Ueber die Regulierung von Turbinen.

Von *Aurel Stodola*, Professor am eidgenössischen Polytechnikum.

(Schluss.)

14. Eine weitere allgemeine Diskussion ist mit der Gleichung 6^{ten} Grades nicht möglich, und es soll deshalb zur Gleichung 4^{ten} Grades übergangen werden. Die Reduktion auf den 4^{ten} Grad erfolgt, wie man leicht einsieht, wenn entweder zwei beliebige der Koefficienten T, T_0, T_1, T_2, T_3 oder T und T' gleichzeitig verschwinden. Die charakteristische Gleichung lautet dann

$$a\varphi^4 + b\varphi^3 + c\varphi^2 + d\varphi + e = 0$$

und die Hurwitzschen Bedingungen sind:

$$\left.\begin{array}{c} a > 0,\ b > 0,\ c > 0,\ d > 0,\ e > 0 \\ bc - ad > 0 \\ (bc - ad)\,d - b^2 e > 0 \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad (77)$$

Es ist sehr günstig, dass in diesem Falle sämtliche Koefficienten, — mit Ausnahme von d, und die Determinante $be - ad$ ohne weiteres > 0 sind. Man überzeugt sich von letzterem Umstand durch Einsetzen der Werte von a, b, c, d; man erhält als Wert der Determinante zunächst eine Anzahl von positiven Gliedern, sodann die Ausdrücke $p^2\,(jk - hl) - h\,n\,p\,q + jn\left(\frac{3}{2}\,\psi\,T\,2 - qn\right)$. Von diesen ist der erste positiv, wie durch Einführung der Werte von j, k, h, l nachzuweisen ist. Der zweite ist stets $= 0$, weil für die Gleichung 4^{ten} Grades entweder h oder n verschwindet. Der dritte ist $= jn\left[\left(\psi - \frac{\delta_0}{2}\right)\frac{T_2}{2} - jnq\,\varepsilon\,T_3\right]$ und hierin das erste Glied positiv $\left(\text{weil stets } \psi > \frac{\delta_0}{2}\right)$, das zweite $= 0$, weil entweder j oder $n\,T_3$ verschwinden müssen.

Es bleiben somit als Bedingungen übrig

$$d > 0$$
$$\varDelta = (bc - ad)\,d - b^2\,e > 0.$$

Die letztere soll in folgender Weise umgeformt werden:

Wie schon früher bemerkt, ist a eine homogene Funktion 4^{ten} Grades von T, T', $T_0 \ldots$, desgleichen b eine solche des 3^{ten}, c des 2^{ten}, d des 1^{ten}, e des 0^{ten} Grades, und es kommt T nur im Quadrat, die übrigen nur in der ersten Potenz vor. Man kann demnach setzen

$$\left.\begin{array}{ll} a = \left(a_0 + a_1\,\dfrac{T_k}{T_\lambda}\right) T_\lambda^{\,4} & c = \left(c_0 + c_1\,\dfrac{T_k}{T_\lambda}\right) T_\lambda^{\,2} \\ b = \left(b_0 + b_1\,\dfrac{T_k}{T_\lambda}\right) T_\lambda^{\,3} & d = \left(d_0 + d_1\,\dfrac{T_k}{T_\lambda}\right) T_\lambda^{\,1} \\ \multicolumn{2}{c}{e = \left[e_0 + e_1\left(\dfrac{T_k}{T_\lambda}\right)\right] T_\lambda^{\,0}} \end{array}\right\} (78)$$

Hierin ist $e_1 = 0$ (nur der Symmetrie halber aufgenommen), T_k eine der Grössen $T'\ T_0\ T_1\ T_2\ T_3$, und in den Koefficienten kommen nur die Verhältnisse der $T\ T' \ldots$ zur willkürlich gewählten T_λ vor. Indem man diese Ausdrücke von a, b, c, d in die Determinante $\varDelta$ einführt, und das Symbol

$$\varDelta_{k\lambda\mu} = \begin{vmatrix} b_k & d_\lambda & 0 \\ a_k & c_\lambda & e_\mu \\ 0 & b_\lambda & d_\mu \end{vmatrix} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (79)$$

benützt, erhält man

$$\left.\begin{array}{l} \varDelta = A\left(\dfrac{T_k}{T_\lambda}\right)^3 + B\left(\dfrac{T_k}{T_\lambda}\right)^2 + C\left(\dfrac{T_k}{T_\lambda}\right) + D > 0 \\ \text{worin} \quad A = \varDelta_{111},\ B = \varDelta_{011} + \varDelta_{101} + \varDelta_{110} \\ \qquad\quad C = \varDelta_{001} + \varDelta_{010} + \varDelta_{100},\ D = \varDelta_{000} \end{array}\right\} (80)$$

Wählt man T an Stelle von T_k, so mus der Ansatz lauten $a = \left[a_0 + a_1\left(\frac{T}{T_\lambda}\right)^2\right] T_\lambda^{\,4}$ etc. und in $\varDelta$ kommen dann die 6., 4. und 2. Potenz von $\frac{T}{T_\lambda}$ vor.

Diese Vereinfachung gestattet nun zum Hauptzweck dieses Aufsatzes zu schreiten, d. h. zur

Untersuchung des Einflusses der Regulatormasse und des Kataraktes.

Der Raummangel verbietet es, diese Untersuchung in voller Allgemeinheit durchzuführen: wir beschränken uns auf die prägnantesten Specialfälle.

I. *Regulatormasse, Schwungrad und Leitung*, d. h T, T_1, T_2, $\delta_0 > 0$, die übrigen, inklusive ε verschwindend klein. Wir wählen T_2 als Bezugseinheit T_λ und T_1 als T_k in den Formeln (78) — (80). Bei Vernachlässigung des immer kleinen δ_0 neben ψ ergiebt sich

$$A = 0, \qquad C = -\psi\left(\frac{T}{T_2}\right)^2\left[2\left(\frac{T}{T_2}\right)^2 + \frac{\psi}{2}\right]$$
$$B = \psi\left(\frac{T}{T_2}\right)^2\left[-\left(\frac{T}{T_2}\right)^2 + \frac{\delta_0}{2}\right],\ D = -\frac{3}{4}\,\psi\left(\frac{T}{T_2}\right)^4.$$

Da C und D wesentlich negative Werte sind, kann $\varDelta > 0$ nur bestehen, so lange $B > 0$, d. h.

$$\left(\frac{T}{T_2}\right)^2 < \frac{\delta_0}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (81)$$

Dem Grenzwerte $T^2 : T_2^{\,2} = \frac{1}{2}\,\delta_0$ entspricht $T_1 = \infty$, wir haben also den Satz:

Ein reibungsloser Regulator ohne Katarakt, kombiniert mit einer geschlossenen Turbine, kann nur dann ohne zunehmende Schwankungen regulieren, wenn das Verhältnis seiner Masse zur Energie einen bestimmten Wert nicht überschreitet.

Ein astatischer Regulator ist in diesem Falle unbrauchbar (weil für diesen $\delta_0 = 0$).

II. *Massenregulator, Schwungmasse, langsam wirkender Hülfsmotor*, d. h. T, T_0, $T_1 > 0$, die übrigen $= 0$. Die Formeln (78)—(80) liefern, mit $T_\lambda = T_1$ und $T_0 = T_k$

$$A = 0, \qquad C = 2\,a_1^{\,2}\,(c_1 - e_0),$$
$$B = a_1^{\,2}\,(c_1 - e_0), \qquad D = a_1^{\,2}\,(c_1 - e_0).$$

Somit $\quad \varDelta = a_1^{\,2}\,(c_1 - e_0)\left[\left(\frac{T_0}{T_1}\right) + 1\right]^2 > 0$

erheischt $\quad c_1 - e_0 = -\psi\,(1 - \varepsilon) > 0,$

dies aber ist unmöglich, weil ε immer < 1. Es wird bei dem Wert $\varepsilon = 1$ das Verhältnis der „verlornen" Druckhöhe zur nützlichen $= \frac{1}{2}$ und bei diesem Verhältnis ist, wie man leicht nachrechnen kann, das Arbeitsvermögen des ausfliessenden Wasserquantums ein Maximum. Könnte die Ausflussmündung noch weiter vergrössert werden, so dass ε über 1 stiege, dann würde eine verkehrte Regulierung eintreten, d. h. ein Sinken des Regulators eine Abnahme der Leistung zur Folge haben.

Die Massenträgheit des Regulators kann durch Verzögerung in der Bewegung des Hilfsmotors und durch Schwungmassen allein nicht compensirt werden.

5. *Massenregulator, Oelbremse und Schwungrad*, d. h. T, T', $T_1 > 0$, $T_0 = T_2 = T_3 = \varepsilon = 0$. Die charakteristische Gleichung lautet:

$$T^2\,T_1\,\varphi^3 + [T^2 + T'\,T_1]\,\varphi^2 + [T' + \delta_0\,T_1]\,\varphi + (\psi + \delta) = 0.$$

Bedingung damit die Wurzeln negativ seien.

$$\delta_0\,T'\,T_1^{\,2} + [T'^2 - \psi\,T^2]\,T_1 + T'\,T^2 > 0$$

oder mit Einführung von $T_{1m} = \psi\,T_1$

$$\delta_0\,T'\,\psi\,T_{1m}^{\,2} + [T'^2 - \psi\,T^2]\,T_{1m} + \frac{1}{\psi}\,T'\,T^2 > 0 \quad . \quad (82)$$

hieraus folgen so lange als $T'^2 - \psi\,T^2 < 0$ für T_{1m} zwei Grenzwerte T_{1m}', T_{1m}'', von denen einer im allgemeinen so klein ist, dass er für die Praxis bedeutungslos wird, und es bleibt als Bedingung