Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 19/20 (1892)
Heft: 9

Inhaltsverzeichnis

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 04.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

INHALT: Das schweiz. Präcisions-Nivellement, III. (Schluss). — Wettbewerb für ein neues Secundarschulhaus in Winterthur, III. (Schluss). — Miscellanea: Steinkohle in Holland. Weltausstellung in Chicago. — Concurrenzen: Bürgerasyl in St. Gallen. Cantonale Gewerbeschule (Technikum) in Burgdorf. — Correspondenz. — Vereinsnachrichten: Gesellschaft ehemaliger Studirender der eidgenössischen polytechnischen Schule in Zürich. Stellenvermittelung.

Das schweizerische Präcisions-Nivellement

von Dr. *J. B. Messerschmitt* in Zürich.

III. (Schluss.)

Für die Ausgleichung der gemessenen Höhen in der Schweiz treten 58 Linien zu einem Netze zusammen, welche 16 geschlossene, unter sich zusammenhängende Polygone bilden. Da aber die Resultate zweier Nivellements einer Linie, nämlich von Brienz zum Rhonegletscher, stark von einander abwichen und ebenso die beiden Polygone, in welche diese Linie eingeht, ungewöhnlich grosse Schlussfehler ergaben, so wurde sie mangels anderer Anhaltspunkte weggelassen, wodurch 15 Polygone mit 57 Linien für die Ausgleichungsrechnung übrig blieben. Jede Linie kommt in zwei Polygonen vor, mit Ausnahme derjenigen, welche an der Peripherie liegen; diese lassen sich zu einem Polygone zusammenfassen, dem Umfangspolygon, welches zur Controlle dient.

Addirt man die in einem Polygone erhaltenen Höhenunterschiede der aufeinanderfolgenden, als Knotenpunkte auftretenden Polygoneckpunkte, indem man dieselben auf dem Polygonumfange in einer Richtung verfolgt, so sollte Null herauskommen. Der kleine übrigbleibende Höhenunterschied ist der Schlussfehler. (Der Einfluss, welchen die kugelförmige Erdgestalt auf die schweizerischen Höhenmessungen hat, konnte vernachlässigt werden, da sowol die Polygone im Vergleich zur Erdoberfläche sehr klein, als auch die Ausdehnung des ganzen Netzes in meridionaler Richtung gering ist.)

Zur Erläuterung sei im Nachstehenden ein Polygon als Beispiel angegeben:

Polygon I.

Nr.	Netzlinie	Entfernung	Höhendifferenz	$\pm\ \delta$
+ (1)	Morges-Ouchy	11,2 *km*	— 37,5810 *m*	5,6 *mm*
— (2)	Lausanne-Morges	11,9 „	+ 166,4715 „	10,4 „
+ (3)	Ouchy-Lausanne	3,1 „	— 128,9072 „	5,9 „
		26,2 *km*	$P_1 = -16{,}7$ *mm*	$\pm$ 13,2 *mm*

Hierin ist die Linie Morges-Ouchy doppelt, vorwärts und rückwärts, die beiden anderen einfach nivellirt worden. Der Schlussfehler des Polygons (P) ergibt sich aus den Beobachtungen zu — 16,7 *mm*; nach den oben abgeleiteten Formeln ist als mitterer Fehler zu befürchten

$$\delta = \pm\ 13{,}2\ mm.$$

Die nachstehende Zusammenstellung soll einen Ueberblick über das ganze Netz geben:

Polygon	Umfang	Höhenunterschied	Schlussfehler P	Schlussfehler δ	μ
I	26,2 *km*	166 *m*	— 16,7 *mm*	$\pm$ 13,2 *mm*	$\pm$ 3,1 *mm*
II	196,8 „	257 „	— 7,6 „	56,2 „	0,5 „
III	90,6 „	791 „	+ 44,5 „	28,1 „	4,7 „
IV	34,5 „	602 „	+ 15,1 „	22,0 „	2,6 „
V	60,6 „	451 „	+ 5,9 „	25,7 „	0,8 „
VI	135,4 „	169 „	— 10,8 „	36,6 „	0,9 „
VII	269,9 „	492 „	+ 90,9 „	54,9 „	5,5 „
VIII	222,4 „	112 „	— 73,9 „	65,2 „	5,0 „
IX	215,1 „	178 „	— 92,8 „	44,0 „	6,4 „
X	245,8 „	179 „	+ 64,7 „	64,1 „	4,1 „
XI + XIII	553,3 „	1530 „	—179,4 „	100,6 „	7,6 „
XII	303,8 „	1530 „	— 52,1 „	86,7 „	3,0 „
XIV	275,1 „	109 „	+ 95,8 „	46,7 „	5,8 „
XV	269,9 „	1413 „	+ 70,8 „	59,9 „	4,3 „
XVI	261,2 „	1178 „	+ 41,3 „	65,8 „	2,6 „
U	1193,6 „	3354 „	— 6,3 „	149,0 „	0,04 „
Summe	4354,2 *km*	12511 *m*	866,6 *mm*	918,7 *mm*	56,94 *mm*

Hierin bezeichnen die römischen Ziffern die Nummern der Polygone, U das Umfangs-Polygon. Die zweite Spalte gibt den Umfang in Kilometern, die dritte die grössten Höhenunterschiede in Metern an. In der vierten Spalte steht der aus den Beobachtungen sich ergebende Polygonalschlussfehler P, in der vierten der nach den oben entwickelten Formeln berechnete δ, deren reciproke Werthe in die Ausgleichung als die Gewichte eingeführt wurden. Die letzte Spalte enthält den mittleren Kilometerfehler des gefundenen Höhenunterschiedes, das ist des mittleren Fehlers der Höhendifferenz zweier um einen Kilometer entfernter Punkte in der betreffenden Strecke, wie man ihn nach der Formel

$$\mu = \sqrt{\frac{PP}{[k]}}$$

findet, wo P wieder der beobachtete Polygonalschlussfehler und $[k]$ der Umfang des Polygons bedeutet. Die Summen sind ohne Rücksicht auf die Vorzeichen genommen.

Nehmen wir zunächst auf den Netzzusammenhang keine Rücksicht, lässt man also das Umfangspolygon ausser Betracht und bildet dann den mittleren Kilometerfehler μ, so erhält man als Mittelwerth für die 15 Polygone

$$\mu_1 = \sqrt{\frac{PP : [k]}{15}} = \pm\ 4{,}3\ mm.$$

Unter Einschluss des Umfangspolygons erhält man aber $\mu = \pm\ 4{,}2$, während für dieses allein der Schlussfehler äusserst klein ist.

Aus der Zusammenstellung der Polygone lassen sich die Bedingungsgleichungen für die Ausgleichung ohne Weiteres ablesen. Bezeichnet man in dem obigen Beispiel die unbekannten Verbesserungen in Millimetern der einzelnen Linien, welche den absolut genommenen Höhenunterschieden hinzuzufügen sind, um die ausgeglichenen Werthe zu erhalten, für welche die Schlussfehler der Polygone verschwinden, wie schon angedeutet, mit (1) (2) (3), so erhält man für dieses Polygon die Bedingungsgleichung

$$+ (1) - (2) + (3) - 16{,}7 = 0.$$

Analog wurden die übrigen 14 Gleichungen (das Umfangspolygon dient als Controlle) aufgestellt und nach der Methode der kleinsten Quadrate aufgelöst. Die (1) (2) (3) bedeuten unabhängige Beobachtungsfehler, folglich muss die Summe ihrer Quadrate, mit ihren Gewichten multiplicirt, zu einem Minimum werden. Führt man in der bekannten Weise durch Multiplication der Bedingungsgleichungen noch zu bestimmende Coefficienten C_i, die sogenannten Correlaten, hier 15 an der Zahl, ein, addirt die so erhaltenen Gleichungen zur Summe der Fehlerquadrate, differentiirt nach allen Unbekannten und setzt die Differentialquotienten einzeln gleich Null, so erhält man nach gehöriger Reduction die Fehlergleichungen, in welchen die Linienverbesserungen (1)(2)(3)..., als Functionen der Correlaten C_i erscheinen. Setzt man diese Werthe in die Bedingungsgleichungen ein, so erhält man die Normalgleichungen, deren Auflösung nach der Gauss'schen Eliminations-Methode die Werthe der Correlaten ergeben. Setzt man diese in die Fehlervergleichungen ein, so findet man unmittelbar die ausgeglichenen Verbesserungen der Höhenunterschiede, das sind die (1) (2) (3) . . ., für die einzelnen Netzlinien.

Die numerischen Werthe derselben wurden zwischen + 38 *mm* und — 59 *mm* gefunden, sind aber der Mehrzahl nach unterhalb $\pm$ 10 *mm*; 32 haben ein positives und 25 ein negatives Vorzeichen, was in Anbetracht der geringen Anzahl und der grossen Gewichtsunterschiede als genügend angesehen werden kann, da sie nicht sehr von der Hälfte abweichen.

Einen weiteren Anhaltspunkt über die Sicherheit der schweizerischen Höhenmessungen soll die nachstehende Zusammenstellung geben.