

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 21/22 (1893)  
**Heft:** 6

**Artikel:** Die Festigkeitsversuche von Wöhler und Bauschinger und unser Gesetz über die Schwächung des Arbeitsvermögens der Materialien durch Spannungswechsel  
**Autor:** Autenheimer  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-18157>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 02.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

INHALT: Die Festigkeitsversuche von Wöhler und Bauschinger und unser Gesetz über die Schwächung des Arbeitsvermögens der Materialien durch Spannungswechsel. (Schluss.) — Fahrbarer elektrischer Drehkrahn. — Miscellanea: Ueber den künstlerischen Nachlass

Gottfried Sempers. Die 35. Jahresversammlung des Schweiz. Ingenieur- und Architekten-Vereins. — Konkurrenzen: Zwei evangelische Kirchen in Düsseldorf.

### Die Festigkeitsversuche von Wöhler und Bauschinger und unser Gesetz über die Schwächung des Arbeitsvermögens der Materialien durch Spannungswechsel.

Von Prof. *Autenheimer* in Winterthur.

(Schluss.)

Der Vollständigkeit wegen sei erwähnt, dass Wöhler die unter Tab. I angegebenen Versuche nicht bei Nr. 9 abgebrochen, sondern bis zu Nr. 23 fortgeführt hat, allein mit Stäben, die „scharf abgesetzt“ waren. Diese brachen, selbst bei einer Spannung unter 140 Ctr., bei einer geringen Anzahl Umdrehungen und kommen hier nicht in Betracht.

Tab. V.

Stäbe kontinuierlich nach einer Richtung gebogen. Jeder Drehung entspricht nur ein Spannungswechsel.

Nr.	Grösste Spannung		Anzahl Drehungen bis zum Bruche	
	Ctr.	kg	nach Wöhler	nach Gleichung
1	550	4020	169 750	
2	500	3655	420 000	
3	450	3289	481 950	
4	400	2925	1 320 000	7 980 000
5	360	2632	4 035 000	9 850 000
6	320	2339	Noch im Betrieb nach	
			3 420 000	12 470 000
7	300	2193	Noch im Betrieb nach	
			48 200 000	14 186 000

Die hier angewendeten Spannungen reichen zum Teil weit über die Elasticitätsgrenze hinaus; sie können daher kaum massgebend sein für Aufstellung einer Regel. Gleichwohl fügt Wöhler bei: „Nach Tab. V wurde dasselbe Material bei einseitiger Biegung noch zum Bruche gebracht bei 360 Ctr. pro Q.-Zoll grösster Faserspannung, bei 300 Ctr. ist der Bruch nach mehr als 48 Millionen Biegungen noch nicht eingetreten. Die Grenzspannungen waren 0 und 300 Ctr. Folglich ist die massgebende Spannungsdifferenz = 300 Ctr.“

Dem kann folgendes entgegengehalten werden. Einmal ist von einer annähernden Stetigkeit der Spannungswechselkurve nicht die Rede; für die kleinern Spannungen steigt sie von 1,3 Millionen auf 4, sinkt dann wieder auf 3,4, um sich sprunghaft bei einer sehr kleinen Spannungsdifferenz auf 48 Millionen zu erheben. Hier fehlt wieder wenigstens ein Versuch, etwa mit einer Spannung von 1500 Ctr., um die Lage des Punktes Nr. 7 entweder bestätigen oder korrigieren zu können.

Sodann genügen 48 Millionen Spannungswechsel, gesetzt auch, sie seien für normale Verhältnisse richtig, noch nicht, um den Wöhler'schen Schluss zu rechtfertigen. Der Stab Nr. 7 sei Teil einer Maschine; er arbeite wie beim Wöhler'schen Versuch, so hält er bei 48 Millionen Spannungswechseln nur 3 Jahre aus, den Tag zu 12 Stunden und das Jahr zu 300 Tagen gerechnet. Damit wäre dem Eigentümer der Maschine nicht gedient; daher vermindert Wöhler bei dieser Art von Spannungswechseln die Bruchgrenze auf eine Sicherheitsgrenze von 180 Ctr. = 1316 kg. Diese Reduktion ist vorsichtig, aber auch willkürlich, weil nicht durch Versuche belegt.

In den Tab. I und V kommt die Spannung 300 Ctr. vor. Da machte der Wöhler'sche Stab nach Tab. I nur 2,99000, nach Tab. V dagegen mehr als 48 200 000 Spannungswechsel durch, also im einen Fall 243,4 mal mehr als im andern. Zwar erlitt im ersten Fall der Stab Wechsel von + 300 Ctr. Spannung in - 300 Ctr., während die Grenzen bei den andern Wechseln 0 und + 300 Ctr. waren. Hierin liegt sicher ein Unterschied. Ob er aber bei gleich

grosser höchster Spannung einen Sprung von 1 auf das 243 fache rechtfertigen kann, möchten wir bezweifeln.

Tab. X.

Stäbe innerhalb bestimmter Grenzen kontinuierlich gedehnt; mit schlanker Hohlkehle abgesetzt.

Nr.	Grösste Spannung		Zahl der Drehungen bis zum Bruche	
	Ctr.	kg	nach Wöhler	nach Gleichung
1	480	3508	800	5 533 000
2	440	3216	106 910	6 584 000
3	400	2924	340 853	7 967 000
4	360	2632	409 481	9 836 000
5	360	2632	480 852	9 836 000
6	320	2339	10 141 645	12 450 000
7	440/200	3216/1462	Eingrenzende Spann.	
			2 373 244	8 300 000
8	440/240	3216/1754	Noch im Betrieb nach	
			4 000 000	9 360 000

Die Spannungen sind wieder zu gross gewählt; der Sprung in der Tourenzahl von Nr. 5 auf 6, nämlich auf das 21 fache, zeigt den gleichen Charakter, auf den wir bei den früheren Versuchen aufmerksam gemacht haben. Die erste Art der Versuche, bei 10 Millionen Drehungen abbrechen, scheint uns nicht richtig; denn als Maschinenteil hätte der Stab bei der vorausgesetzten Geschwindigkeit nur  $\frac{3}{19}$  eines Jahres ausgehalten.

Beim Stab Nr. 5 dieser Tab. beträgt die Zahl der Spannungswechsel 480 852, während sie bei gleicher Spannung in Nr. 5 der Tab. V beträgt 4 035 000, also nahe neunmal mehr und zwar für Spannungswechsel ähnlicher Art.

Augenscheinlich war das Material von Nr. 5 der Tab. X ein schlechtes, das von Nr. 6 ein sehr gutes. Aber hierauf wieder einen weittragenden Schluss abstellen, scheint uns unthunlich.

Die Stäbe Nr. 7 und 8 zeigen eine dritte Art der Inanspruchnahme, nämlich das Steigen von einer mindern Spannung  $s_1$  auf eine höhere  $s$  und wieder das Zurückgehen von  $s$  auf  $s_1$ , beide Spannungen nach gleicher Richtung gedacht. Schade, dass Wöhler den Stab Nr. 8 nicht einer Dehnungsprobe unterwarf, um das ihm noch verbliebene Arbeitsvermögen bestimmen zu können.

Bei den drei letzten Versuchen sind die Resultate aus unserer Gleichung nicht im Widerspruch mit den Wöhler'schen.

#### B. Versuche mit Stäben aus Gusstahl-Achsen.

$$E = 2\ 160\ 000; A = 7,5.$$

Tab. III a.

Gusstahl von Krupp von 1857; Stäbe mit schlanker Hohlkehle abgesetzt; belastet und kontinuierlich gedreht. Eine Umdrehung giebt zwei Spannungswechsel.

Nr.	Grösste Spannung		Anzahl Umdrehungen bis zum Bruche	
	Ctr.	kg	nach Wöhler	nach Gleichung
4	320	2336	642 675	} 21 850 000
5	320	2336	1 665 580	
6	320	2336	3 114 160	
7	300	2190	4 163 375	} 24 600 000
			45 050 640	

Die Stäbe der drei ersten Versuche zeigen ein sehr ungleiches Verhalten und zwar für gleiche Spannung: Stab Nr. 6 vermochte fünfmal mehr Drehungen bis zum Bruche auszuhalten als Nr. 4. Noch ungleicher aber verhielten sich die Stäbe unter Nr. 7 und 8. Denn der letztere hielt elfmal mehr Drehungen aus als der erstere. Der richtige Wert, d. h. derjenige für normales Material, mag nahe in der Mitte liegen.

Dieses Mittel aus den Wöhler'schen Umdrehungszahlen ist 24 600 000; folglich die Anzahl Spannungswechsel 49 200 000. Diese Zahl mag nun benützt werden, um die Konstante  $c$  unserer Gleichung zu bestimmen. Man erhält

$$49\,200\,000 = c \frac{2\,160\,000}{(2190)^2} \cdot \frac{7,5 \cdot 60 \cdot 60}{0,4}; c = 1618.$$

Für diese Stahlorte beträgt also die Konstante 1618.

Wendet man diesen Wert auf die Versuche Nr. 4—6 an, so erhält man eine Umdrehungszahl bis zum Bruche = 21 Millionen, also weit mehr, als Wöhler in Wirklichkeit gefunden hat.

Tab. VII.

Gusstahl von Krupp von 1862; Stäbe kontinuierlich nach einer Richtung gebogen.

Nr.	Grösste Spannung		Zahl der Drehungen bis zum Bruche	
	<i>Ctr.</i>	<i>kg</i>	nach Wöhler	nach Gleichung
1	550	4015	1 762 300	14 630 000
2	525	3832	1 031 200	16 060 000
4	500	3650	5 234 200	17 707 000
5	500	3650	40 600 000 Noch im Betrieb nach	17 707 000

Bei Nr. 1 und 2 ist die berechnete Zahl der Umdrehungen weit grösser als die nach Versuch; bei Nr. 4 und 5 liegen die berechneten Werte zwischen den beobachteten. Da hier die Spannung für beide dieselbe war, so ist es auffallend, dass der fünfte Versuch über achtmal mehr Umdrehungen gab als der vierte. Für kleinere Spannungen fehlen Versuche.

Tab. XIII.

Gusstahl von Krupp von 1862; Stäbe mit schlanker Hohlkehle abgesetzt; kontinuierlich verdreht und zwar

a) nach zwei Richtungen (hin und her).

Eine Umdrehung giebt zwei Spannungswechsel.

Nr.	Grösste Spannung		Zahl der Umdrehungen bis zum Bruche	
	<i>Ctr.</i>	<i>kg.</i>	nach Wöhler	nach Gleichung
6	280	2044	187 500	26 317 000
7	260	1898	1 007 550	30 520 000
8	240	1752	879 700	35 810 000
9	220	1606	19 100 000 Noch im Betrieb nach	42 620 000

Bei stetiger Abnahme der Spannungen bilden die Tourenzahlen eigentümliche Sprünge. Offenbar war das Material von Nr. 8 sehr schlecht. Für die Nr. 6—8 sind die berechneten Tourenzahlen viel zu gross. Stab Nr. 9 könnte nach der Gleichung noch beinahe 23,5 Millionen Umdrehungen mehr machen als Wöhler sie hat ausführen lassen.

b) nach der gleichen Richtung verdreht.

Nr.	Grösste Spannung		Zahl der Umdrehungen bis zum Bruche	
	<i>Ctr.</i>	<i>kg</i>	nach Wöhler	nach Gleichung
1	480	3504	198 600	
2	450	3285	373 800	
3	420	3066	334 750	
4	400	2920	879 700	27 600 000
5	380	2774	23 850 000 Noch im Betrieb nach	30 580 000

Diese Spannungen liegen alle ausserhalb der Grenze der Elasticität des Materials. Warum gleichwohl hohe Umdrehungszahlen entstanden, weit höher als bei geringern Spannungen der unmittelbar vorhergegangenen Versuche, erklärt sich dadurch, dass der Stab keine Spannungswechsel macht mit  $\frac{2}{3}$  Sekunden Dauer. Unsere Umdrehungszahl 30 580 000 ist zwar unter dieser Voraussetzung berechnet und eingeschrieben worden.

Allein diese Berechnungsweise ist hier nicht statthaft. Denn es entstehen Spannungswechsel der zweiten Art mit langen Pausen zwischen dem Anspannen und Nachlassen der Spannung.

Um die Rechnung durchzuführen, wollen wir zuerst annehmen, der Stab habe je vormittags 6 und nachmittags 6 Stunden gearbeitet, so macht er im Tage 2 Spannungs-

wechsel durch. Da  $s = 2774$ ,  $s_1 = 0$ ,  $t_1 = 6$  und  $t = 0$  angenommen werden kann, so giebt unsere Gleichung

$$n = 1618 \cdot \frac{2\,160\,000}{(2774)^2} \cdot \frac{7,5}{\sqrt[3]{6}} = 1897.$$

Somit könnte die Welle arbeiten  $6 \cdot 1897 = 11382$  Stunden.

Sie war aber nur im Betrieb  $\frac{23\,850\,000}{75 \cdot 60} = 5300$  Stunden.

Also hätte sie bis zum Bruche mehr wie doppelt so lange arbeiten können.

Setzt man aber voraus, der Stab sei Tag und Nacht ununterbrochen verdreht worden, so machte er nur *einen* Spannungswechsel durch. Dieser dauerte vom Beginn der Drehung bis zum Augenblick des Abstellens. Der Stab verlor dann einen Teil seines Arbeitsvermögens, der wie folgt berechnet werden kann. Beim Wöhler'schen Versuche hatte der Stab 2774 *kg* Spannung, welche 5300 Stunden anhielt. Es ist daher  $n = 1$ ;  $s = 2770$ ;  $s_1 = 0$ ;  $t_1 = 5300$  und sehr nahe  $t = 0$ . Bezeichnet man das verlorene Arbeitsvermögen mit  $A_1$ , so giebt die Gleichung

$$1 = 1618 \cdot \frac{2\,160\,000}{(2774)^2} \cdot \frac{A_1}{\sqrt[3]{5300}}; A_1 = 0,0384.$$

Somit verbleibt dem Stab das Arbeitsvermögen  $7,5 - 0,0384 = 7,4616$ . Der Verlust macht hiernach nahe  $\frac{1}{195}$  vom ursprünglichen Arbeitsvermögen aus.

Gesetzt es liesse sich erreichen, dass der Stab 50 Jahre lang in dieser Weise beansprucht werden könnte, so würde er durch diesen einen Spannungswechsel einen Arbeitsverlust = 0,167 erleiden.

In der letzten Tabelle ist unbegreiflich der grosse Sprung in den Umdrehungszahlen beim Uebergang von Nr. 4 auf 5, nämlich auf das 27fache; normales Material würde sicher bei einer so kleinen Spannungsdifferenz von  $400 - 380 = 20$  *Ctr.* einen solchen Sprung nicht aufweisen. Gleichwohl schreibt Wöhler darüber: „Nach Tabelle XIII wurde der Bruch bei 380 *Ctr.* pro Quadrat Zoll Schubspannung durch mehr als 23 Millionen Verwindungen nicht mehr erreicht.“ Bei einer Spannung, die nur um 20 *Ctr.* kleiner war, trat er aber schon ein bei 0,8797 Millionen Verwindungen. Hier liegt gewiss für Manchen etwas Unannehmbares vor. Das Gesetz der Stetigkeit ist auch gar zu sehr in Frage gestellt. Ausserdem muss auffallen, dass Wöhler einen andauernd verwundenen Zustand in eine Anzahl Verwindungen umsetzt.

Tab. III.

Gusstahl vom Bochumer Verein von 1863. Stäbe mit schlanker Hohlkehle abgesetzt; belastet und kontinuierlich gedreht. Eine Drehung giebt 2 Spannungswechsel.

Nr.	Grösste Spannung		Zahl der Drehungen bis zum Bruche	
	<i>Ctr.</i>	<i>kg</i>	nach Wöhler	nach Gleichung
3	320	2336	627 000	25 570 000
4	320	2336	20 467 780	25 570 000
5	300	2190	2 845 250 Noch im Betrieb nach	29 095 000
6	300	2190	57 360 000	29 095 000
7	280	2040	3 558 700	33 400 000
8	260	1898	14 176 171 Ausser Betrieb gesetzt nach	38 730 000

Modul der Elasticität und Arbeitsvermögen wurden, in Ermangelung von Daten, wie beim Krupp'schen Gusstahl vorausgesetzt.

Die Wöhler'schen Umdrehungszahlen leiden auch hier durch den Mangel an Stetigkeit. Obschon die Stäbe Nr. 3 und 4 auf gleiche Spannung beansprucht waren, vermochte doch Nr. 4 30mal mehr Drehungen auszuhalten als Nr. 3; obschon Nr. 6 stärker gespannt war als Nr. 7, so machte er doch 16mal mehr Spannungswechsel durch als Nr. 7. Der von uns berechnete Wert liegt nahe in der Mitte von jenen beiden Wöhler'schen Werten. Bei Nr. 8 steht der berechnete im Einklang mit dem Wöhler'schen. Hier liegt die Spannung nahe der Elasticitätsgrenze. Die Resultate

von Nr. 4—8 müssen als unsichere betrachtet werden, wenigstens berechnen sie keinen Schluss auf die Wöhler'sche „Bruchgrenze“.

Man vergleiche noch die Wöhler'schen Resultate der Tab. XIII a mit denen der Tab. III. Bei einer Spannung von 280 Ctr. macht der Stab der ersten Tabelle 187800, derjenige der zweiten 3558700 Umdrehungen; bei einer Spannung von 260 Ctr. waren diese Umdrehungszahlen 1007550 und mehr als 14176171 (weil noch im Betrieb). Die Verschiedenheit der Spannungswechsel rechtfertigt diese grosse Ungleichheit in den Resultaten nicht.

Diesen Ausführungen schliessen wir noch folgendes an.

Die Zahl der Wöhler'schen Versuche beträgt 220; davon hätte wohl die Hälfte unterbleiben können, weil sie mit Spannungen ausgeführt wurden, welche die Elasticitätsgrenze weit überschritten. Dabei meinen wir jene Versuche nicht, welche den Einfluss der Nabenspannung und des scharfen Absetzens zeigen sollten. Sie gewähren hohes Interesse.

Jede Versuchsreihe schliesst ab mit einem Stab, dessen Material höchst wahrscheinlich ein ausgezeichnetes war, das also weit mehr aushalten konnte, als normales Material. Auf dieses aber sollte man abstellen, nicht auf jenes.

Zudem sind die Stäbe nur verhältnismässig kurze Zeit im Betrieb gewesen. Diejenigen 10 Stäbe, welche am längsten aushielten, machten 10, 12, 34, 36, 40, 43, 45, 48, 57 und 132 Millionen Umdrehungen und blieben noch im Betrieb. Der letzte dieser Stäbe brauchte, bei 75 Umdrehungen in der Minute, den Tag zu 12 Stunden und das Jahr zu 300 Tagen gerechnet, rund 8 Jahre zu den beobachteten Spannungswechseln. Allein es giebt Maschinenteile, die fünfmal länger arbeiten sollen, bevor sie brechen. Was nun der erste Fünftel der Arbeit nicht erreicht, das können und werden die folgenden besorgen, nämlich die allmähliche Zerstörung des Materials. Es kann daher wegen dieses ersten Fünftels auf eine „Bruchgrenze“ im Wöhler'schen Sinne nicht geschlossen werden.

Wöhler hat die Stäbe, bei denen er auf den Bruch durch Spannungswechsel verzichtete, nicht näher untersucht. Er hätte finden müssen, es sei ihr Arbeitsvermögen durch jene Millionen Spannungswechsel geschwächt worden. Die Tab. VII führt 2 Stäbe auf mit je 500 Ctr. Spannung; der eine brach bei 5 Millionen Drehungen; der andere blieb nach 40 Millionen Drehungen noch im Betrieb. Wie nahe mag dieser dem Bruche gewesen sein?

Die Wöhler'schen „Schwingungen“ erfolgten schnell, um nicht allzu viel Zeit auf die Versuche verwenden zu müssen. Hätte er die Stäbe langsamer sich bewegen lassen, so würde die Gesamtzahl der Drehungen bis zum Bruche kleiner ausgefallen sein; er hätte, wenn unser Gesetz richtig ist, zu seinen Versuchen nicht mehr Zeit gebraucht; allein diese kleinere Zahl von Spannungswechsel wäre dann weniger aufgefallen und hätte wohl auch nicht zu so weittragenden Schlüssen geführt.

Die Wöhler'schen Versuche bilden nur eine Gruppe von Spannungswechseln und zwar von solchen, die sich schnell vollziehen; allein es giebt auch Wechsel von langer Dauer. Wöhler giebt die Dauer der von ihm veranstalteten Spannungswechsel gar nicht an; er fügt auch nicht bei, dass die gewonnenen Resultate nur für solche Geltung haben; darum bei Vielen die Meinung, das Wöhler'sche Gesetz sei auf jede Art von Spannungswechseln anwendbar, auch auf solche von langer Dauer. Zu dieser Vermutung giebt u. a. auch die Haltung der Experten Veranlassung, welche die Explosion des Dampfkessels auf dem Schiffe „Montblanc“ in Ouchy vor Gericht zu beurteilen hatten. Der Boden des Kessels erlag solchen Spannungswechseln, welche rings um die Umbordung des Bodens Risse erzeugten (s. pag. 52 der Bauzeitung vom 25. Februar). Kaum eine Andeutung fiel über solche Spannungswechsel, geschweige eine klare bestimmte Auseinandersetzung solcher Wechsel als notwendige Ursache der Explosion. Diese kostete am 9. Juli v. J. 26 Personen das Leben. Das allein sollte genügen,

um die unheilvolle Uebertragung des Wöhler'schen Gesetzes auf solche Fälle zurückzuweisen.

Früher kannte die Konstruktionslehre drei Grenzen: die Bruchgrenze, die Elasticitätsgrenze und die Sicherheitsgrenze. Die beiden ersten wurden durch Versuche ermittelt, die letztere wählte man nach dem höhern oder geringern Grade der Beanspruchung. Seit Wöhler giebt es noch eine aus den wiederholten Spannungswechseln abgeleitete Bruchgrenze und eine unter ihr liegende besondere Sicherheitsgrenze. Ueberschreitet man diese nicht, so erhält der Konstruktionsteil eine „unbegrenzte Dauer.“

Allein eine solche Grenze giebt es nicht. Es giebt für alle Theile einer Gesamtkonstruktion, z. B. einer Maschine, je nach der Art der Spannungswechsel, eine grösste Spannung, um denselben Grad der Sicherheit zu erzielen. Sehen wir nach, wie nach unserer Gleichung diese grössten Spannungen sich unter einander verhalten. Die Grösse  $s^2 - s_1^2$  im Nenner der Gleichung entscheidet.

a) Beim Anstrengen nach einer Richtung von  $o$  auf  $s$  und wieder zurück auf  $o$  entsteht ein Wechsel. Dabei ist  $s_1 = 0$ .

b) Ein anderer Theil von gleichem Material mache Wechsel auf Zug und Druck und zwar von  $+s_{11}$  durch  $o$  auf  $-s_{11}$  und umgekehrt. Um für diesen Teil gleiche Sicherheit zu erhalten wie für den ersten, nehmen wir an, der Wechsel von  $o$  nach  $-s_{11}$  sei von gleichem Einfluss auf das Material wie der von  $o$  nach  $+s_{11}$ , d. h. es entstehen zwei Wechsel, die sich in gleicher Zeit vollziehen, wie der unter (a), so dass  $2s_{11}^2 = s^2$  od.  $s_{11} = s\sqrt{0,50} = 0,707s$  wird.

c) Ein dritter Teil mache Wechsel durch nach gleicher Richtung von einer untern Spannung  $s_1$  nach einer obern  $s_0$  und umgekehrt, so muss  $s_0^2 - s_1^2 = s^2$  sein.

Hiernach wird  $s_0$  zur grössten Spannung. Diese wählt man nach Massgabe der Umstände, jedoch immer innerhalb der ursprünglichen Grenze der Elasticität.

Es sei für den Fall (c)  $s_0 = 1200$ ;  $s_1 = 600$  kg, so wird für den Fall (a)  $s^2 = 1200^2 - 600^2$ ;  $s = 1039$  „  
und für den Fall (b)  $s_{11} = 0,707 \cdot 1039 = 715$  „

Arbeiten die fraglichen drei Teile mit den höchsten Spannungen 1200, 1039 und 715, so gewähren sie eine gleich lange Dauer.

Diese Regeln, den Bestandteilen einer Konstruktion, die Wechsel von kurzer Dauer machen, den gleichen Grad der Sicherheit zu geben, sind einfach und scheinen auch der Natur der Vorgänge zu entsprechen.

Es ist das grosse Verdienst von Wöhler, durch seine Versuche auf diese Abstufungen in den Spannungen für den gleichen Grad der Sicherheit hingewiesen zu haben.

#### Versuche von Bauschinger.

J. Bauschinger, Prof. der technischen Mechanik am Polytechnikum in München, hat seine Versuche veröffentlicht unter dem Titel: „Mitteilungen aus dem mechanisch-technischen Laboratorium der techn. Hochschule in München. 13. Heft 1886.“ Das Heft enthält Versuche: „Ueber die Veränderungen der Elasticitätsgrenze und der Festigkeit des Eisens und Stahls durch Strecken und Quetschen, durch Erwärmen und Abkühlen und durch oftmal wiederholte Beanspruchung.“

Es sind nun gerade letztere Versuche, die für uns in Betracht kommen. Eine Wöhler'sche Maschine wurde benutzt, um je 4 Probestäbe von etwa  $1\text{ cm}^2$  Querschnitt einzuspannen und diese zu verstrecken. Die Maschine wurde getrieben durch einen Gasmotor von 2 Pferden. Sie war immer nur am Tag im Gange, über Nacht stand sie still, auch über Mittag in der Regel 2 Stunden.

Der Plan für die Versuche war der: Aus einem Stück Material sollten Stäbe auf kaltem Weg herausgearbeitet werden; das eine der Stäbchen sollte auf der Werder'schen Maschine auf seine Elasticität und Festigkeit untersucht, die andere aber auf der Wöhler'schen Maschine so eingespannt werden, dass die obere Grenze der wiederholten Beanspruchung bei dem ersten in der Nähe der Elasticitäts-

grenze lag, bei dem zweiten etwas höher u. s. w. Die untere Grenze war bei allen Versuchen Null. Von Zeit zu Zeit sollten die Stäbchen, nachdem sie einige Hunderttausend oder Millionen Anstrengungen erlitten hatten, aus der Wöhler'schen Maschine genommen und in der Werder'schen auf ihre Elasticitätsgrenze geprüft werden.

Man beachte: Nicht das Arbeitsvermögen, das dem Stäbchen nach so vielen wiederholten Anstrengungen verblieb, sollte bestimmt werden, sondern der Einfluss der Spannungswechsel auf die Elasticitätsgrenze. So wichtig nun auch die Kenntnis dieser Grenze ist, welche ein Konstruktionsteil während seines Bestehens annimmt, so erkennt man doch, dass die Bauschinger'schen Versuche nicht speciell zu unserer Aufgabe passen. Bei dieser handelt es sich um die allmähliche Abnahme des Arbeitsvermögens eines Stabes, herbeigeführt durch Spannungswechsel jeder Art, solcher von langer wie kurzer Dauer, solcher, die ein Anspannen und Nachlassen der Spannung zeigen mit und ohne Gespanntbleiben zwischen beiden.

Bauschinger hat 49 Stäbe Versuchen unterworfen und die Resultate in den Tab. XIX—XXV zusammengestellt. Heben wir einige Versuche, soweit sie unsern Zwecken dienen, heraus.

Tab. XIX. Vierkantstäbe aus Tafeln von Schweisseisen.  
11 mm dick und 15 cm lang.

Einer der Stäbe zeigte 3840 kg Zugfestigkeit und 0,15 Dehnung; also ein Arbeitsvermögen von annähernd 4,34 m-kg. Modul der Elasticität 2090000 kg; Grenze der Elasticität bei 1043 kg.

Die andern 4 Stäbe wurden in der Wöhler'schen Maschine Spannungswechseln ausgesetzt von je 0—1080; 0—1500; 0—2000 und von 0—2500 kg; sie machten 378971 bis 5189005 Anstrengungen durch, wurden dann ausgespannt, verstreckt mit 1670 bis 2500 kg. Es zeigte sich dabei keine wesentliche Aenderung des Elasticitätsmoduls, wohl aber eine allmähliche Steigerung der Elasticitätsgrenze von 1043 bis 2500 kg.

Unsere Gleichung können wir auf die Versuche nicht mit Sicherheit anwenden, weil die Dauer eines Spannungswechsels nicht angegeben ist. Nehmen wir sie wie bei den Wöhler'schen Versuchen zu 0,8 Sekunden (pro Umdrehung) an, so wird  $t = 0,8 : 3600$  Stunden.

1. Der dritte der arbeitenden Stäbe wurde mit 2000 kg gespannt, seine Elasticitätsgrenze stieg auf 2200 kg und er machte 5182600 Umdrehungen durch, ohne zu brechen. Nach unserer Gleichung hätte er 12048750 Drehungen bis zum Bruche aushalten können, also mehr als das Doppelte.

2. Der vierte der Stäbe wurde von 0—2500 kg gespannt; seine Elasticitätsgrenze stieg ebenso hoch; allein der Stab brach bei 288446 Umdrehungen. Nach unserer Gleichung hätte er 4804380 durchmachen können. Es ist beigefügt: „Bruch, ausserhalb der 150 mm liegend, ist zum grössern Teil eigentümlich hell, glänzend und krystallinisch, gegen den übrigen kleineren, sehnigen Teil scharf abgegrenzt.“

Tab. XX. Vierkantstäbe aus Tafeln von Flusseisenblech.

Absolute Festigkeit 4360 kg; grösste Dehnung 0,213; daher Arbeitsvermögen annähernd 6,75. Bei den Versuchen Spannungen von 0—2440, 0—3000, 0—3500 und von 0—4000 kg. Dabei stieg die Elasticitätsgrenze nach einer grössern Anzahl Spannungswechseln in gleicher Reihenfolge durchschnittlich auf 2625, 2780, 2730 und 2335 kg. Bei der höchsten Spannung hat sich daher die Elasticitätsgrenze am wenigsten gehoben.

1. Der Stab Nr. 9 mit Spannungen von 0—2440 kg brachte es auf 6675023 Umdrehungen, bis er brach. Nach unserer Gleichung hätte er 12970000 Umdrehungen ausgehalten. Das Material war also nicht ganz normal.

2. Stab Nr. 47 blieb bei gleicher Anstrengung noch im Betrieb, nachdem er 11028776 Wechsel durchgemacht hatte. Unsere Gleichung giebt für den Bruch 13380000 Wechsel; der Stab hätte daher bis zur Erschöpfung seines Arbeitsvermögens noch 2351000 Umdrehungen machen können.

Bei diesen beiden Stäben lag die höchste aufgewendete Spannung unter der Elasticitätsgrenze und doch brach der erste nach 5 Monaten des Arbeitens und der zweite würde wahrscheinlich nach 10 Monaten den Anstrengungen erliegen sein.

3. Stab Nr. 15 mit Spannungen von 0—3000 kg brach schon bei 1013788 Wechseln, während er nach unserer Gleichung 5840000 Drehungen hätte aushalten sollen. Allein hier erhob sich die Elasticitätsgrenze auf 2900 kg, blieb also unter der aufgewendeten Spannung; unsere Gleichung ist also nicht anwendbar.

#### XXI. Vierkantstäbe aus Flacheisen.

Zugfestigkeit 4020 kg; grösste Dehnung 0,142; daher Arbeitsvermögen annähernd 4,17 m-kg.

1. Stab Nr. 27 machte 16488816 Wechsel durch bei Spannungen von 0—2106 kg, ohne zu brechen. Modul der Elasticität 2060000 kg, Grenze der Elasticität bei 2480 kg; diese lag also über der aufgewendeten Spannung. Unsere Gleichung giebt nur 6540000 Spannungswechsel bis zum Bruche, also weit weniger als nach Versuch. Ueber den Bruch wird angegeben: „feinsehnig wie bei Nr. 26“. Dort heisst es aber: „Sehr feinsehnig, feingeschichtet, dicht.“ Also Qualität des Materials über dem normalen liegend.

2. Stab Nr. 29 hielt nur 672802 Wechsel aus bei Spannungen von 0—3000. Elasticitätsgrenze bei 1810 kg. Nach unserer Gleichung mögliche Anzahl Wechsel 2147650; also mehr als das dreifache nach Versuch. Bruch: „Grosse, hellfarbige, körnige und krystallinische Viertell ellipse um die Ecke der Bruchfläche, scharf begrenzt gegen den übrigen sehnigen Teil“. Also Material weniger gut.

Aus seinen Resultaten zieht Bauschinger folgende Schlüsse:

1. „Wenn bei wiederholten Anstrengungen auf Zug, deren untere Grenze Null ist, die obere Grenze in der Nähe der ursprünglichen Elasticitätsgrenze liegt, so wird auch durch 5—16 millionenmalige Wiederholung dieser Anstrengungen der Bruch nicht erreicht.“

Dieser Satz, wir wollen das betonen, sagt nichts von „Bruchgrenze“, „absoluter Bruchgrenze“, „unbegrenzter Dauer“, wie dies bei Wöhler der Fall ist. Jener Fassung des Satzes über die Wirkung der Spannungswechsel wird Jeder zustimmen können. Bauschinger fügt vorsichtshalber noch bei: Bei Anwendung dieses Satzes auf die Praxis ist nicht zu übersehen, dass das Material vollständig fehlerfrei sein muss. „Die geringsten Fehler, die ursprünglich nicht oder kaum bemerklich sein konnten, veranlassen, namentlich bei den homogenen Materialien (Flusseisen und Flusstahl), den Bruch schon nach einer verhältnismässig geringern Zahl von Wiederholungen auch bei Anstrengungen, die unter oder nur wenig über der Elasticitätsgrenze liegen.“

2. „Durch oftmal wiederholte Anstrengungen zwischen Null und einer obern Spannung, welche in der Höhe oder auch mehr oder weniger über der ursprünglichen Elasticitätsgrenze gelegen ist, wird diese gehoben und zwar bis über, manchmal weit über die obere Grenze der Anstrengungen hinaus und um so höher, je grösser die Anzahl der Anstrengungen ist, ohne jedoch eine gewisse Höhe überschreiten zu können.“

Dieser Satz ist durch die Versuche bestätigt. Er ist für unsere Frage von Bedeutung. Gehen nämlich Spannungswechsel vor sich innerhalb der Elasticitätsgrenze, so nimmt das Arbeitsvermögen nur sehr langsam ab; rasch dagegen bei Spannungen, welche diese Grenze überschreiten. Das deswegen, weil im letztern Fall die bleibenden Ausdehnungen, herbeigeführt von Wechsel zu Wechsel, relativ gross ausfallen. Steigt nun die Elasticitätsgrenze durch Spannungswechsel, so liegt darin ein Mittel, den Konstruktionsteil lange zu erhalten. Die Steigerung der Elasticitätsgrenze erhöht keineswegs das Arbeitsvermögen des Materials, es verlangsamt nur den Verbrauch der aufgespeicherten Arbeitsfähigkeit.

3. „Wiederholte Anstrengungen zwischen Null und einer obern Grenze, welche die ursprüngliche Elasticitäts-

grenze noch über ihre obere Spannung hinaus zu heben vermögen, führen den Bruch nicht herbei; wenn aber ihre obere Grenze so hoch liegt, dass die Elasticitätsgrenze nicht mehr darüber hinausgehoben werden kann, so muss der Bruch nach einer beschränkten Anzahl solcher Anstrengungen erfolgen.“

Bauschinger fügt sogleich bei: „Die praktische Wichtigkeit dieses Satzes, wenn er sich bestätigt etc.“ Er wird sich nicht bestätigen. Er würde sich bestätigen, wenn es in der ersten Abteilung hiesse: führen den Bruch erst nach einer grossen Zahl von Spannungswechsel herbei, statt „führen den Bruch **nicht** herbei.“ Sonst würde sein Satz annähernd das enthalten, was Bauschinger von dem Wöhler'schen Gesetze sagt, nämlich: „Das merkwürdige Resultat der Wöhler'schen Versuche war eigentlich das, dass Schwingungen, deren obere Grenze **über** der Elasticitätsgrenze liegt, den Bruch **nicht** notwendig herbeiführen müssen, sondern, wenn sie nur in gewissen Schranken bleiben, in **unbeschränkter** Zahl ausgehalten werden.“ Allein dieser Satz ist ja nicht bewiesen.

4. „Die Zugfestigkeit zeigt sich durch millionenmal wiederholte Anstrengungen nicht vermindert, eher erhöht, wenn das Probestück nach jenen Anstrengungen mit ruhender Belastung abgerissen wird.“

Einverstanden. Allein wenn auch während der Spannungswechsel die Festigkeit gleich bleibt oder sogar grösser wird, so findet das auf Unkosten der Dehnungsfähigkeit und damit auch auf Unkosten des Arbeitsvermögens statt. Es wäre somit ein Irrtum, anzunehmen, es steige die Dauerhaftigkeit des Materials.

5. „Oftmal, millionenmal wiederholte Anstrengungen des Eisens und Stahls bringen keine Aenderung der Struktur hervor. Die eigentümlichen Zeichnungen, welche an Brüchen ersichtlich sind, die während solcher wiederholter Anstrengungen entstanden, rühren von einer Struktur-Aenderung her, die sich lediglich auf die äussere Oberfläche der Bruchstellen beschränkt.“

Dass nach und nach eine andere Lagerung der kleinsten Teile des Materials durch Spannungswechsel eintreten muss, kann doch kaum bezweifelt werden; allein es ist begreiflich, dass die Aenderung erst in den spätern Stadien der Erschöpfung des Arbeitsvermögens bemerkbar wird. Der Bauschinger'sche Satz ist kein Beweis dafür, dass nicht Arbeitsvermögen durch zahlreich wiederholte Spannungswechsel verloren gehe.

In einem einleitenden Abschnitt erklärt Bauschinger: „Die Proportionalitätsgrenze ist auch Elasticitätsgrenze“ und fährt dann später fort: „Eine Konsequenz jener Definition der Elasticitätsgrenze ist die folgende: Wenn in einem Stabe, welcher wechselnden Beanspruchungen zwischen einer untern und obern Grenze, von denen wenigstens die letztere über der ursprünglichen Elasticitätsgrenze liegt, ausgesetzt wird, die Lage der Elasticitätsgrenze nicht verändert oder erniedrigt wird, oder wenn dieselbe im Falle der Erhöhung unter jener obern Grenze bleibt, so muss durch solche Anstrengungen, wenn sie nur oft genug wiederholt werden, schliesslich der Bruch erfolgen. Denn jede neue Anstrengung bringt eine neue Vergrösserung der Längenänderung hervor. — Wenn aber umgekehrt beide Grenzen der wechselnden Beanspruchungen unterhalb der Elasticitätsgrenze liegen und liegen bleiben, so kann auch durch noch so lange fortgesetzte Wiederholung der Anstrengungen der Bruch **nicht** erfolgen.“

Man beachte, wie Bauschinger zu diesem Satze kommt. Er stellt eine Definition fest und folgert aus ihr seinen Schluss. Der wäre sicher richtig, wenn er es mit **idealem** Material zu thun hätte, ausgestattet mit vollkommener Elasticität; allein Eisen und Stahl sind reale Dinge, die keine absolut vollkommene Elasticität besitzen. *Hodgkinson* hat gezeigt, dass jede Belastung, ob klein oder gross, eine bleibende Ausdehnung hervorbringt. Hier möge ein Versuch von ihm über die Ausdehnung eines prismatischen Stabes von Schmiedeeisen eingereicht werden.

Belastung per 1 cm <sup>2</sup>	Verlängerung pr. lfd. Meter	
	Totale	Bleibende
<i>kg</i>	<i>mm</i>	<i>mm</i>
178	0,082	
375	0,185	
562	0,284	0,0025
749	0,380	0,0034
937	0,475	0,0042
1125	0,571	0,0051
1312	0,665	0,0068
1500	0,760	0,0101
1687	0,873	0,0330
1875	1,013	0,0830

Ein solcher unbestrittener Versuch ist für unsere Frage entscheidend. Er giebt schon bei einer Spannung von 562 kg eine bleibende Ausdehnung, allerdings nur von 0,0025 mm, an. Selbstverständlich muss sich auch für noch kleinere Spannungen eine bleibende Ausdehnung ergeben. Der obige Satz von Bauschinger: „denn jede neue Anstrengung bringt eine neue Vergrösserung der Längenänderung hervor“, gilt daher allgemein, er gilt auch für Spannungen unter der Grenze der Elasticität. Daher muss auch der Bruch des Stabes für jede noch so kleine Spannung erfolgen, wenn nur die Spannungswechsel oft genug wiederholt werden.

Am Schlusse unserer Arbeit angelangt, können wir konstatieren, dass unsere Gleichung Resultate liefert, welche teils ganz, teils in naher Uebereinstimmung stehen mit denen der Wöhler'schen und Bauschinger'schen Versuche, zwar nur in den Fällen, wo Spannungen angewendet wurden, die nicht erheblich die ursprüngliche Elasticitätsgrenze überschritten und wo das Material als ein normales angesehen werden könnte.

Das steht fest: die Frage über die Haltbarkeit einer Konstruktion kann nicht gelöst werden mittelst der Grösse der Spannungen, der Elasticitätsgrenze und des Elasticitätsmoduls, sondern es muss die Dehnungsfähigkeit, beziehungsweise das **Arbeitsvermögen** und die **Zeit**, welche auf den Spannungswechsel verwendet wird, beigezogen werden. Das ist bisher nicht geschehen, wird aber später in der einen oder andern Form geschehen müssen.

Wir haben in unserm ersten Artikel der Zeitfunktion der Einfachheit wegen die Form  $t + \sqrt[3]{t_1}$  gegeben. Allgemein hätten wir dafür nehmen sollen

$$at^m + a_1 t_1^x + a_2 t_2^y + a_3 t_3^z$$

worin bezeichnen:  $t$  die Zeit zum Anspannen,  $t_1$  die Zeit zum Gespanntsein,  $t_2$  die Zeit zum Nachlassen und  $t_3$  die Zeit, welche verfliesst zwischen dem Nachlassen und dem darauf folgenden Anspannen; ferner  $u, x, y, z$  konstante Exponenten dieser Zeiten und endlich  $a, a_1, a_2$  und  $a_3$  konstante Faktoren. Allein wir wollten nur eine vorläufige Abschätzung geben und beschränkten uns daher auf die einfache Form, schon deswegen, weil wir nicht genug Material hatten, um mehr als zwei Konstante zu bestimmen.

### Fahrbarer elektrischer Drehkrah.

Die Anwendbarkeit des Elektro-Motors auf den Antrieb von Arbeitsmaschinen und Hebezeugen ist längst anerkannt. Manche dieser Anwendungen erreicht aber, als Ganzes betrachtet, nicht diejenige Vollkommenheit, welche der Entwicklung, sowohl der Elektrotechnik, als des Maschinenbaues einzeln entsprechen würde. Dies kommt daher, dass Maschinenbauer und Elektrotechniker einander nicht immer genügend verstehen oder von einander örtlich zu weit getrennt sind, als dass die Einheit der Kombination ihrer Produkte genügend gewährleistet wäre. Der hier zur Abbildung gebrachte, elektrische, fahrende Drehkrah ist das Produkt einer Fabrik, welche im Bau von Krähen und Arbeitsmaschinen nicht weniger kompetent ist, als in der Elektrotechnik. Man wird dies an der Einfachheit der ganzen Konstruktion sofort er-