Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 25/26 (1895)

Heft: 13

Inhaltsverzeichnis

Knickfragen.

I.

Zu dem auf Seite 15 und 24 dieser Zeitschrift veröffentlichten Aufsatze von Mantel über „Knickfragen" mögen nachstehend einige Bemerkungen gestattet sein.

Die von Euler aufgestellte Knickformel für einen geraden Stab konstanten Querschnitts

$$P = \frac{\pi^2 E J}{l^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

ist wie bekannt nur innerhalb der Elasticitätsgrenze gültig. Ausserhalb dieser Grenze tritt an ihre Stelle die von Unterzeichnetem in der hannovrischen Zeitschrift 1889 entwickelte allgemeine Gleichung

$$P = \pi^2 \frac{d\sigma}{d\varepsilon} J : l^2 = 10 \frac{d\sigma}{d\varepsilon} J : l^2 = \frac{10\, T J}{l^2} \quad . \quad (2)$$

worin σ (Spannung) und ε (Dehnung) die Koordinaten der Arbeitslinie bezeichnen, und $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ zur Abkürzung gleich T (Knickmodul) gesetzt wurde. Innerhalb der Elasticitätsgrenze ist $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ konstant gleich dem Elasticitätsmodul E; man erhält als Specialfall die Eulersche Formel.

Ausserhalb dieser Grenze lässt sich für Eisen $\frac{d\sigma}{d\varepsilon} : l^2$ näherungsweise durch eine Gerade darstellen, wie dies auch durch die Versuche über Knickfestigkeit von Tetmajer und anderen direkt nachgewiesen wurde. Die diesbezüglichen Formeln, z. B. die von Tetmajer:

$$P = \left(3 - 0{,}013 \frac{l}{i}\right) F_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

sind nun allerdings empirischer Natur; die Hauptgleichung (2) dagegen beruht ebenso wie die Eulersche auf *rationaler* Grundlage. Bei beiden Formeln ist selbstverständlich die Kenntnis der elastischen Eigenschaften des Materials erforderlich, und zwar bei Gleichung (2) die Kenntnis der vollständigen Arbeitslinie, bei der beschränkteren Eulerschen Formel nur die des anfänglichen geraden Teils derselben, für welchen $\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = E$.

Was nun die Bestimmung der Knickfestigkeit einer ganzen Gitterwand anbelangt, so ist das hierbei einzuschlagende Verfahren keineswegs unbekannt. Es ist ohne besondere theoretische Entwickelungen direkt ersichtlich, dass die Druckstreben und Zugstreben gemeinsam dem Ausknicken Widerstand leisten, und dass die Zugkräfte den Druckkräften entgegenarbeiten. Hieraus ergiebt sich für die gewöhnlichen symmetrischen Gittersysteme, wenn man die Druckkräfte D und die Zugkräfte Z jeweils konstant annimmt, als Knickkraft P, die zum Ausknicken der Gitterwand erforderlich ist

$$P = \frac{10\, T_1 J_1}{l^2} + \frac{10\, T_2 J_2}{l^2} + Z \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Hierin beziehen sich T_1 und J_1 auf die Druckstreben, T_2 und J_2 auf die Zugstreben, l bezeichnet die Strebenlänge.

Liegen die Strebenspannungen im Augenblicke des Ausknickens innerhalb der Elasticitätsgrenze, so geht Gl. (4) in die von Jasinski angeführte über

$$P = \frac{10\, E (J_1 + J_2)}{l^2} + Z \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Wenn $D \geqq Z$, wie dies in vielen Fällen der Anwendung näherungsweise zutrifft, kann hiernach die vorhandene Druckkraft D niemals die zum Ausknicken der ganzen Wand erforderliche Knickkraft P erreichen. Die Gitterknotenpunkte bleiben fest in ihrer ursprünglichen Lage; es ist nur ein Ausknicken der einzelnen Druckstreben zwischen diesen Festpunkten (auf Maschenlänge a) möglich. Dem entsprechend ist auf Seite 133 des Buchs „Die Zusatzkräfte und Nebenspannungen eiserner Fachwerkbrücken, II. Teil" bezüglich der Gitterstreben engmaschigen Systems angeführt, dass als Knicklänge der Druckstreben die Maschenweite a eingeführt werden könnte, sofern die Zugkräfte durchgehends gleich oder grösser als die Druckkraft des betrachteten Stabes wären, dass jedoch mit Rücksicht darauf, dass bei den üblichen Anordnungen auf der einen Hälfte der Druckstrebe die kreuzenden Zugkräfte kleiner sind, die Knicklänge grösser als a ist und mit mindestens $= 2a$ in Rechnung geführt werden sollte. (Siehe hierüber unter II).

In dem vorliegenden Artikel wird nun gleichfalls die Folgerung gezogen, dass für $D = Z$ ein Ausknicken der ganzen Wand unmöglich sei, und dass nur das Ausknicken der Druckstreben auf Maschenlänge in Betracht komme. Die weiteren Darlegungen bezüglich der Einführung des Sicherheitsgrades n und des bei statischen Berechnungen einzuhaltenden Verfahrens sind jedoch nicht zutreffend. Wenn n-fache Sicherheit gegen Ausknicken der ganzen Gitterwand vorhanden sein soll, so heisst das, die Druckkraft D_o, die unter den normalen Betriebsverhältnissen auftritt, darf den $n$ten Teil der Knickkraft P nicht überschreiten; man hat hiernach, die Gültigkeit des Elasticitätsgesetzes vorausgesetzt,

$$D_o = \frac{P}{n} = \frac{10\, E (J_1 + J_2)}{n l^2} + \frac{Z}{n} = \frac{10\, E (J_1 + J_2)}{n l^2} + Z_o \quad (6)$$

woraus das erforderliche Trägheitsmoment erhalten wird zu

$$J_1 + J_2 = \frac{n (D_o - Z_o) l^2}{10\, E} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Für $D_o \leqq Z_o$ ergiebt sich hieraus $J_1 + J_2 \leqq 0$, d. h. ein Ausknicken der Tragwand ist unmöglich, es kommt nur ein Ausknicken zwischen zwei Knotenpunkten in Betracht, wofür

$$P = \frac{10\, E J_1}{a^2}, \quad D_o = \frac{P}{n} = \frac{10\, E J_1}{n a^2}, \quad J_1 = \frac{n D_o a^2}{10\, E} \quad (8)$$

Statt vorstehender Gleichungen wurde in dem besprochenen Artikel gesetzt:

$$D_o = \frac{10\, E (J_1 + J_2)}{n l^2} + \frac{Z_o}{n}, \text{ woraus } J_1 + J_2 = \left(D_o - \frac{Z_o}{n}\right) \frac{n l^2}{10\, E}.$$

Für $D_o = Z_o$ ergiebt sich hieraus ein bestimmter positiver Wert von $J_1 + J_2$, während doch ein Ausknicken der Wand überhaupt nicht möglich, und somit $J_1 + J_2 = 0$ genügen müsste. Die Ursache dieses Widerspruchs liegt darin, dass der günstige Einfluss der Zugkräfte n-mal zu klein in Rechnung gestellt wurde. Beim dem richtigen, in Gl. (6) und (7) zum Ausdruck gebrachten Verfahren ist selbstverständlich „ein Widerspruch zwischen den Verhältnissen, unter denen die Streben wirklich arbeiten, und nach welchen wir sie rechnen" nicht vorhanden.

Das angeführte Zahlenbeispiel der Brücke bei Mumpf zeigt deutlich die Grösse des begangenen Fehlers. Auf Seite 25 wurde die Tragkraft der betrachteten Strebe bei vierfacher Sicherheit nur zu 3,2 t berechnet, während sie, da für $D_o = Z_o$ nur ein Ausknicken zwischen zwei Knotenpunkten in Frage kommen kann, auf

$$\left(3 - 0{,}013 \frac{l}{i}\right) \frac{F}{n} = \left(3 - 0{,}013 \frac{105}{1{,}16}\right) \frac{13{,}64}{4} = 6{,}25\ t$$

steigt.*)

II.

In Wirklichkeit ist die Bedingung $D \leqq Z$ selten für alle sich kreuzenden Stäbe erfüllt; es möge daher im folgenden etwas näher auf die bei Gitterträgern thatsächlich eintretenden Verhältnisse eingegangen werden.

*) Thatsächlich trifft bei der Mumpfer Brücke die Voraussetzung $D_o = Z_o$ nicht vollständig zu; die wirkliche Tragkraft ist daher geringer als oben berechnet; siehe auch unter II, Fall 3.