

Liegt die Last links vom Schnitt, so wirkt die rechte Komponente der Last  $R_B$ ; dieselbe ist gleich, aber entgegengesetzt dem rechten Auflagerdrucke. Man verschiebt

Fig. 1. Einflusslinien des gelenklosen Bogens.



und das Verhältnis der Horizontalverschiebungen bzw. der Horizontalschübe, die durch eine vertikale Kraft  $P = 1$  und durch den Horizontalschub  $H = 1$  erzeugt werden, ist:

$$\frac{h}{h_0} = \frac{P^{-1} \cdot H \cdot c_2 \cdot u_3}{H^{-1} \cdot H \cdot c_2 \cdot t_2} \text{ oder } \frac{H_p}{H^{-1}} = P \cdot \frac{u_3}{t_2} .$$

Weitere Beweise finden sich bei Müller-Breslau an genannter Stelle.

Aus diesen drei Einflusslinien der statisch unbestimmten Größen lassen sich leicht die Spannungen der einzelnen Stäbe berechnen. Betrachtet man z. B. den in Figur 2 mit  $U$  bezeichneten Stab mit dem Drehpunkt  $D$  und dem Hebelarm  $r$ , so erkennt man, dass zwei Fälle zu unterscheiden sind, je nachdem die angreifende Last rechts vom

sie wieder durch ein Moment  $M_B$  und zerlegt sie in  $B$  und  $H$ . Es ergibt sich sodann:

$$U = \frac{I}{r} (M_B - B \cdot x - H \cdot y) . . . (1')$$

Oben ist bewiesen worden, dass

$$M_A = Pu_1; M_B = Pu_1'$$

$$A = P \cdot \frac{u_2}{t_1}; B = P \cdot \frac{u_1^2}{t_1} \text{ und } H = P \cdot \frac{u_3}{t_2} .$$

Die Gleichungen (1) gehen daher, wenn  $P = 1$  gesetzt wird, über in die Gleichungen:

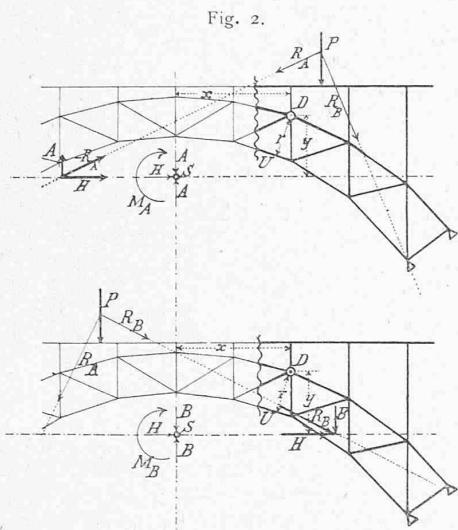
$$\eta = \frac{I}{r} \left( u_1 + \frac{u_2 \cdot x}{t_1} - \frac{u_3 \cdot y}{t_2} \right) = \frac{I}{r} (m + a - b) \quad (2)$$

$$\eta = \frac{I}{r} \left( u_1^2 - \frac{u_2 \cdot x}{t_1} - \frac{u_3 \cdot y}{t_2} \right) = \frac{I}{r} (m^1 - b - b) \quad (2')$$

worin die Buchstaben  $m$  und  $m^1$ , sowie  $a$  und  $b$ , und  $b$  gewählt worden sind, um die Einflüsse von  $M$ ,  $A$ ,  $B$  und  $H$  zu bezeichnen.

Die Größen  $\eta$  sind alsdann die Ordinaten der Einflusslinie der Stabspannung.

Die Ausdrücke  $\frac{u_2 \cdot x}{t_1}$  und  $\frac{u_3 \cdot y}{t_2}$  lassen sich einfach mit Hilfe von Reduktionswinkeln mit den Verhältnissen  $\frac{x}{t_1}$  und  $\frac{y}{t_2}$  ermitteln; jedoch muss man nicht nur für jeden Stab zwei Umrechnungswinkel zeichnen, sondern auch noch jede Ordinate  $u_2$  und  $u_3$  reduzieren. Ist die Fahrbahn durch eine grössere Anzahl Säulen auf den Bogen abgestützt, so erkennt man leicht, was für eine umständliche Arbeit auf diese Weise das Aufzeichnen der Einflusslinien bildet. (Fortsetzung folgt.)



Schnitt liegt oder links. Die Koordinaten des Drehpunktes seien  $x$  und  $y$ .

Liegt die Last rechts vom Schnitt und wird der rechte Teil des Bogens festgehalten, so wirkt auf die drei geschnittenen Stäbe der linke Auflagerdruck  $R_A$ . Diesen denken wir uns durch das Moment  $M_A$  an den Schwerpunkt verschoben und daselbst in seine Komponenten

### Feuersichere Decken.

Für die Beurteilung der Feuersicherheit massiver Deckenkonstruktionen stehen bisher brauchbare Prüfungsresultate nur in beschränktem Masse zur Verfügung. Seit den im Jahre 1893 in Verfolg eines Preisabschreibens des Verbandes deutscher Privat-Feuerversicherungs-Gesellschaften unter Leitung des Branddirektors Stude in Berlin angestellten amtlichen Erprobungen feuersicherer Baukonstruktionen haben weitere massgebliche Feuerproben mit Decken nicht mehr stattgefunden. Gerade in neuester Zeit ist jedoch eine ganze Reihe angeblich feuersicherer Decken erfunden und in die Baupraxis eingeführt worden. Einige Anhaltspunkte für den