

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 25/26 (1895)  
**Heft:** 25

**Artikel:** Noch ein Wort zu den "Knickfragen"  
**Autor:** Jasinski, F.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-19274>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 16.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

INHALT: Noch ein Wort zu den «Knickfragen». — Zur Theorie des Alpenglühens. III. — Zur Beurteilung von Wechselstrom-Dynamo-Maschinen. — Das neue Fahrdienstreglement für die schweiz. Normalbahnen. — Die elektrische Strassenbahn in St. Moritz. — Miscellanea: Die schweiz. Eisenbahnen im Jahre 1894. Jungfraubahn. Die Eröffnung des Nordostseekanals. Schweiz. Nordostbahn. Rickenbahn. Die Vergrösserung der Wasser-

versorgung der Stadt Luzern. Rheinbrücke zwischen Bonn und Beuel. Neue Kirche in Zürich-Wiedikon. Strassenbahnen in Genf. Berner Oberland-Bahnen. Auszeichnung des Erbauers des Nordostsee-Kanals. — Konkurrenz: Der Bau einer festen Strassenbrücke über den Rhein bei Worms. Nordböhmisches Gewerbemuseum in Reichenberg. — Vereinsnachrichten: Stellenvermittlung.

## Noch ein Wort zu den „Knickfragen“.

In Nummer 13 der Schweizerischen Bauzeitung veröffentlicht Prof. Engesser einige Bemerkungen zu dem in Nr. 3 und 4 erschienenen Aufsätze Mantels über „Knickfragen“, sowie einen Nachtrag, betreffend meine Erwiderung „Zu den Knickfragen“ in Nr. 10 dieses Blattes.

Wenngleich es mir sehr schmeichelhaft ist, dass meine geringen Untersuchungen auf dem Gebiete der Knickfestigkeit, die Aufmerksamkeit des geehrten Professors auf sich gelenkt haben, so kann ich doch nicht umhin, mich gegen einige von ihm ausgesprochene Anerkennungen und vorgeschlagene Formeln, die mir nicht ganz begründet erscheinen, auszusprechen.

Zunächst wundert mich die Behauptung Prof. Engessers, dass die von mir vorgeschlagene, angenäherte Formel zur Bestimmung der Knickfestigkeit einer ganzen Gitterwand innerhalb der Elasticitätsgrenze

$$P = E \pi^2 \frac{(J_1 + J_2)}{l^2} + Z \dots \quad (1)$$

nicht unbekannt, und eine einfache Konsequenz der Thatsache sei, „dass die Druck- und Zugstreben gemeinsam dem Ausknicken Widerstand leisten, wobei die Zugkräfte den Druckkräften entgegenarbeiten.“ Diese Aeußerung veranlasst mich zu der Bemerkung, dass die soeben angeführten Worte Engessers erst jetzt zum ersten Male in der Presse erscheinen, nachdem meine bescheidenen Untersuchungen über die angeregte Frage bereits bekannt geworden sind. Unzweifelhaft ist auch der Umstand, dass der II. Teil der „Zusatzzkräfte und Nebenspannungen“, in welchem der Autor zum ersten Male seine Anerkennung über die Unmöglichkeit des Ausknickens einer Gitterwand bei  $Z > D$  veröffentlicht, erst im Jahre 1893 erschienen ist, d. h. ein Jahr später als die Publikation meiner angenäherten Theorie über dasselbe Thema in den „Mitteilungen des Verbandes der Wegebauingenieure zu St. Petersburg.“ (April 1892.) Aber abgesehen von diesem, aller Wahrscheinlichkeit nach, ganz zufälligen Zusammenfallen der Umstände, lässt sich

die von Engesser citierte Aeußerung wohl kaum als ernste Beweisführung für die Richtigkeit der Formel (1) ansehen, welche angenähert für symmetrische Gitterwerke innerhalb der Elasticitätsgrenze gültig ist, und auch das nur, bei ganz bestimmten Verhältnissen zwischen  $J_1$  und  $J_2$ , als auch zwischen  $P$  und  $Z$ .

Wenn auch die Formel (1) jetzt so augenscheinlich ist, wie es Prof. Engesser behauptet, so beweist uns solches noch durchaus nicht, dass dieselbe irgend jemand vor der ersten Publikation des betreffenden analytischen Beweises, bekannt gewesen ist. Dieser Ansicht war wahrscheinlich auch Mantel, der seinen Aufsatz mit dem Hinweise der Quelle, der die betreffenden Formeln entnommen sind, beginnt.

Ist überhaupt die Formel (1) so augenscheinlich? Eine Antwort auf diese Frage giebt uns ein genaues Studium der Gültigkeitsgrenzen der bezüglichen Formel, sowie ein genaueres Eingehen auf die Fehlerwerte, die in Folge der Annäherungen, welche zur Entwicklung der Gleichung zulässig gemacht sind, auftreten.

Gleichzeitig muss ich jedoch hinzufügen, dass, wenngleich ich das Autorrecht für die Formel (1) für mich in Anspruch nehme, ich jeglicher Verallgemeinerung dieser Gleichung ausserhalb der Elasticitätsgrenze, etwa durch den Ausdruck

$$P = \frac{10 T_1 J_1}{l^2} + \frac{10 T_2 J_2}{l^2} + Z \dots \quad (2)$$

vollständig entsage. Die Grundlage, auf der diese Formel, welche auch erst in letzter Zeit zum ersten Male erschienen ist, basiert, scheint mir keine ganz zuverlässige zu sein. In Nr. 10 dieser Zeitschrift habe ich bereits hervorgehoben, dass, wenn die Kraft  $P$  die Elasticitätsgrenze der Druckstrebe überschreitet, weder die Formel (1) noch die von ihr abgeleitete Formel (2) zur Anwendung gelangen können; in diesem Falle kann die Rechnung nur auf die angenähert richtige Voraussetzung basiert werden, dass auch hier der Reduktionskoeffizient für die Länge

$$\mu = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{J_2}{J_1} + \frac{EI_1 \pi^2}{Ql^2}}} \text{ ist.}$$

Thatbestände über die Temperaturverteilung in der freien Atmosphäre auf den Kopf stellen und dagegen blosse mathematische Fiktionen annehmen, die für die wirklich momentan bestehenden realen Verhältnisse gar keine Bedeutung haben, so können wir unmöglich jenes zuweilen beobachtete Verhalten des zweiten Glühens nach dieser neuen Theorie erklären.

Bezeichnend und auffällig ist, dass wenn dies *zweite* Glühen — soweit man bis jetzt aus dem *vier* einzige bekannten Beobachtungen zu schliessen berechtigt — sich zuerst bei den tieferen Partien zeigt, der Himmel bzw. der Horizont stets mit bald stärkern, bald leichtern Wolken-schleieren bedeckt erscheint. Herr Pfarrer Dumermuth spricht in seinem obigen Bericht vom 5. Februar von solchen, am 6. Februar war nach dem Beobachtungsjournal dasselbe der Fall; das einzige, von unten beginnende zweite Glühen, welches Prof. Wolf von Bern am 1. Januar 1851 beobachtet wurde, fand gleichfalls bei erheblich bewölktem Himmel statt und endlich auch das von Prof. Amsler am 8. August 1894 vom Stanserhorn aus beobachtete von unten her beginnende zweite Glühen am Urirotstock, ereignete sich damals unter Umständen, welche absolut sicher darauf schliessen lassen, dass die Strahlen des untergehenden Tagesgestirn *keine* durchgängig wolkenfrei Atmosphäre passieren konnten.

Ehe und bevor wir also die von Amsler gegebene Theorie des vollständigen zweiten Glühens partiell anerkennen, muss sicher konstatiert werden, dass ein solches von *unten* beginnendes Alpenglühens auch bei (über dem ganzen Alpengebiet) absolut *reinem, wolkenlosem* Himmel stattfindet und nirgends die verräderische Wolkenschwelle zu konstatieren ist. Ferner muss durch spezielle Temperaturbeobachtungen an bestimmten Fällen im Sommer und Winter dargethan werden, dass jene den Strahl konkav nach oben ablenkende Luftschicht von 110 m Höhe *thatsächlich* existiert, die mit einem anfänglichen abnormen Temperaturgefalle von nahe 20° auf

## Zur Theorie des Alpenglühens.

Von Dr. J. Maurer in Zürich.

### III.

Die von Prof. Amsler für seine Theorie und seine Rechnung *konstruierten* Annahmen sind überhaupt und bezüglich des wichtigen meteorolog. Teiles ganz *ideal*, d. h. sie kommen in *Wirklichkeit gar nicht vor*, wie ein einziger Blick auf das Verhalten der kontinuierlich registrierten Temperaturen, auch an heißen und windstillen Tagen, unmittelbar über der Erdoberfläche und bis zu einer Höhe von 300—400 m zur Zeit des Sonnenuntergangs in der freien Atmosphäre sofort lehrt. Gesetzt aber auch die Suppositionen Amsler's wären tatsächlich möglich, und wir stossen auf eine solche horizontale Luftsicht, die wegen ihres hohen Temperaturgefälles den bei  $A$  schief einfallenden Sonnenstrahl wirklich in grossem Bogen, unmittelbar vor Beginn des zweiten Glühens, konkav nach oben über die Spitze der Jungfrau z. B. hinweg zu lenken vermag, so führt dies dann auf die notwendige, gar nicht zu umgehende Folgerung, dass dieselbe Schicht den Lichtstrahl *auch wieder über die Spitze zurück* nach unten biegen muss, wenn die «*indifferente*» kältere Schicht in den nächsten Minuten sich nähert, denn das Temperaturgefalle kann nur *langsam* und *stetig* sich ändern; in tollen, abgebrochenen Sprüngen von 20° auf 4° und noch darunter in kaum fünf Minuten geht das ja niemals! Die Beleuchtung muss daher unbedingt und notwendig zuerst wieder oben bei der *Spitze* beginnen, ehe und bevor sie «viele hunderte von Metern» unterhalb des Gipfels aufängt das Auge zu erfreuen. Dieser Umstand ist aber gerade das Gegenteil von dem was Prof. Amsler findet, und doch ist es direkt aus seiner Theorie hergeleitet?

Wollen wir nicht alle bis jetzt als sicher und verbürgt erwiesenen

Ich will hier auf diese bereits erschöpfte Frage nicht wieder eingehen; was aber die von Prof. Engesser vorgeschlagene allgemeine theoretische Gleichung

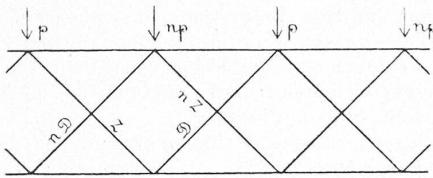
$$P = \frac{T^I}{l^2}$$

anbelangt, so erlaube ich mir, am Schlusse dieser Abhandlung darauf zurückzukommen.

Die Richtigkeit der Formel (1) zugebend, beweist Prof. Engesser, dass, wenn bei der normalen Belastung  $D > Z$  ist, die Gitterknotenpunkte fest in ihrer ursprünglichen Lage bleiben und daher nur ein Ausknicken der Streben zwischen diesen Festpunkten möglich ist.

Mit dieser Meinung kann ich nicht einverstanden sein. In der That: welchen Wert auch  $Z$  bei normaler Brückenbelastung haben möge, wir können uns immer solch einen Wert von  $P$  vorstellen, der im Stande ist, die Druckstrebe zu zerknicken, ohne  $Z$  proportional zu vergrössern. Nehmen wir beispielsweise ein zweifaches Gittersystem (Fig. 1), und

Fig. 1.



stellen wir uns vor, dass wir die äussere Belastung auf die Knotenpunkte desjenigen Systems, zu dem die betrachtete Druckstrebe gehört, vergrössern, ohne jedoch ein Gleiches für die Knotenpunkte des zweiten Systems zu thun. Dabei wächst  $D$  natürlich fast unabhängig von  $Z$  und kann immer den kritischen Wert  $P$  erreichen.<sup>1)</sup> Im mehrfachen Gitterwerk verwickelt sich diese Frage etwas mehr; aber auch hier ist es klar, dass die Annahme einer gleichmässigen Vergrösserung der Belastung auf alle Knotenpunkte nicht die ungünstigste zur Bestimmung der Zerknickungsspannung der Druckstrebe ist.

Prof. Engesser dagegen geht von dem Principe aus, dass es unmöglich sei, auf die Druckstrebe eine Kraft  $P$ , welche  $n$ -mal die Kraft  $D$  überschreitet, einwirken zu lassen, ohne dabei gleichzeitig auch die Zugkraft  $Z$   $n$ -mal zu vergrössern. Warum aber sollte es möglich sein, als Grund-

<sup>1)</sup> Natürlich setzen wir hierbei die Existenz von Schnärrnien in sämtlichen Knotenpunkten und die Vernachlässigung der Deformation voraus.

100 m, letzteres innerhalb wenigen Minuten auf den fünften Teil zu reduzieren im Stande ist. Dieser faktische Nachweis dürfte Prof. Amsler jedenfalls außerordentlich schwer fallen.

Wie Prof. Amsler besonders hervorhebt folgt aus seiner Erklärung des Alpenglühens unmittelbar, dass bei *Sonnenaufgang* nichts diesem Phänomen ähnliches sich zeigen kann, also auch *keine* Beleuchtung der Alpen vor Sonnenaufgang existiert, denn um diese Zeit haben sich die Temperaturen in den untern und untersten Luftsichten längst so weit ausgeglichen, dass bei Sonnenaufgang die Dichte und Brechkraft der Luft von der Erdoberfläche aus mit zunehmender Höhe beständig abnimmt, der normale Zustand also wieder hergestellt ist.

Hier ist ein Punkt, wo wir ebenfalls entschieden widersprechen müssen. Lassen wir vorerst einem ausgezeichneten Gewährsmann, einer bekannten und kompetenten Autorität auf dem Gebiete der Dämmerungserscheinungen, das Wort. Herr v. *Bezold* bemerkt in seiner klassischen Abhandlung «Beobachtungen über die Dämmerung» (Poggendorff-Annalen, 1864 Bd. CXXIII): . . . «Bereits seit einer Reihe von Jahren hatte bei einem im Herbste regelmässig wiederkehrenden Aufenthalte in den Alpen die Erscheinung des sog. Nachglühens meine Aufmerksamkeit erregt. Hiebei fiel mir auf, dass das ebengenannte Nachglühen des Abends stets *gleichzeitig* mit einem eigentümlichen *purpurnen* Lichte am *Westhimmel* eintrat, während das *analoge Phänomen des Morgens* sich zeigte . . . Die Angabe der Gebrüder Schlagintweit, dass sie niemals des Morgens ein Analogon des Nachglühens beobachtet hätten, ist mir daher geradezu unverständlich, da ich, obwohl ich mich nicht gerade zu häufig vor Sonnenaufgang im Freien befunden habe, doch an jedem hellen *Morgen*, wo dies der Fall war, zu der entsprechenden Zeit die Berge mit rosenfarbenem,

lager zur Berechnung von gedrückten Streben die ideale Voraussetzung über  $n$ -fache Belastung sämtlicher Knotenpunkte gelten zu lassen, und warum ist es unmöglich, zu demselben Behufe die ungünstigere und ebenfalls ideale Annahme zu machen, dass die  $n$ -fache Last nicht auf alle Knotenpunkte, sondern bloss auf einige derselben, aufgetragen ist? Natürlich wird in der Praxis die Belastung das  $n$ -fache der normalen nicht erreichen, jedoch ist eher eine Überbelastung einzelner Knotenpunkte, als eine solche aller gleichzeitig zu erwarten. Daher halte ich das von mir vorgeschlagene Rechnungsverfahren, obgleich es einige überschüssige Sicherheit, namentlich beim vielfachen Gitterwerke giebt, für die praktische Anwendung ratsamer, als das von Professor Engesser.

Die Rechnungsresultate, die sich nach diesen beiden Methoden ergeben, weisen bedeutende Unterschiede auf. So hat beispielsweise Mantel für die Druckstrebe der Brücke bei Mumpf die zulässige Knickspannung nach meiner Methode zu  $3,25 t$  berechnet, unter Annahme von  $Z = 10^1$ ; während nach der Ansicht Engessers hier bloss ein Ausknicken zwischen den Knotenpunkten möglich ist, was eine zulässige Spannung von  $6,25 t$  ergiebt. (S. 88.)

In meiner ersten Abhandlung „Zu den Knickfragen“ habe ich bereits den Gedanken durchgeführt, dass eine ideelle Belastung der Brücke, infolge deren ein gleichmässiges Anwachsen von  $D$  und  $Z$  stattfindet, nicht die allerungünstigste für die Druckstrebe ist. Dasselbst habe ich auch bewiesen, dass bei dem Verhältnis  $\frac{D}{Z} > 1$  der Widerstand des Gitterwerkes gegen Ausknicken desto unstabiler wird, je grösser die absoluten Werte von  $D$  und  $Z$  werden. In diesem Falle genügt eine verhältnismässig geringe Aenderung des Wertes  $\frac{D}{Z}$ , um einen Bruch der Strebe bei einem Werte der Druckkraft  $D$  hervorzubringen, der einige Male kleiner ist als dasjenige  $P$ , durch welches ein Zerknicken der Strebe zwischen den festen Knotenpunkten möglich wird. So z. B. ist, genannten Ortes für die Brücke bei Mumpf bewiesen, dass bei einer Vergrösserung des Wertes  $\frac{D}{Z}$  um  $30\%$ , ein Bruch des Gitterwerkes schon bei  $P = 9,5 t$  stattfindet, d. h. bei einem fast  $2\frac{1}{2}$  mal kleineren Werte desjenigen  $P$ , welches

<sup>1)</sup> Meiner Meinung nach ist hier das  $Z$  zu gross gewählt; der Wert von  $Z$  sollte aus der dem  $D_{max}$  entsprechenden Laststellung gefunden werden.

ausserordentlich diffusum Lichte übergossen fand. In Partenkirchen im bayrischen Hochlande kann man diese Erscheinung am Zugspitzberge aufs prachtvollste beobachten, während die grosse Wand des Wettersteins für das Nachglühen am Abend ausserordentlich günstig liegt. Die rosa und purpurnen Töne sind des Morgens vorherrschend, während die feurigen Tinten, das Orange und das Rote, wie man es des Abends beobachtet, weit sparsamer vertreten sind und gewiss mit vollem Rechte als Vorboten schlechten Wetters betrachtet werden.»

Gehen wir ungefähr 30 Jahre weiter zurück, so finden wir auch schon bei unserm *Necker-de Saussure* (l. c. pag. 135) ganz ähnliche Belege; von dem früheren Beobachter, John Beyer, existiert ferner folgende authentische Beobachtung von der *Säntis*spitze aus: . . . «Einen ungemein überraschenden Anblick boten die Bündner-Alpen am 23. Januar 1884 des *Morgens*. Eine Wolkendecke überzog den Himmel, mit Ausnahme des südöstlichen Horizontes. Schon längere Zeit vor Sonnenaufgang waren die Bündner-Berge, allein im weiten, sonst düstern Alpenreigen, mit einem rosigen Schimmer übergossen, der von Sekunde zu Sekunde an Lebhaftigkeit gewann. Ich weiss keinen bessern Vergleich, als wenn ich sage: die ganze entfernte Reihe, Piz Kesch, Palü, Ot, Bernina etc. bis Disgrazia und d'Arblasch schien wie Metallguss durch ein inneres Feuer in die *höchste* Rotglut versetzt . . .» und dem wollen wir endlich noch beifügen, dass unser trefflicher, leider verstorbener Pfarrer Tscheinen in Grächen ob St. Nicolaus (Vispertaal, Wallis) vom 26.—29. Dezember 1883, das herrlichste Glühen des Weisshorns *morgens*  $6\frac{1}{2}$  Uhr beobachtete, während die Sonne doch sonst erst kurz vor 8 Uhr, wie er im Beobachtungsjournal schreibt, die oberste Spitze des Berges bescheinigt. Das dürfte genügen; es spricht auch nicht für die Amslersche Theorie. (Forts. folgt.)

sich unter Voraussetzung eines Ausknickens zwischen den Fixpunkten ergiebt ( $P = 25 t$ ).

In seinem Nachtrage bemerkt Professor Engesser, dass ich die dynamischen Einwirkungen der Verkehrslast zu hoch in Rechnung bringe, da die grösste Differenz zwischen den Spannungsmaxima- und Minima nicht mehr als 50 % der statischen Spannungen beträgt. Ausserdem könnte so ein Zustand nur ganz kurze Zeit dauern. Lassen wir nun zu, dass das Verhältnis  $\frac{D}{Z}$  sich wirklich um 50 %, und nicht, wie ich oben angenommen, um 30 % ändert, so erhalten wir für das angeführte Beispiel der Brücke bei Mumpf

$$P = 2,75 + 0,5 P = 5,50 t$$

d. h. einen Wert, der sogar kleiner ist als diejenige zulässige Spannung der Druckstrebe, welche sich für dieselbe unter Einführung der ganzen Strebenlänge als Knicklänge ergiebt. Ein derartig gefährlicher Zustand ist wohl kaum, sogar für eine sehr geringe Dauer, zulässig.

Ueberhaupt scheinen mir unsere statischen Berechnungen nicht genügend genau, um mit ihrer Hilfe den Wert  $Z$  innerhalb der Elasticitätsgrenze mit einer grösseren Annäherung als bis auf 30—40% zu finden. — In noch viel grösserem Masse gilt solches ausserhalb der Elasticitätsgrenze. Eines blos wissen wir dabei mit Sicherheit, nämlich: dass im Anfange der Periode, in welcher die Streckgrenze der Zugstrebe überschritten ist, eine bedeutende Längenänderung derselben, ohne wesentliche Erhöhung der Spannung, auftritt. Unter diesen Umständen ist das Gitterwerk bedeutenden Deformationen ausgesetzt und die Spannungen derjenigen Streben, in denen die Streck- bzw. Quetschgrenze noch nicht überschritten ist, wachsen viel schneller, als diejenigen der übrigen Streben. Es ist daher wohl kaum vorauszusetzen, dass sogar bei einer proportionalen Vergrösserung der ganzen normalen Brückengrenzbelastung; das Verhältnis  $\frac{D}{Z}$  konstant bleiben kann.

Daher scheint es mir, dass bei der Berechnung einer Druckstrebe auf Knickfestigkeit, die Frage über die mögliche Verteilung der Strebenspannungen, bei einer ideellen Brückengrenzbelastung, welche die normale um das  $n$ -fache überschreitet, vollständig ignoriert werden sollte; erstens deswegen, weil diese Frage sich einer regelrechten Lösung nicht unterzieht und zweitens deswegen, weil eine derartige Belastungsannahme nicht die ungünstigste für die betr. Druckstrebe ist. Das Wesen unseres Principes besteht also in Folgendem:

Man bestimme den Wert der äusseren idealen Druckkraft  $P$ , welche notwendig ist, um die Druckstreben zu zerknicken, unter Beibehaltung aller derjenigen Bedingungen, unter denen sich diese Streben bei normaler Belastung befinden; d. h. unter Beibehaltung aller normalen Werte von  $Z$ , durch welche die Gegenstreben gezogen werden. Die zulässige Spannung  $D$  darf den  $n$ ten Teil von  $P$  nicht überschreiten.

Natürlich giebt diese Methode eine etwas erhöhte Sicherheit gegen Ausknicken, was aber jedenfalls dem Risiko, mit welchem die Voraussetzung eines konstanten Verhältnisses  $\frac{D}{Z}$  verbunden ist, vorzuziehen ist. Was nun auf die vollständige Verzichtung der Mithilfe von  $Z$  zu Gunsten der Sicherheit anbelangt, wodurch sich natürlich die Rechnung bedeutend vereinfachen würde, so halten wir solches für eine einfache Uebertreibung, nach der uns nur übrig bliebe  $J_2 = 0$  bzw.  $\mu = 1$  zu setzen.

Der Umstand, dass die gezogenen Gegenstreben verschieden dimensioniert und verschieden grossen Zugkräften ausgesetzt sind, kann dadurch in Rechnung gebracht werden, dass man zwei Werte von  $\mu$  bestimmt, von denen der eine der schwächsten, der andere der steifsten Zugstrebe entspricht. Der wahre Wert von  $\mu$  liegt dann innerhalb dieser Grenzen; für praktische Zwecke jedoch, scheint mir der untere Grenzwert vollständig zu genügen.

Zum Schlusse erlaube ich mir, etwas näher auf die von Prof. Engesser vorgeschlagene theoretische Formel zur Bestimmung der Knickfestigkeit von Druckstreben ausserhalb der Elasticitätsgrenze, einzugehen. (S. 88.)

$$P = \pi^2 \frac{d\sigma}{d\epsilon} J : l^2 = \frac{\pi^2 T J}{l^2} \quad \dots \quad (3)$$

Diese allgemeine Gleichung, welche auf ebenso rationeller Grundlage, wie die Eulersche beruhen soll, scheint mir nicht ganz berechtigt. Im zweiten Teile der „Zusatzkräfte und Nebenspannungen“ ist diese Formel, wie folgt, von der Arbeitslinie des Materials aus (Fig. 2) entwickelt.

„Wir denken uns den Stab um die sehr kleine Grösse  $\delta$  seitlich ausgebogen und suchen diejenige Druckkraft  $S_0$ , welche im Stande ist, den Stab in dieser Ausbiegung zu erhalten. Unter der Annahme, dass die Stabquerschnitte auch nach der Biegung noch Ebenen bilden, lässt sich die Dehnung eines Faserelementes, das um  $v$  von der durch den Schwerpunkt gehenden Biegungssachse entfernt ist, ausdrücken durch  $\epsilon = \epsilon_0 + v : s$ , wo  $\epsilon_0$  = Dehnung des Achsenelementes,  $s$  = Krümmungsradius desselben. Aus Fig. 2 folgt für kleine

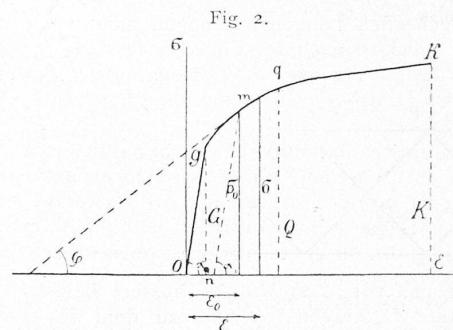


Fig. 2.

Biegungen, d. h. für wenig von einander verschiedene Dehnungen:

$$\frac{\sigma - \sigma_0}{\epsilon - \epsilon_0} = \frac{d\sigma}{d\epsilon} = \operatorname{tg} \varphi, \text{ also } \epsilon = \epsilon_0 + \frac{\sigma - \sigma_0}{\operatorname{tg} \varphi} = \epsilon_0 + \frac{\sigma - \sigma_0}{T} \text{ wenn man } \operatorname{tg} \varphi \text{ mit } T \text{ (Knickmodul) bezeichnet. Nach Einfügen in obigen Ausdruck von } \epsilon \text{ erhält man } \sigma = \sigma_0 + \frac{Tv}{s}$$

Das Gleichgewicht der inneren Kräfte eines Querschnittes mit den äusseren Kräften verlangt:

$$S_0 = \int \sigma dF = \int \left( \sigma_0 + \frac{Tv}{s} \right) dF = \sigma_0 F, \quad \dots \quad (a)$$

da  $\int v dF$  für die Schwerpunktsachse = 0, und

$$M = \int v \sigma dF = \int v \left( \sigma_0 + \frac{Tv}{s} \right) dF = \int \frac{Tv^2}{s} dF = \frac{JT}{s} \quad (b)$$

Vorstehende Gleichungen unterscheiden sich von den innerhalb der Elasticitätsgrenze gültigen nur dadurch, dass der Knickmodul  $T$  an die Stelle des Elasticitätsmoduls  $E$  getreten ist. Man kann also die unter Voraussetzung des Elasticitätsgesetzes  $\sigma = E\epsilon$  abgeleiteten Gleichungen unmittelbar benutzen, wenn man  $E$  durch  $T$  ersetzt, wie dies oben geschehen ist.“

Indem also Prof. Engesser die sehr wahrscheinliche Voraussetzung macht, dass die Stabquerschnitte auch nach der Durchbiegung Ebenen bilden, setzt er jedoch voraus, dass die Spannungen der zu beiden Seiten der Neutralachse, für welche  $\sigma = \sigma_0 = \frac{S_0}{F}$  ist, gelegenen Fasern, sich in gleicher Abhängigkeit von den Dehnungen befinden, d. h. dass zu den Seiten dieser Achse der Koeffizient  $T = \operatorname{tg} \varphi$  dieselbe Grösse beibehält; wobei also die neutrale Achse mit der durch den Schwerpunkt des Querschnittes durchgehenden Achse zusammenfällt.

Diese Voraussetzung trifft jedoch nicht zu.

Es ist bekannt, dass für die Fasern, welche auf der konkaven Seite der Neutralachse liegen und deren Druckspannung in Folge der Durchbiegung vermindert wird,

$$\frac{\sigma - \sigma_0}{\epsilon - \epsilon_0} = E \text{ ist,}$$

wo  $E$  den Elasticitätsmodul bedeutet.

Für die Fasern dagegen, die auf der konvexen Seite der Neutralachse gelegen sind und deren Druckspannung infolge der Durchbiegung erhöht wird, ist

$$\frac{\sigma - \sigma_0}{\epsilon_1 - \epsilon_0} = \operatorname{tg} \varphi.$$

Hierin ist  $\operatorname{tg} \varphi$  eine variable Grösse, die bei steigendem  $\sigma$  fällt. Betrachten wir aber ausschliesslich sehr kleine Durchbiegungen, so können wir für alle Fasern auf der konkaven Seite der neutralen Achse  $\operatorname{tg} \varphi$  als konstant und gleich

$$\operatorname{tg} \varphi = \left( \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right) \sigma = \sigma_o$$

annehmen.

Diese Grösse ist augenscheinlich nicht gleich, sondern immer kleiner als  $E$ .

In der That, denken wir uns einen Stab aus Eisen der Wirkung von Druckspannungen, die von  $o$  bis  $\sigma_o$  heranwachsen, ausgesetzt, so ändern sich die in dem Materiale hervorgerufenen Deformationen nach der Linie  $og - gm$  bis zur Grösse  $\varepsilon_o$ . Vergrössern wir nun die Spannungen bis über  $\sigma_o$  hinaus, so wächst die Deformation nach derselben Kurve  $gmp$  weiter. Verringern wir aber dagegen die Spannungen, die bereits die Grösse  $\sigma_o$  erreicht haben, so folgen die entsprechenden Längenänderungen nicht mehr auf dem Wege  $mgo$ , sondern nach der Linie  $mn$  fast parallel zu  $go$  zurück. Der Neigungswinkel  $\alpha_1$ , den  $mn$  mit  $Oe$  bildet, ist — wie bekannt — grösser als  $\varphi$  und nahezu gleich  $\alpha_o$ , für welchen  $\operatorname{tg} \alpha_o = E$ .

Unter diesen Verhältnissen weicht natürlich die Neutralachse, von der Achse, die durch den Schwerpunkt des Querschnittes geht, ab, die Gl. (a) und (b) verlieren ausserhalb der Elasticitätsgrenze ihre Gültigkeit und somit verliert auch die Formel (3) die ihr zugeschriebene theoretische Grundlage.

Hierbei erlaube ich mir, daran zu erinnern, dass schon im Jahre 1889 der bekannte französische Gelehrte Considère in seinem dem Pariser Kongress vorgelegten Memoire<sup>1)</sup> deutlich bewiesen hat, dass es fehlerhaft wäre, zur Bestimmung der Knickfestigkeit eines Stabes ausserhalb der Elasticitätsgrenze in der Eulerschen Formel, die konstante  $E$  durch den Ausdruck  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sigma_o}{\sigma_e}$  zu ersetzen.

Es ist natürlich immer möglich, die Grösse der Knickfestigkeit eines Stabes, in welchem die Elasticitätsgrenze überschritten ist, durch die Formel

$$P = \frac{10 TJ}{r^2}$$

auszudrücken, wo  $T$  irgend eine, uns unbekannte Funktion von den Stabdimensionen ist, aber diese Funktion ist nicht gleich  $\operatorname{tg} \varphi$ , sondern grösser als diese. Die Gestalt dieser Funktion theoretisch zu finden, ist vorläufig unmöglich, es bleibt uns daher nur der empirische Weg. Aus den Versuchen von Tetmajer liesse sich der Wert von  $T$  natürlich leicht bestimmen, aber es wäre dann die Formel (3) nur eine überflüssige Komplikation der Tetmajer'schen.

Es scheint mir daher, dass zur Bestimmung der Knickfestigkeit eines gedrückten Stabes ausserhalb der Elasticitätsgrenze, bis heute noch keine irgend wie rationell begründete theoretische Formel vorgeschlagen ist, und daher müssen wir uns vorläufig mit empirischen Formeln begnügen. Unter denselben nimmt die bekannte Tetmajer'sche unzweifelhaft die erste Stelle ein, einmal ihrer Einfachheit halber, ferner wegen der merkwürdigen Uebereinstimmung ihrer Resultate sowohl mit den zahlreichen Versuchen von Tetmajer selbst, als auch mit denen von Considère.

St. Petersburg, 16 April 1895.

Adj. Prof. F. Jasinski.

## Zur Beurteilung von Wechselstrom-Dynamo-Maschinen.

Von Dr. H. Behn-Eschenburg, Oerlikon.

Diejenige Grösse, welche am sichersten über die Güte und Leistungsfähigkeit einer Wechselstrom-Dynamo entscheidet, ist bekanntlich der Spannungsabfall, d. h. die Differenz der Klemmspannung der Dynamo bei konstanter Tourenzahl und konstanter Stromstärke des das Feld

<sup>1)</sup> Congrès international des procédés de construction. Comptes rendus. Annexe: «Résistance des pièces comprimées par M. Considère.»

magnetisierenden Gleichstroms, wenn 1) die Armaturwindungen der Dynamo stromlos sind und 2) einen Strom mit einer bestimmten Phasendifferenz gegenüber der Klemmspannung abgeben. Mit andern Worten ist der Spannungsabfall die Differenz der Spannungen bei konstanter Erregung und Tourenzahl bei Leerlauf und einer bestimmten Belastung.

Dieser Spannungsabfall ist im wesentlichen bestimmt 1) durch die Induktion der stromführenden Armaturwindungen auf sich selbst, 2) durch den Kupferwiderstand dieser Windungen und 3) durch die Rückwirkung der von den Armaturströmen induzierten Foucaultströme hauptsächlich in den massiven Eisenkörpern der Feldmagnete. Diese drei Bedingungen des Spannungsabfalls sind darzustellen als elektromotorische Kräfte, welche in bestimmter Phase sich mit der E. M. K. der Dynamo zu der resultierenden Klemmspannung zusammensetzen. Wir erhalten so drei elektromotorische Kräfte in den Armaturwindungen, proportional der Belastungsstromstärke, die wir in einem Polardiagramm (Fig. 1) ihren effektiven Werten und ihrer Phase, d. h. ihrer Richtung nach mit der Bezeichnung  $e_1$ ,  $e_2$  und  $e_3$  eintragen. In dem gleichen Diagramm bezeichnen wir die Belastungsstromstärke der Armatur mit  $J$ , die E. M. K. der Dynamo, welche gleich ist der bei Leerlauf auftretenden Klemmspannung, mit  $E$ ; die Klemmspannung bei Belastung mit  $E_1$ . Die Richtung der verschiedenen Grössen wird bestimmt durch den Winkel der Phasendifferenz, den die betreffende Grösse gegenüber der Stromstärke  $J$  einnimmt. Es besteht nun ihrer Natur nach zwischen der E. M. K.  $e_1$  der Selbstinduktion und der Stromstärke  $J$  die Phasendifferenz  $\frac{\pi}{2}$ , zwischen den E. M. K.  $e_2$  und  $e_3$  und der Stromstärke  $J$  die Phase  $\alpha$ . Wir nehmen ferner an, dass für die gewählte Belastung der Dynamo zwischen der Klemmspannung  $E_1$  und der Stromstärke  $J$  die Phasendifferenz  $\varphi$  herrsche, wobei  $\varphi$  definiert ist, dadurch dass die Wattabgabe der Dynamo gesetzt wird:

$$W = E_1 \cdot J \cdot \cos \varphi \quad \dots \quad (1)$$

(Für Lichtverteilungen mit Transformatoren ist  $\varphi$  etwa  $10^\circ$ ,  $\cos \varphi$  praktisch = 1 zu setzen; für Kraftverteilung mit asynchronen Motoren ist  $\varphi$  etwa  $35^\circ$ ,  $\cos \varphi$  etwa 0,85 aufzunehmen). Der Spannungsabfall der Dynamo ist aus dem Diagramm zu entnehmen gleich  $E - E_1$ . Für synchrone Motoren ist das gleiche Diagramm anzuwenden, wenn die E. M. K. des Synchronmotors an Stelle der Klemmspannung des Generators  $n$  und die Klemmspannung des Motors an Stelle der E. M. K. des Generators eingetragen wird.

Die Resultante  $e$  der drei elektromotorischen Kräfte  $e_1$ ,  $e_2$ ,  $e_3$ , welche die Phase  $\alpha$  gegen  $J$  hat, stellt die totale gegenelektromotorische Kraft der stromführenden Armatur dar. Durch diese E. M. K.  $e$  und die Stromstärke  $J$  ist ein scheinbarer innerer Widerstand  $R$  der Armaturwindungen zu definieren:

$$R = \frac{e}{J} \quad \dots \quad (2)$$

Es ist nun eine Hauptaufgabe der Prüfung von Wechselstrom-Dynamos, diesen Widerstand  $R$  resp.  $e$  zu ermitteln und voraus zu berechnen, da bei Kenntnis von  $R$  und  $e$  ohne Weiteres aus dem Diagramm Fig. 1 sämtliche für den Betrieb wichtige Grössen zu entnehmen sind.

Ich habe hierfür seit längerer Zeit folgendes Verfahren eingeführt, das ich meinen Kollegen empfehlen möchte. Es wird zunächst in bekannter Weise eine Charakteristik der E. M. K.  $E$  der Dynamo bei stromloser Armatur aufgenommen. (Vergl. Fig. 2, Kurve  $E$ .) Als Abscisse wird die Zahl der Amperewindungen des magnetischen Gleichstroms, resp. die Stromstärke des Erregerstroms, als Ordinate die induzierte Spannung  $E$  der Dynamo bei einer

