Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 25/26 (1895)
Heft: 13

Artikel: Knickfragen
Autor: Engesser, Fr.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-19247

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 31.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

INHALT: Knickfragen. — Berner Oberland-Bahnen mit besonderer Berücksichtigung der schweiz. Zahnradbahnen mit Reibungsstrecken. V. — Miscellanea: Schweiz. Landesausstellung in Genf 1896. Jahreskredit für das eidg. Polytechnikum. Der Bau eines Kanals von Marseille zur Rhone. Projekte für elektrische Kraftübertragung in Italien. Monopolisierung der Wasserkräfte der Schweiz. Ein Kongress italienischer Ingenieure und Architekten in Genua. Die internationale Konferenz zur Vereinbarung einheitlicher Prüfungsmethoden für Baumaterialien. Neue Tonhalle in Zürich. Schweiz. Nordostbahn. Verband deutscher Elektrotechniker. — Nekrologie: † Konrad Arnold Keller. — Konkurrenzen: Museumsgebäude in Kairo. Museumsgebäude in Budweis. Bebauung des Platzes um den Wasserturm in Mannheim. — Litteratur: Allgemeine Gewerbehygieine und Fabrikgesetzgebung. Die Städtereinigung. Bau- und Wohnungshygieine. — Vereinsnachrichten: Stellenvermittelung.

Knickfragen.

I.

Zu dem auf Seite 15 und 24 dieser Zeitschrift veröffentlichten Aufsatze von Mantel über „Knickfragen" mögen nachstehend einige Bemerkungen gestattet sein.

Die von Euler aufgestellte Knickformel für einen geraden Stab konstanten Querschnitts

$$P = \frac{\pi^2 E J}{l^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

ist wie bekannt nur innerhalb der Elasticitätsgrenze gültig. Ausserhalb dieser Grenze tritt an ihre Stelle die von Unterzeichnetem in der hannovrischen Zeitschrift 1889 entwickelte allgemeine Gleichung

$$P = \pi^2 \frac{d\sigma}{d\varepsilon} J : l^2 = 10 \frac{d\sigma}{d\varepsilon} J : l^2 = \frac{10\, T J}{l^2} \quad . \quad (2)$$

worin σ (Spannung) und ε (Dehnung) die Koordinaten der Arbeitslinie bezeichnen, und $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ zur Abkürzung gleich T (Knickmodul) gesetzt wurde. Innerhalb der Elasticitätsgrenze ist $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ konstant gleich dem Elasticitätsmodul E; man erhält als Specialfall die Eulersche Formel.

Ausserhalb dieser Grenze lässt sich für Eisen $\frac{d\sigma}{d\varepsilon} : l^2$ näherungsweise durch eine Gerade darstellen, wie dies auch durch die Versuche über Knickfestigkeit von Tetmajer und anderen direkt nachgewiesen wurde. Die diesbezüglichen Formeln, z. B. die von Tetmajer:

$$P = \left(3 - 0{,}013 \frac{l}{i}\right) F_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

sind nun allerdings empirischer Natur; die Hauptgleichung (2) dagegen beruht ebenso wie die Eulersche auf *rationaler* Grundlage. Bei beiden Formeln ist selbstverständlich die Kenntnis der elastischen Eigenschaften des Materials erforderlich, und zwar bei Gleichung (2) die Kenntnis der vollständigen Arbeitslinie, bei der beschränkteren Eulerschen Formel nur die des anfänglichen geraden Teils derselben, für welchen $\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = E$.

Was nun die Bestimmung der Knickfestigkeit einer ganzen Gitterwand anbelangt, so ist das hierbei einzuschlagende Verfahren keineswegs unbekannt. Es ist ohne besondere theoretische Entwickelungen direkt ersichtlich, dass die Druckstreben und Zugstreben gemeinsam dem Ausknicken Widerstand leisten, und dass die Zugkräfte den Druckkräften entgegenarbeiten. Hieraus ergiebt sich für die gewöhnlichen symmetrischen Gittersysteme, wenn man die Druckkräfte D und die Zugkräfte Z jeweils konstant annimmt, als Knickkraft P, die zum Ausknicken der Gitterwand erforderlich ist

$$P = \frac{10\, T_1 J_1}{l^2} + \frac{10\, T_2 J_2}{l^2} + Z \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Hierin beziehen sich T_1 und J_1 auf die Druckstreben, T_2 und J_2 auf die Zugstreben, l bezeichnet die Strebenlänge.

Liegen die Strebenspannungen im Augenblicke des Ausknickens innerhalb der Elasticitätsgrenze, so geht Gl. (4) in die von Jasinski angeführte über

$$P = \frac{10\, E (J_1 + J_2)}{l^2} + Z \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Wenn $D \geq Z$, wie dies in vielen Fällen der Anwendung näherungsweise zutrifft, kann hiernach die vorhandene Druckkraft D niemals die zum Ausknicken der ganzen Wand erforderliche Knickkraft P erreichen. Die Gitterknotenpunkte bleiben fest in ihrer ursprünglichen Lage; es ist nur ein Ausknicken der einzelnen Druckstreben zwischen diesen Festpunkten (auf Maschenlänge a) möglich. Dem entsprechend ist auf Seite 133 des Buchs „Die Zusatzkräfte und Nebenspannungen eiserner Fachwerkbrücken, II. Teil" bezüglich der Gitterstreben engmaschigen Systems angeführt, dass als Knicklänge der Druckstreben die Maschenweite a eingeführt werden könnte, sofern die Zugkräfte durchgehends gleich oder grösser als die Druckkraft des betrachteten Stabes wären, dass jedoch mit Rücksicht darauf, dass bei den üblichen Anordnungen auf der einen Hälfte der Druckstrebe die kreuzenden Zugkräfte kleiner sind, die Knicklänge grösser als a ist und mit mindestens $= 2\,a$ in Rechnung geführt werden sollte. (Siehe hierüber unter II).

In dem vorliegenden Artikel wird nun gleichfalls die Folgerung gezogen, dass für $D = Z$ ein Ausknicken der ganzen Wand unmöglich sei, und dass nur das Ausknicken der Druckstreben auf Maschenlänge in Betracht komme. Die weiteren Darlegungen bezüglich der Einführung des Sicherheitsgrades n und des bei statischen Berechnungen einzuhaltenden Verfahrens sind jedoch nicht zutreffend. Wenn n-fache Sicherheit gegen Ausknicken der ganzen Gitterwand vorhanden sein soll, so heisst das, die Druckkraft D_0, die unter den normalen Betriebsverhältnissen auftritt, darf den $n$ten Teil der Knickkraft P nicht überschreiten; man hat hiernach, die Gültigkeit des Elasticitätsgesetzes vorausgesetzt,

$$D_0 = \frac{P}{n} = \frac{10\, E (J_1 + J_2)}{n\, l^2} + \frac{Z}{n} = \frac{10\, E (J_1 + J_2)}{n\, l^2} + Z_0 \quad (6)$$

woraus das erforderliche Trägheitsmoment erhalten wird zu

$$J_1 + J_2 = \frac{n (D_0 - Z_0)\, l^2}{10\, E} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Für $D_0 \leq Z_0$ ergiebt sich hieraus $J_1 + J_2 \leq 0$, d. h. ein Ausknicken der Tragwand ist unmöglich, es kommt nur ein Ausknicken zwischen zwei Knotenpunkten in Betracht, wofür

$$P = \frac{10\, E J_1}{a^2}, \quad D_0 = \frac{P}{n} = \frac{10\, E J_1}{n\, a^2}, \quad J_1 = \frac{n\, D_0\, a^2}{10\, E} \quad (8)$$

Statt vorstehender Gleichungen wurde in dem besprochenen Artikel gesetzt:

$$D_0 = \frac{10\, E (J_1 + J_2)}{n\, l^2} + \frac{Z_0}{n}, \text{ woraus } J_1 + J_2 = \left(D_0 - \frac{Z_0}{n}\right) \frac{n\, l^2}{10\, E}.$$

Für $D_0 = Z_0$ ergiebt sich hieraus ein bestimmter positiver Wert von $J_1 + J_2$, während doch ein Ausknicken der Wand überhaupt nicht möglich, und somit $J_1 + J_2 = 0$ genügen müsste. Die Ursache dieses Widerspruchs liegt darin, dass der günstige Einfluss der Zugkräfte n-mal zu klein in Rechnung gestellt wurde. Beim dem richtigen, in Gl. (6) und (7) zum Ausdruck gebrachten Verfahren ist selbstverständlich „ein Widerspruch zwischen den Verhältnissen, unter denen die Streben wirklich arbeiten, und nach welchen wir sie rechnen" nicht vorhanden.

Das angeführte Zahlenbeispiel der Brücke bei Mumpf zeigt deutlich die Grösse des begangenen Fehlers. Auf Seite 25 wurde die Tragkraft der betrachteten Strebe bei vierfacher Sicherheit nur zu 3,2 t berechnet, während sie, da für $D_0 = Z_0$ nur ein Ausknicken zwischen zwei Knotenpunkten in Frage kommen kann, auf

$$\left(3 - 0{,}013 \frac{l}{i}\right) \frac{F}{n} = \left(3 - 0{,}013 \frac{105}{1{,}16}\right) \frac{13{,}64}{4} = 6{,}25\ t$$

steigt.*)

II.

In Wirklichkeit ist die Bedingung $D \leq Z$ selten für alle sich kreuzenden Stäbe erfüllt; es möge daher im folgenden etwas näher auf die bei Gitterträgern thatsächlich eintretenden Verhältnisse eingegangen werden.

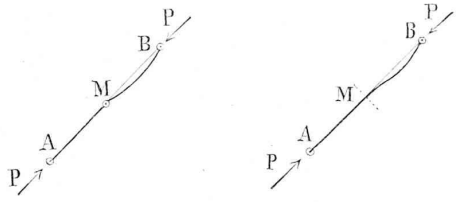
*) Thatsächlich trifft bei der Mumpfer Brücke die Voraussetzung $D_0 = Z_0$ nicht vollständig zu; die wirkliche Tragkraft ist daher geringer als oben berechnet; siehe auch unter II, Fall 3.

Vorausgesetzt wird der gewöhnliche Fall gleich geneigter Zugstreben und Druckstreben, die an den Kreuzungspunkten fest miteinander verbunden sind. Von der hierdurch erzielten teilweisen Einspannung der Stäbe wird abgesehen; desgleichen von der durch Vernietung mit den Gurtungen entstehenden teilweisen Einspannung. Die von den Zugstreben auf die Druckstreben ausgeübten Reaktionen werden, statt in den Knotenpunkten konzentriert, über die ganze Länge der Streben stetig wirkend angenommen. Zunächst soll die ausschliessliche Geltung des Elasticitätsgesetzes vorausgesetzt werden.

1. Fall. Alle gleich gelegenen Zugstreben und Druckstreben seien in gleichem Masse beansprucht, d. h. je zwei sich in Stabmitte kreuzende Streben haben gleich grosse Kräfte auszuhalten. Dies tritt ein, wenn sämtliche äusseren Kräfte in der Mittellinie der Tragwand angreifen; näherungsweise auch dann, wenn wie gewöhnlich Hülfsvertikalen mit den Gitterstäben fest verbunden sind, wodurch die oben oder unten angebrachten Lasten annähernd gleichmässig auf die einzelnen Systeme verteilt werden.

Unter dieser Voraussetzung sind auf der unteren Hälfte $A\,M$ der Druckstrebe die kreuzenden Zugkräfte stärker, auf der oberen Hälfte $B\,M$ schwächer als die Druckkraft der Strebe. Die im Augenblicke des Ausknickens eintretenden Verhältnisse werden sich zwischen den zwei in Fig. 1 und 2 dargestellten Grenzfällen halten. Im 1. Falle

Fig. 1. Fig. 2.



ist der Stab bei M durch ein Gelenk unterbrochen; der untere Teil $A\,M$ wird durch die überwiegenden Zugkräfte in seiner normalen geraden Lage erhalten, der obere Teil $B\,M$ biegt sich wie ein bei B und M in Gelenken geführter Stab aus. Die entsprechende Knickkraft ist annähernd

$$P = \frac{10\,E\,(J_1 + J_2)}{\left(\frac{1}{2}\,l\right)^2} + Z_m,$$

wo Z_m = mittlere Zugkraft auf der Strecke $B\,M$.

Für gleichmässige Belastung p f. d. m ist

$$P - Z_m = \frac{p\,l \operatorname{ctg} \delta}{4\,m} = \frac{p\,a \operatorname{ctg} \delta}{4},$$

wo m = Systemzahl, a = Maschenlänge, δ = Neigungswinkel, somit Knickbelastung

$$p = \frac{10\,E\,(J_1 + J_2)\,16 \operatorname{tg} \delta}{a\,l^2} = \frac{10\,E\,(J_1 + J_2)\,16 \operatorname{tg} \delta}{m^2\,a^3}.$$

Im 2. Grenzfall ist der ausknickende Teil $B\,M$ bei M vollkommen eingespannt.

Man erhält

$$P = \frac{10\,E\,(J_1 + J_2)}{\left(\frac{1}{3}\,l\right)^2} + Z_m,$$

und für gleichmässige Belastung

$$p = \frac{10\,E\,(J_1 + J_2)\,36 \operatorname{tg} \delta}{a\,l^2} = \frac{10\,E\,(J_1 + J_2)\,36 \operatorname{tg} \delta}{m^2\,a^3}.$$

Für den wirklich vorhandenen Fall möge gesetzt werden:

Knickkraft $$P = \frac{50\,E\,(J_1 + J_2)}{l^2} + Z_m \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Knickbelastung

$$p = \frac{200\,E\,(J_1 + J_2) \operatorname{tg} \delta}{a\,l^2} = \frac{200\,E\,(J_1 + J_2) \operatorname{tg} \delta}{m^2\,a^3} \quad (10)$$

Bei oben liegender Fahrbahn sind trotz der eingezogenen Vertikalen stets die Druckkräfte etwas vorwiegend. Man kann diesem Umstand dadurch Rechnung tragen, dass man die Beiwerte 50 und 200 der Gl. (9) und (10) schätzungsweise erniedrigt, in normalen Fällen etwa auf 25 und 100.

2. Fall. Die Lasten wirken an der untern Gurtung, ohne lastverteilende Vertikalen. Von der geringen Belastung der oberen Gurtung wird abgesehen. Für gleichmässige Belastung ist in diesem Falle stets $Z \geq D$, so dass hier nur ein Ausknicken auf Maschenlänge a möglich ist, wobei die Knickkraft

$$P = \frac{10\,E\,J_1}{a^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

zu setzen ist. Beachtet man, dass in Wirklichkeit die Belastungen mehr oder weniger ungleichmässig wirken, und dass von einer gleichmässigen Verteilung auf alle Systeme nicht die Rede sein kann, so erscheint es zweckmässig, eine vergrösserte Knicklänge in Rechnung zu stellen. Nach den Erfahrungen bei der unter sehr ungünstigen Verhältnissen arbeitenden Offenburger Kinzigbrücke dürfte i. a. eine Knicklänge = doppelter Maschenlänge weitaus genügen.

Diese Brücke, in der Bahnstrecke Karlsruhe-Basel gelegen, war im Jahre 1852 von Ruppert erbaut worden und wurde im Jahre 1884 auf Grund von Untersuchungen und Berechnungen des Unterzeichneten durch eine Fachwerkbrücke ersetzt, da sie den derzeitigen Betriebslasten nicht mehr entsprach. Die alte Brücke, von 64 *m* Weite und 5,9 *m* Höhe besass ein 18-faches System von flachen Gitterstäben 10,5 . 2,1 *cm*; vertikale Versteifungen fehlten vollständig, nicht einmal ein eigentlicher Auflagerständer war vorhanden. Nur am Ende der 4,5 *m* langen Unterlagsplatte befand sich ein steifer Endständer, der die Verankerung des Trägerendes aufnahm. Es sollte hierdurch eine Einspannung der Trägerenden hergestellt werden, die sich jedoch bei näherer Prüfung als völlig unwirksam erwies. Bei den eingehenden Probebelastungen zeigte sich auch, dass die Durchbiegung des engmaschigen Gitterträgers kleiner war als die nach der gewöhnlichen Fachwerktheorie berechnete, dass sie sich vielmehr infolge der Stabvernietung den bei Trägern mit durchbrochener Wand auftretenden Verhältnissen näherte. Es muss hiernach auch auf eine von der gewöhnlichen Annahme abweichende Verteilung der Spannungen in den Stäben engmaschiger Gitterträger geschlossen werden.

3. Fall. Die Lasten wirken an der oberen Gurtung, ohne lastverteilende Vertikalen. Die Verhältnisse liegen hier wesentlich ungünstiger als bei den beiden vorhergehenden Fällen. Der Ueberschuss der Druckkräfte über die Zugkräfte beträgt bei gleichmässiger Belastung p gegenüber dem Fall 1 durchgehends $p\,a \operatorname{ctg} \delta$. Diesem Ueberschuss würde eine Knickbelastung

$$p = \frac{10\,E\,(J_1 + J_2) \operatorname{tg} \delta}{a\,l^2}$$

entsprechen. Kombiniert man diesen Wert in sachgemässer Weise mit dem der Gl. (10), so erhält man für vorliegenden Fall annähernd:

Knickbelastung

$$p = \frac{10\,E\,(J_1 + J_2) \operatorname{tg} \delta}{1{,}05\,a\,l^2} = \frac{10\,E\,(J_1 + J_2) \operatorname{tg} \delta}{1{,}05\,m^2\,a^3} \quad . \quad (12)$$

Infolge davon, dass beim Fehlen lastverteilender Vertikalen in praxi meist eine ungleichmässige Beanspruchung der einzelnen Systeme eintritt, werden die Gitterstäbe zum Teil ungünstiger beansprucht, als der üblichen Rechnungsmethode entspricht. Es sollten daher sowohl die Querschnittsflächen schätzungsweise vergrössert als auch die Trägheitsmomente noch stärker ausgeführt werden als Gleichung (12) angiebt. (Siehe hierüber weiter unten.) Unter diesen Umständen ist es erklärlich, dass derartige Anordnungen, insbesondere mit enger Maschenweite, i. a. seltener ausgeführt worden sind, und Konstruktionen mit steifen Hülfsvertikalen, die eine bessere Lastverteilung ermöglichen, vorgezogen wurden. Selbstverständlich sind aber auch die konstruktiv einfacheren Anordnungen ohne Vertikalen bei gehöriger Vorsicht in der Dimensionierung ohne Bedenken; man findet sie in der Schweiz, namentlich bei der Gotthardbahn häufig angewendet. Bei Letzterer wurden ausschliesslich weitmaschige (vierfache) Gittersysteme zur Ausführung gebracht.

Die vorstehenden Untersuchungen haben zunächst nur für diejenigen Fälle unmittelbare Gültigkeit, wo die Knickspannungen σ innerhalb der Elasticitätsgrenze liegen. Die

erhaltenen Ergebnisse können jedoch auch für die praktisch besonders wichtigen Verhältnisse ausserhalb der Elasticitätsgrenze benutzt werden, wenn man nur statt E jeweils den der Spannung σ entsprechenden Wert von T einführt. Man erhält hiernach:

Fall 1. $$P = \frac{10(T_1 J_1 + T_2 J_2) \cdot 5}{l^2} + Z_m \quad . \quad . \quad . \quad (9^a)$$

$$p = \frac{10(T_1 J_1 + T_2 J_2)\, 20 \operatorname{tg} \delta}{m^2 a^3} \quad . \quad . \quad . \quad (10^a)$$

Bei oben liegender Fahrbahn sind statt der Beiwerte 5 und 20 die Werte 2,5 und 10 einzuführen.

Fall 2. $$P = \frac{10\, T_1 J_1}{4\, a^2} \text{ bzw. } = \left(3 - 0{,}013 \frac{2a}{i}\right) F \quad . \quad (11^a)$$

Fall 3. $$p = \frac{10(T_1 J_1 + T_2 J_2) \operatorname{tg} \delta}{1{,}05\, m^2 a^3} \quad . \quad . \quad . \quad (12^a)$$

Um die Gleichungen 9^a 10^a 12^a benutzen zu können, bedarf es der Kenntnis des Zusammenhangs zwischen T und σ. Aus der theoretischen Gleichung $\sigma = \frac{P}{F} = \frac{10\, T i^2}{l^2}$ und der empirischen Gleichung $\sigma = A - B \frac{i}{l}$ ergiebt sich nach Elimination von $\frac{l}{i}$ der gesuchte Zusammenhang zu

$$T = \frac{\sigma (A - \sigma)^2}{10\, B^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Setzt man beispielsweise die Werte der Tetmajerschen Formel, $A = 3\,t$, $B = 0{,}013$ ein, so erhält man

$$T = \frac{\sigma (3 - \sigma)^2 \,.\, 100000}{169}\ t/q\,cm \quad . \quad . \quad . \quad (13^a)$$

Hieraus folgt für

$\sigma =$	1,5	1,6	1,8	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3	$t/q\,cm$
$T =$	2000	1860	1530	1180	830	510	250	66	0	$t/q\,cm$.

Vorstehende Werte von $T = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ gelten ihrer Herleitung nach zunächst nur für Druckspannungen; für Zugspannungen werden sie i. a. etwas abweichende Grössen aufweisen und zwar um so mehr, je grösser σ ist; doch dürfte es für die Zwecke der Praxis genügen, bei Zugspannungen und Druckspannungen die gleichen Werte von T in Rechnung zu stellen. Im allgemeinen wird es nur durch Probieren möglich sein, die Gl. 9^a, 10^a, 12^a zu lösen, indem man zunächst passend scheinende Werte von σ_1 und σ_2 annimmt, darnach T_1 und T_2 bestimmt und schliesslich kontrolliert, ob der erhaltene Wert $\sigma_1 = P : F_1$ der ursprünglichen Annahme entspricht. In manchen Fällen ist jedoch auch eine direkte Lösung möglich, z. B. wenn $\sigma_1 = \sigma_2$, bzw. $T_1 = T_2 = T$, und Z proportional D bzw. P, d. h. $Z = \beta P$ gesetzt werden kann. Beispielsweise geht dann die Grundgleichung (4) über in

$$P - Z = P(1 - \beta) = \frac{10\, T (J_1 + J_2)}{l^2},$$

$$P = \frac{10\, T (J_1 + J_2)}{(1 - \beta)\, l^2} = \frac{10\, T J_1}{l^2} \cdot \frac{(J_1 + J_2)}{J_1 (1 - \beta)} = \frac{10\, T J_1}{(\mu\, l)^2},$$

wo der Abminderungsbeiwert

$$\mu = \sqrt{\frac{J_1 (1 - \beta)}{J_1 + J_2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

gesetzt wurde.

Auf Grund der empirischen Gleichung (2) erhält man dann $$P = \left(3 - 0{,}013 \frac{\mu\, l}{i_1}\right) F_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

Diese Gleichung ist nur so lange massgebend, als sie kleinere Werte als Gl. 11^a liefert.

Für $P = Z$, d. h. $\beta = 1$ folgt aus Gl. (14) das selbstverständliche Resultat $\mu = 0$, d. h. ein Ausknicken der ganzen Wand ist unmöglich; nach Gl. (15) könnte für unendlich kleine Maschenweite die volle Bruchfestigkeit des Materials ausgenutzt werden.

Die zulässige Druckkraft D_0 bei n-facher Sicherheit erhält man schliesslich aus der Beziehung $D_0 = P : n$.

Zum Schlusse ist noch ausdrücklich hervorzuheben, dass die entwickelten Knickformeln stets centrische Belastung und centrische Anordnung der Stäbe voraussetzen. In der Ausführung sind diese Voraussetzungen selten vollkommen erfüllt; es treten infolge dessen schon bei den kleinsten Belastungen Nebenmomente, Ausbiegungen und Nebenspannungen auf, die schliesslich den Bruch des Stabes bereits vor Auftreten der berechneten Knickkraft P verursachen, sofern nicht bei der Berechnung günstig wirkende Einflüsse (Steifigkeit der Hülfsvertikalen u. s. w.) vernachlässigt worden sind. Der Konstrukteur wird diesen Verhältnissen jeweils durch entsprechende Wahl des Sicherheitskoefficienten n Rücksicht tragen.

Karlsruhe, im Februar 1895. *Fr. Engesser.*

* * *

Nachtrag.

In Nr. 10 des Blattes begründet Herr Jasinski sein Verfahren, bei Berechnung der Knickkräfte der Druckstreben nur den $n$ten Teil der gleichzeitig auftretenden statischen Zugkräfte einzuführen, i. W. mit dem Hinweis auf die dynamischen Einwirkungen der Verkehrslast. Es ist dies ein Punkt, der jedenfalls Beachtung verdient, dessen Einfluss jedoch viel zu hoch in Rechnung gestellt erscheint. Unter der Einwirkung der Verkehrslast entstehen in den einzelnen Stäben Schwingungen um den statischen Gleichgewichtszustand. Die entsprechenden Spannungswechsel hängen nur von der Verkehrslast ab und betreffen daher nur den von dieser Last herrührenden Teil der Stabkräfte. Die grössten Werte der dynamischen Spannungsmaxima und -Minima treten am einen Stabende auf; ihre Differenz bleibt i. d. R. unter 50 % der statischen Spannung. Die Dauer der Schwingungen ist so minimal, d. h. die ungünstigste Kombination von max. D und min. Z währt nur so kurze Zeit, dass von einer Ausbildung der entsprechenden Formänderung, wie solche die betreffenden Knickformeln voraussetzen, nicht die Rede sein kann. Im nächsten Momente tritt der entgegengesetzte, günstigste Zustand ein, der den vorhergehenden Einfluss im Entstehen wieder aufhebt, so dass im Endresultat nur die Mittelwerte von D und Z zur Geltung kommen. In dem besonders gefährlichen Falle, wo die Brücke als Ganzes schwingt, tritt die ungünstige Kombination von max. D und min. Z überhaupt nicht auf.

Nach vorstehenden Ausführungen lässt sich aus den dynamischen Spannungswechseln die Notwendigkeit einer wesentlichen Reduktion der Zugkräfte nicht ableiten.

Was den Einfluss ungleichmässiger Lastverteilung auf die einzelnen Strebensysteme anbelangt, die namentlich bei Fall 3 in Betracht kommen kann, so ist zu beachten, dass der Gesamtbetrag aller eine Druckstrebe kreuzenden Zugkräfte hierbei ungeändert bleibt. Einer Minderung der Kräfte in dem einen Teil der Zugstreben entspricht eine gleich grosse Erhöhung der Kräftesumme in den andern Streben. Es kann sich daher nur um eine Aenderung in der Kraftverteilung, nicht aber um eine Verringerung des Mittelwerts von Z handeln. Von gleicher Art sind die Verhältnisse bei den Druckstreben. Der Mehrbeanspruchung des einen, in Frage stehenden Stabs entspricht eine Minderbeanspruchung benachbarter Stäbe, wodurch die günstige Wirkung der Zugkräfte erhöht wird. Im Wesentlichen bleibt schliesslich nur der Einfluss einer Erhöhung der fragl. Druckkraft in Rechnung zu stellen. Man kann zur Ermittelung des betreffenden Einflusses in ähnlicher Weise wie bei Aufstellung der Formeln 9 und 12 vorgehen. Man erhält als annähernde Knickbelastung für Fall 3

$$p = 10\,(T_1 J_1 + T_2 J_2) : l^2 (1{,}05\, a \operatorname{ctg} \delta \,.\, \varphi + \gamma\, s) \quad (16)$$

wo s = Druckkraft für $p = 1$

γ = Grad der Ungleichmässigkeit. Derselbe hängt ab von der Art und dem Grössenverhältnis der Verkehrslast, der Spannweite, der Stablage etc., und ist etwa zwischen 0 und 0,5 anzunehmen.

φ = Verhältnis zwischen dem Einheitsgewicht schwerer Lastgruppen (Lokomotiven) und dem durchschnittlichen Einheitsgewicht der Gesamtlast.

Hiernach müssen die Trägheitsmomente gegenüber gleichmässiger Lastverteilung (Gl. 12) im Verhältnis von rund $(a \operatorname{ctg} \delta \,.\, \varphi + \gamma\, s) : a \operatorname{ctg} \delta$ verstärkt werden, während die Querschnittsflächen $(1 + \gamma)$mal grösser ausgeführt werden müssen.

Gegenüber den bisherigen Ausführungen erscheint eine Reduktion der günstigen Wirkung der Zugkräfte auf ihren $n$ten Teil als über den wirklichen Bedarf hinausgehend. Man erhält hiermit eine überschüssige Sicherheit der Wand gegen Ausknicken, die selbstverständlich vom Standpunkt des Betriebs aus, ebenso wie bei allen andern Konstruktionsteilen, nur erwünscht sein kann. Wenn man aber speciell der Wand einen überwiegenden Ueberschuss von Sicherheit zuerteilen will, so geht man lieber noch einen kleinen Schritt weiter und verzichtet vollständig auf jegliche Mithülfe der Zugkräfte Z. Man hat dann einfach

$$P = 10\,\frac{(T_1\,J_1 + E\,J_2)}{l^2}, \text{ oder noch besser } P = \frac{10\,T_1\,(J_1 + J_2)}{l^2}$$

$$\text{bezw.} = \left(3 - 0{,}013\,\frac{\mu\,l}{i_1}\right) F_1, \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

wo $\mu = \sqrt{\frac{J_1}{J_1 + J_2}}$. Zwischen den Grenzen $J_2 = J_1$ und $J_2 = 0$ schwankt μ zwischen 0,7 und 1.

Sollten ausnahmsweise beide Strebenscharen an der betreffenden Stelle Druckkräfte aufweisen, so ist, unter P die Summe der beiderseitigen Knickkräfte verstanden,

$$P = 10\,(T_1\,J_1 + T_2\,J_2) : l^2.$$

Wenn die Lasten nur in einzelnen Knotenpunkten durch Vermittlung von Fahrbahnträgern auf die Träger wirken, so ist die Ausführung lastverteilender Vertikalen angezeigt (Fall 1). Andernfalls ist die Lastverteilung auf die einzelnen Systeme sehr ungleichmässig, so dass die übliche Berechnung der Stabkräfte mit gleichmässiger unmittelbarer Belastung ganz unzutreffende Resultate ergiebt, und eine genauere Rechnung mit konzentrierten Knotenlasten notwendig wird. Für die Knickkraft der Druckstreben giebt auch hier Gl. 17 überschüssige Sicherheit. *F. E.*

Berner Oberland-Bahnen mit besonderer Berücksichtigung der schweiz. Zahnradbahnen mit Reibungsstrecken.

Von *E. Strub.*

V.

Wagen. Bei der Wahl der Bauart für die Wagen wurde auf die eigentümlichen Betriebsverhältnisse der Bahn wenig Bedacht genommen. Zunächst ist das für gemischte Bahnen vorgeschriebene Durchgangssystem für kurze, steile, teure Strecken, die nur während einiger Wochen anhaltenden Massenverkehr erfahren, nicht am Platz. Hier ist das Abteilsystem angezeigt und sind grösste Einfachheit und Leichtigkeit des Materials geboten. Wenn eine Specialbahn rationell betrieben werden soll, so muss sie sich an die Eigenart der örtlichen Verkehrswesen anschliessen und darf nicht von vornherein durch starre Normen flügellahm gemacht werden. Anderseits sind die Wagen von nur 40 Plätzen zu klein, die Fenster zu schmal, die Kasten von geringer lichter Höhe und leider mit Doppelwandungen und Blechverschalung. Die meisten Abteile der zweiten Klasse wurden jedoch nachträglich in der Weise verbessert, dass die Fenster ausgebrochen und die schwergängigen Schiebthüren bei den Aussenwänden durch Drehthüren ersetzt wurden.

Ferner wurde wie am Brünig eine äusserste Kastenbreite von 2600 *mm* verlangt, bei welchem Mass nur drei Sitzplätze auf die Wagenbreite möglich gewesen wären. Ausgeführt wurden jedoch Kastenbreiten von 2700 *mm* und Bänke für vier Personen. Die Brauchbarkeit und Nützlichkeit der gewählten Kastenbreite hat sich indessen für unsere Verhältnisse vollkommen erwiesen.

Wären alle Wagen nach der Bauart der neuen vierachsigen und ohne Gänge gebaut, so hätte die Sitzplatzzahl

Wagen der Berner Oberland-Bahnen.

Neuer vierachsiger Personenwagen mit 2 . 16 + 28 = 60 Sitzplätzen.

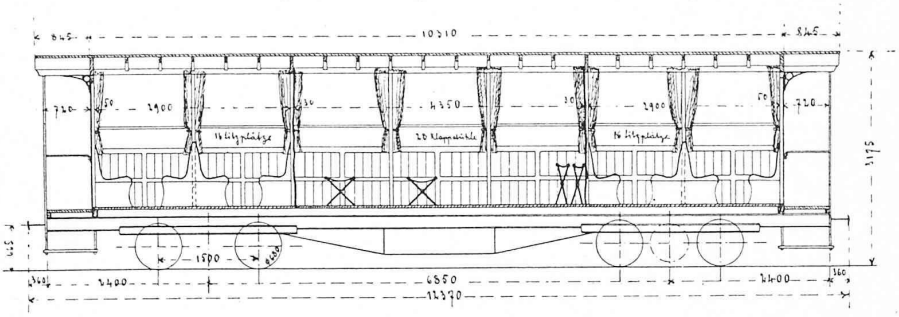


Fig. 24. Längen-Schnitt. — Masstab 1 : 100.

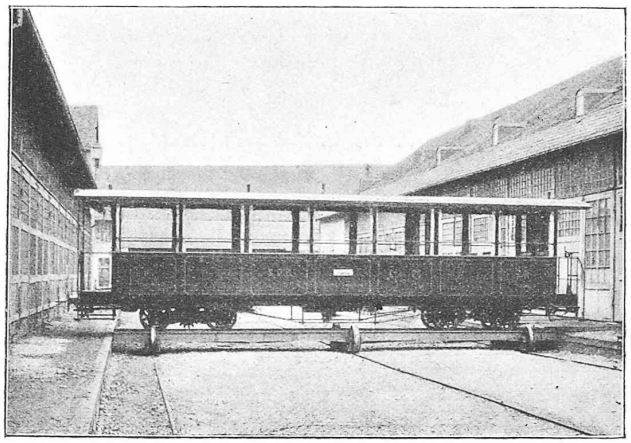


Fig. 25. Ansicht.