Ueber die Regulierung von Turbinen.

Von *Aurel Stodola*, Professor am eidg. Polytechnikum in Zürich.

II.

III. Turbine mit Windkessel und verschwindend kleinen Schwungmassen.

In diesem Falle ist $T_1 = o$, die charakteristische Gleichung wieder quadratisch, und zwar

$$(\alpha_o + 1)\, T_2\, T_3\, \varphi^2 + \left[-\left(\alpha_o - \frac{1}{2}\right) T_2 + (\alpha_o + 1)\, \varepsilon\, T_3\right] \varphi + \\ + \left[(1 - \varepsilon)\left(\alpha_o - \frac{1}{2}\right) + \frac{3}{2}\right] = o.$$

Die Bedingung für abnehmende Schwingungen hat die Form:

$$-\left(\alpha_o - \frac{1}{2}\right) T_2 + (\alpha_o + 1)\, \varepsilon\, T_3 > o$$

oder bei Vernachlässigung von 1 neben α_o:

$$T_3 > \frac{T_2}{\varepsilon} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

Bei hinreichender Vergrösserung des Windkessels kann die Schwungmasse auf einen beliebig kleinen Wert reduciert werden.

Es ist zu beachten, dass nach Voraussetzung der Windkessel in unmittelbarer Nähe des Leitapparates angeordnet sein muss, weil sonst der Trägheitswiderstand der zwischen den beiden befindlichen Wassermasse' die Bewegung störend beeinflussen würde.

IV. Offene Turbine.

Dieser Fall soll als Illustration der Annahme $c_o = 0$ dienen, da bei offenen Turbinen diese Geschwindigkeit klein auszufallen pflegt. Es wird $T_2 = 0$, $T_3 = 0$, $\varepsilon = 0$. Die Differentialgleichungen (6) reducieren sich auf

$$T_1 \frac{dx}{dt} + (\alpha_o + 1)\, x = \Pi; \quad z = o; \quad y = -\alpha_o\, x; \quad \text{somit ist}$$

$$x = \Pi \left[1 - e^{-\frac{\alpha_o}{T_1} t}\right]$$

d. h. **bei der offenen Turbine findet stets ein Uebergang ohne Schwingung statt.**

V. Allgemeiner Fall. Turbine mit Schwungmassen und Windkessel.

Hier sind die allgemeinen Formeln (11) bis (19) zu benützen, und man wird insbesondere aus der Bedingung (18) den zulässigen Grenzwert für irgend eine der Grössen $T_1\, T_2\, T_3\, \varepsilon$ ausrechnen können, wenn die andern gegeben oder angenommen werden. Das meiste Interesse besitzt die Untersuchung des Einflusses der Windkesselgrösse.

Wir ordnen zu diesem Behufe den Ausdruck (18) nach Potenzen von T_3. Da α_o im Mittel $= 50$ und ε stets ein kleiner Bruch ist, können wir 1 gegen α_o und ε gegen 1 vernachlässigen. Wir erhalten dann:

$$\alpha_o\, \varepsilon\, [\varepsilon\, T_1 + \alpha_o\, T_2]\, T_3^2 + \left[\varepsilon\, T_1^2 - \alpha_o^2\, T_2^2 - \frac{1}{2} \alpha_o\, \varepsilon\, T_1\, T_2\right] T_3 + \\ + \frac{1}{2} [T_1 - \alpha_o\, T_2]\, T_1\, T_2 > o. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

Setzen wir

$$\left.\begin{aligned} A &= \alpha_o\, \varepsilon\, [\varepsilon\, T_1 + \alpha_o\, T_2] \\ B &= \frac{1}{2}\left[\varepsilon\, T_1^2 - \alpha_o^2\, T_2^2 - \frac{1}{2} \alpha_o\, \varepsilon\, T_1\, T_2\right] \\ C &= \frac{1}{2} [T_1 - \alpha_o\, T_2]\, T_1\, T_2 \end{aligned}\right\} . \quad (26\,a)$$

so lautet die linke Seite von (26) als Funktion von T_3 aufgefasst

$$F(T_3) = A\, T_3^2 + 2\, B\, T_3 + C > o \quad . \quad . \quad (26\,b)$$

Die Werte, welche T_3 erhalten darf, um der Bedingung (26 b) zu genügen, hängen ab von den Wurzeln T_3' und T_3'' der Gleichung $F(T_3) = o$, und zwar ist

$$\left.\begin{aligned} T_3' &= \frac{-B - \sqrt{B^2 - A\,C}}{A} \\ T_3'' &= \frac{-B + \sqrt{B^2 - A\,C}}{A} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

Sind die Wurzeln T_3', T_3'' reell, so wird $F(T_3) > o$ für alle Werte von T_3, welche entweder grösser als T_3'', oder (algebraisch) kleiner als T_3' sind. Werden die Wurzeln imaginär, so ist $F(T_3) > o$ für einen beliebigen Wert von T_3.

Die Natur der Wurzeln T_3', T_3'' hängt ab von den Koefficienten A, B, C, und zwar wie bekannt in folgender Weise:

I. $B^2 - A\,C$ ist positiv; die Wurzeln sind reell:
1. $C < o$, es wird T_3' negativ, T_3'' positiv. Da ein negativer Wert für T_3 keinen Sinn hat, bleibt als Bedingung:
$$T_3 > T_3''.$$
2. $C > o$ und $B < o$. Beide Wurzeln sind positiv; es muss T_3 entweder $> T_3''$ oder $< T_3'$ werden.
3. $C > o$ und $B > o$. Beide Wurzeln sind negativ; es genügt, wenn $T_3 > o$.

II. $B^2 - A\,C$ ist negativ, die Wurzeln werden imaginär; T_3 ist beliebig.

Um ein Kriterium für den Zeichenwechsel obiger Koefficienten zu gewinnen, schreiben wir:

$$B = \frac{\varepsilon}{2}\left[T_1 - \left(\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{\varepsilon}}\right) \alpha_o\, T_2\right] \\ \left[T_1 + \left(-\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{\varepsilon}}\right) \alpha_o\, T_2\right].$$

Da der zweite Faktor stets positiv ist, hängt das Vorzeichen nur vom ersten ab; bezeichnen wir mit Φ den Ausdruck

$$\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{\varepsilon}},$$

so ergiebt sich

$$B \gtreqless o, \text{ je nachdem } T_1 \gtreqless \Phi\, \alpha_o\, T_2.$$

Aus dem Ausdrucke für C erhellt, dass

$$C \gtreqless o, \text{ je nachdem } T_1 \gtreqless \alpha_o\, T_2 \text{ ist,}$$

Schliesslich ist leicht nachzuweisen, dass

$$B^2 - A\,C \gtreqless o \text{ wird, je nachdem } T_1 \gtrless \Psi\, \alpha_o\, T_2 \text{ ist,}$$

und zwar variiert das Verhältnis $\frac{\Psi}{\Phi}$ sehr wenig; es ändert sich von etwa $\frac{1}{1.8}$ auf $\frac{1}{2}$, während ε abnimmt von $o.1$ auf o. Da es sich hier nur um ungefähre Grenzwerte handelt, wählen wir die runde Zahl $\frac{1}{2}$ und setzen $\Psi = \frac{1}{2} \Phi$.

Dann ergiebt sich folgende Zusammenstellung:

1. $o < T_1 < \alpha_o\, T_2$; die Wurzeln haben verschiedene Vorzeichen; es muss $T_3 > T_3''$ sein.
2. $\alpha_o\, T_2 < T_1 < \frac{1}{2} \Phi\, \alpha_o\, T_2$; beide Wurzeln sind positiv, also muss T_3 entweder grösser als T_3'' od. kleiner als T_3' angenommen werden.
3. $\frac{1}{2} \Phi\, \alpha_o\, T_2 < T_1 < \infty$; beide Wurzeln sind entweder negativ oder imaginär; T_3 kann einen beliebigen positiven Wert darstellen.

Dem hier vorkommenden Ausdruck $\alpha_o T_2$ entspricht nach Bedingung (22) die minimale Schwungmasse, mit welcher eine ohne Windkessel arbeitende Turbine ausgestattet werden kann. Wir wollen diese Schwungmasse die „normale" nennen und dürfen hiernach obige Resultate in folgender Form aussprechen:

Die zulässige (oder notwendige) Grösse des Windkessels ist hauptsächlich bedingt durch das Verhältnis der Schwungmasse zur relativen Leitungslänge und durch die Bewegungswiderstände der Zuleitung, und zwar: