

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 21/22 (1893)
Heft: 18

Inhaltsverzeichnis

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 09.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Ueber die Regulierung von Turbinen. II. — Aus der Baugeschichte der Stadt Luzern. III. — Ein Vorschlag. — Litteratur:

Festschrift. — Miscellanea: Ueber die Verdunstung der Metalle. — Nekrologie: † Dr. Franz Grashof. — Berichtigung.

Ueber die Regulierung von Turbinen.

Von Aurel Stodola, Professor am eidg. Polytechnikum in Zürich.

II.

III. Turbine mit Windkessel und verschwindend kleinen Schwungmassen.

In diesem Falle ist $T_1 = 0$, die charakteristische Gleichung wieder quadratisch, und zwar

$$(\alpha_0 + 1) T_2 T_3 \varphi^2 + \left[-\left(\alpha_0 - \frac{1}{2}\right) T_2 + (\alpha_0 + 1) \varepsilon T_3 \right] \varphi + \left[(1 - \varepsilon) \left(\alpha_0 - \frac{1}{2}\right) + \frac{3}{2} \right] = 0.$$

Die Bedingung für abnehmende Schwingungen hat die Form:

$$-\left(\alpha_0 - \frac{1}{2}\right) T_2 + (\alpha_0 + 1) \varepsilon T_3 > 0$$

oder bei Vernachlässigung von 1 neben α_0 :

$$T_3 > \frac{T_2}{\varepsilon} \quad (25)$$

Bei hinreichender Vergrößerung des Windkessels kann die Schwungmasse auf einen beliebigen kleinen Wert reduziert werden.

Es ist zu beachten, dass nach Voraussetzung der Windkessel in unmittelbarer Nähe des Leitapparates angeordnet sein muss, weil sonst der Trägheitswiderstand der zwischen den beiden befindlichen Wassermasse die Bewegung störend beeinflussen würde.

IV. Offene Turbine.

Dieser Fall soll als Illustration der Annahme $\varepsilon_0 = 0$ dienen, da bei offenen Turbinen diese Geschwindigkeit klein auszufallen pflegt. Es wird $T_2 = 0$, $T_3 = 0$, $\varepsilon = 0$. Die Differentialgleichungen (6) reduzieren sich auf

$$T_1 \frac{dx}{dt} + (\alpha_0 + 1)x = II; \quad \dot{x} = 0; \quad y = -\alpha_0 x; \quad \text{somit ist}$$

$$x = II \left[1 - e^{-\frac{\alpha_0}{T_1} t} \right]$$

d. h. bei der offenen Turbine findet stets ein Uebergang ohne Schwingung statt.

V. Allgemeiner Fall. Turbine mit Schwungmassen und Windkessel.

Hier sind die allgemeinen Formeln (11) bis (19) zu benutzen, und man wird insbesondere aus der Bedingung (18) den zulässigen Grenzwert für irgend eine der Grössen $T_1 T_2 T_3 \varepsilon$ ausrechnen können, wenn die andern gegeben oder angenommen werden. Das meiste Interesse besitzt die Untersuchung des Einflusses der Windkesselgrösse.

Wir ordnen zu diesem Behufe den Ausdruck (18) nach Potenzen von T_3 . Da α_0 im Mittel = 50 und ε stets ein kleiner Bruch ist, können wir 1 gegen α_0 und ε gegen 1 vernachlässigen. Wir erhalten dann:

$$\alpha_0 \varepsilon [\varepsilon T_1 + \alpha_0 T_2] T_3^2 + \left[\varepsilon T_1^2 - \alpha_0^2 T_2^2 - \frac{1}{2} \alpha_0 \varepsilon T_1 T_2 \right] T_3 + \frac{1}{2} [T_1 - \alpha_0 T_2] T_1 T_2 > 0 \quad (26)$$

Setzen wir

$$\left. \begin{aligned} A &= \alpha_0 \varepsilon [\varepsilon T_1 + \alpha_0 T_2] \\ B &= \frac{1}{2} \left[\varepsilon T_1^2 - \alpha_0^2 T_2^2 - \frac{1}{2} \alpha_0 \varepsilon T_1 T_2 \right] \\ C &= \frac{1}{2} [T_1 - \alpha_0 T_2] T_1 T_2 \end{aligned} \right\} \quad (26a)$$

so lautet die linke Seite von (26) als Funktion von T_3 aufgefasst

$$F(T_3) = A T_3^2 + 2 B T_3 + C > 0 \quad (26b)$$

Die Werte, welche T_3 erhalten darf, um der Bedingung (26b) zu genügen, hängen ab von den Wurzeln T_3' und T_3'' der Gleichung $F(T_3) = 0$, und zwar ist

$$\left. \begin{aligned} T_3' &= \frac{-B - \sqrt{B^2 - AC}}{A} \\ T_3'' &= \frac{-B + \sqrt{B^2 - AC}}{A} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Sind die Wurzeln T_3' , T_3'' reell, so wird $F(T_3) > 0$ für alle Werte von T_3 , welche entweder grösser als T_3'' , oder (algebraisch) kleiner als T_3' sind. Werden die Wurzeln imaginär, so ist $F(T_3) > 0$ für einen beliebigen Wert von T_3 .

Die Natur der Wurzeln T_3' , T_3'' hängt ab von den Koeffizienten A , B , C , und zwar wie bekannt in folgender Weise:

I. $B^2 - AC$ ist positiv; die Wurzeln sind reell:

1. $C < 0$, es wird T_3' negativ, T_3'' positiv. Da ein negativer Wert für T_3 keinen Sinn hat, bleibt als Bedingung:

$$T_3 > T_3''.$$

2. $C > 0$ und $B < 0$. Beide Wurzeln sind positiv; es muss T_3 entweder $> T_3''$ oder $< T_3'$ werden.

3. $C > 0$ und $B > 0$. Beide Wurzeln sind negativ; es genügt, wenn $T_3 > 0$.

II. $B^2 - AC$ ist negativ, die Wurzeln werden imaginär; T_3 ist beliebig.

Um ein Kriterium für den Zeichenwechsel obiger Koeffizienten zu gewinnen, schreiben wir:

$$B = \frac{\varepsilon}{2} \left[T_1 - \left(\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{\varepsilon}} \right) \alpha_0 T_2 \right] \left[T_1 + \left(-\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{\varepsilon}} \right) \alpha_0 T_2 \right].$$

Da der zweite Faktor stets positiv ist, hängt das Vorzeichen nur vom ersten ab; bezeichnen wir mit Φ den Ausdruck

$$\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{\varepsilon}},$$

so ergibt sich

$$B \leq 0, \text{ je nachdem } T_1 \leq \Phi \alpha_0 T_2.$$

Aus dem Ausdrucke für C erhellt, dass

$$C \leq 0, \text{ je nachdem } T_1 \leq \alpha_0 T_2 \text{ ist,}$$

Schliesslich ist leicht nachzuweisen, dass

$$B^2 - AC \geq 0 \text{ wird, je nachdem } T_1 \geq \Psi \alpha_0 T_2 \text{ ist,}$$

und zwar variiert das Verhältnis $\frac{\Psi}{\Phi}$ sehr wenig; es ändert sich von etwa $\frac{1}{1.8}$ auf $\frac{1}{2}$, während ε abnimmt von 0.1 auf 0. Da es sich hier nur um ungefähre Grenzwerte handelt, wählen wir die runde Zahl $\frac{1}{2}$ und setzen $\Psi = \frac{1}{2} \Phi$.

Dann ergibt sich folgende Zusammenstellung:

1. $0 < T_1 < \alpha_0 T_2$; die Wurzeln haben verschiedene Vorzeichen; es muss $T_3 > T_3''$ sein.

2. $\alpha_0 T_2 < T_1 < \frac{1}{2} \Phi \alpha_0 T_2$; beide Wurzeln sind positiv, also muss T_3 entweder grösser als T_3'' od. kleiner als T_3' angenommen werden.

3. $\frac{1}{2} \Phi \alpha_0 T_2 < T_1 < \infty$; beide Wurzeln sind entweder negativ oder imaginär; T_3 kann einen beliebigen positiven Wert darstellen.

Dem hier vorkommenden Ausdruck $\alpha_0 T_2$ entspricht nach Bedingung (22) die minimale Schwungmasse, mit welcher eine ohne Windkessel arbeitende Turbine ausgestattet werden kann. Wir wollen diese Schwungmasse die „normale“ nennen und dürfen hiernach obige Resultate in folgender Form aussprechen:

Die zulässige (oder notwendige) Grösse des Windkessels ist hauptsächlich bedingt durch das Verhältnis der Schwungmasse zur relativen Leitungslänge und durch die Bewegungswiderstände der Zuleitung, und zwar: