

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 19/20 (1892)
Heft: 8

Artikel: Das schweizerische Präcisions-Nivellement
Autor: Messerschmitt, J.P.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-17382>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 21.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Das schweiz. Präcisions-Nivellement. II. — Project einer Eisenbahn auf den Eiger. — Zur Frage der Verwendung von geräuschlosem Pflaster im Strassenbau der Städte. — Ueber Conservirung und Erhärtung des Ostermündiger Sandsteins. — Wettbewerb für ein neues Secundarschulhaus in Winterthur. II. — Miscellanea: Electricische Ausstellung im Londoner Kristallpalast. Verwendung von Flusseisen für Eisenbahnbrücken in Oesterreich. Ueber die Grösse der Gefährdung

im Strassenverkehr von Berlin. Neue Aluminiumlegierungen. Dampfkessel-Explosionen in Deutschland. Ueber die Bergkrankheit beim Bau der südamerik. Hochgebirgsbahnen. Deutscher Verein für Fabrication von Ziegeln, Thonwaren, Kalk und Cement. Zunahme der electr. Beleuchtung in Paris. — Nekrologie: † Eugen Mäder. — Vereinsnachrichten: Zürcher Ingenieur- und Architekten-Verein.

Das schweizerische Präcisions-Nivellement

von Dr. J. B. Messerschmitt in Zürich.

II.

Das Nivelliren geschieht aus der Mitte, d. h. die Latten werden vor und rückwärts in nahe gleicher Entfernung vom Instrument aufgestellt, wodurch nicht nur der Einfluss der Instrumentalfehler eliminirt wird, sondern auch möglichst der der Depression des Horizontes und der Refraction, wenn auch nicht in dem Masse wie die Instrumentalfehler. Immerhin wurde noch jedesmal der Stand der Libelle notirt, und die daraus abgeleitete Instrumental-Correction in Rechnung gebracht.

Die Libellen wurden öfter untersucht, um etwaige Veränderungen derselben berücksichtigen zu können. Die Collimation der optischen Achse des Fernrohres wurde täglich bestimmt durch Umlegen des Fernrohres in seinen Lagern, indem man jedesmal eine Ablesung an der Latte machte; falls sie einen gewissen Grad überschritt, wurde sie mit den Stellschrauben des Fadennetzes verbessert. Ebenso wurde die Libelle vor Beginn der Arbeit durch Umsetzen auf dem Fernrohre controllirt und nöthigenfalls corrigirt.

Da die Zielweiten im Allgemeinen nicht 50 m überschritten, so ist der von den Instrumentalfehlern übrig bleibende Fehler unterhalb 0,5 mm, d. h. er bleibt innerhalb der Beobachtungsfehler.

Das Fadennetz besteht aus drei festen Fäden, welche sowol zur Controlle eine dreifache Ablesung gestatten, als auch zugleich die Entfernung der Latten vom Instrumente zu berechnen erlauben. Zu letzterem Zwecke muss der genaue Winkelwerth der beiden äussersten Fäden bekannt sein, den man dadurch bestimmt, dass man die Latte in bekannte Entfernungen (10, 20, 30 m u. s. w.) vom Instrument aufstellt, die Ablesungen für beide Fäden an der Latte macht und daraus den Winkel (A) berechnet.

In neuerer Zeit ist man davon abgekommen, an drei Fäden abzulesen, weil einmal die Ablesung an dem oberen und unteren Faden aus dioptrischen Gründen niemals so scharf ist als am Mittelfaden, und dann die drei Ablesungen nicht als von einander unabhängig angesehen werden können, so dass die Genauigkeit sich nicht im Verhältniss von $\sqrt{3}:1$ steigert. Vor Ablesungsfehlern ist man überdiess auch bei drei Fäden nicht geschützt. Die beste Methode dürfte wol das von Vogler vorgeschlagene und beim holländischen Präcisions-Nivellement angewandte Verfahren sein, wobei man stets den Faden auf die Mitte eines Feldes einstellt, was sehr sicher geschehen kann. Der Ausschlag der Libelle, den man ja beim ersteren Verfahren auch be-

rücksichtigt, wird hiebei im Allgemeinen etwas grösser werden, dafür fällt die Reduction der beiden äusseren Fäden auf den Mittelfaden und die Berechnung der Lattenentfernungen fort. Dem Nachtheile, den man beim Ablesen eines Fadens hat, dass man die Entfernung der Latten vom Instrumente nicht erhält, lässt sich ohne Mühe genau genug durch einfaches Abschreiten, oder, wenn es erwünscht ist, sogar durch Benutzen eines Messbandes begegnen. Der Hauptvortheil dagegen liegt offenbar darin, dass die an und für sich mechanische Arbeit rascher vorwärts geht, wodurch, wie die Erfahrung lehrt, die Messungen auch sicherer werden.

Die Reduction der Beobachtungen geschieht in der Weise, dass zunächst der Niveaufehler (i) aus den Ablesungen abgeleitet wird; er ist gleich der Hälfte der Ablesungen in beiden Positionen der Libelle.

Der Fehler, der dadurch entsteht, dass Libellen- und Fernrohrachsen nicht genau parallel sind, wird durch Drehen des Fernrohres in seinen Lagern ermittelt und ist gleich der Hälfte der Ablesungen in den beiden extremen Lagen am Niveau; er sei mit p bezeichnet.

Endlich die Collimation der optischen Achse, bezeichnet mit C , wird aus den Ablesungen abgeleitet, welche man an der Latte macht, wenn man das Fernrohr in seinen Lagern umlegt.

Bezeichnet A den Winkel zwischen den beiden äussersten Fäden des Netzes in Bogensecunden ausgedrückt; δ die halbe Differenz der beiden Ablesungen an der Latte in beiden Fernrohrlagen in Centimeter und c die Entfernung der beiden äussersten Fäden auf der Latte in Centimeter; D die Entfernung der Latte in Centimeter und u den Winkelwerth in Bogensecunden eines Niveaufeldes, so hat man

$$\operatorname{tg} C = \delta/D \quad \text{oder} \quad D = c \cdot \operatorname{ctg} A$$

und weil C immer ein kleiner Winkel ist, ergibt sich daraus durch eine einfache Umformung:

$$C = \frac{\delta}{c} \cdot \frac{\operatorname{tg} A}{\operatorname{tg} 1''}$$

in Bogensecunden, oder in Theilen des Niveaus:

$$C = \frac{\delta}{c} \left(\frac{\operatorname{tg} A}{\operatorname{tg} 1''} \cdot \frac{1}{u} \right)$$

Nach Ermittlung der Constanten i , p und C werden für jeden Instrumentstand die Entfernungen der Latte aus $D = c \operatorname{ctg} A$ bestimmt.

Da der Mittelfaden nicht genau mit der Mitte der beiden äusseren Fäden zusammenfällt, hat man zur Reduction der Ablesungen an letzteren Fäden auf den ersteren die Correction

$$R = c \cdot \operatorname{ctg} A \cdot \operatorname{tg} \frac{A_2 - A_1}{3}$$

anzubringen, wo A_1 und A_2 die Ablesungen für die beiden äusseren Fäden bedeuten.

Endlich ergibt sich die Verbesserung der Lattenablesungen wegen der Neigung und der Instrumentalfehler nach der Formel:

$$X = J c \cdot \operatorname{ctg} A \operatorname{tg} 1''$$

wo einmal J die Neigung des Fernrohres und das andere Mal die Summe der Instrumental-Correctionen $C + i + D$ bedeutet.

Die beiden verwendeten Latten sind vorzüglich getheilt, so dass nach der vorgenommenen Untersuchung die einzelnen Centimeter als einander gleich angenommen werden dürfen. Zur Ermittlung des genauen Metermases und auch um sich von etwaigen Veränderungen Rechenschaft geben zu können, wurden sie sowol mit einem Normalmasstabe, als auch unter sich regelmässig verglichen. Zu diesem Zwecke wurde ein Eisenmasstab von 3 m Länge hergestellt, der durch das internationale Mas- und Ge-

Anm. Herr Ingenieur *Albert von Steiger*, der im Mai und Juni 1877 in Bd. VI der „Eisenbahn“ einen Artikel über den damaligen Stand des Präcisions-Nivellements veröffentlicht hat, ist so freundlich, uns mitzutheilen, dass die Zeichnungen der Instrumente und Latten damals speciell für jene Abhandlung angefertigt und erst in zweiter Linie als Anhang in die officiële Publication der geodätischen Commission, welche sie entlehnt hatte, aufgenommen worden sind.

Um das Verständniss der vorstehenden Arbeit zu unterstützen und mit Rücksicht darauf, dass viele Leser dieser Zeitschrift den bezüglichen Band der „Eisenbahn“ nicht zur Hand haben, wurden jene Zeichnungen in verkleinertem Masstabe hier wieder abgedruckt. Zugleich mögen diejenigen, welche sich näher für die Art der Beobachtungen und den Gang der Reduction interessiren, auf obige Abhandlung verwiesen werden.

wichts-Bureau in Breteuil mit dem Urmass des Meters, dem neuen mètre prototype, genau verglichen und dessen Temperaturcoefficienten ermittelt wurden.*) Nach dem Gesamtergebniss der Vergleichen mit dem 3 m Eisenmasstabe wurde für 1 m der

I. Latte = $1,000\,669\,m \pm 0,019\,mm$ mittlerer Fehler,

II. Latte = $1,000\,296\,m \pm 0,021\,mm$ „ „
gefunden, woraus man den Unterschied zwischen beiden Latten I—II = $0,373\,mm$ erhält.

Eine weitere Vergleichung geschah in der Weise, dass der nämliche, unveränderliche Höhenunterschied zweier festen Marken mit beiden Latten gemessen wurde, woraus sich der Unterschied beider Latten zu $0,365\,mm \pm 0,021\,mm$ in guter Uebereinstimmung mit dem oben gefundenen directen Werthe ergab.

Eine Abhängigkeit der Latten von der Temperatur konnte nicht festgestellt werden. Die Aenderungen der Längen durch Einwirkung der Feuchtigkeit oder aus anderen Ursachen, welche in der organischen Natur des Materials ihren Grund haben, ergaben im Mittel aus allen Vergleichen eine mittlere Veränderlichkeit von $\pm 0,067\,mm$ für 1 m. Um diesen Veränderungen möglichst Rechnung tragen zu können, vergleicht man in neuerer Zeit die Nivellirlatten täglich mit einem Normalmeter, ja man bringt sogar genau untersuchte Metallmasstäbe direct an die Latten an, um so jeder Zeit eine Controlle zu haben,

Zur Festlegung der nivellirten Punkte auf längere Zeit wurden sie versichert und zwar unterscheidet man Höhenmarken erster und zweiter Ordnung. Die Höhenmarken erster Ordnung bestehen aus Bronzecylindern von 1 cm Länge und 3 cm Dicke, welche senkrecht in Felsen oder Steine öffentlicher Gebäude u. s. w. angebracht wurden. Der Cylinder endet oben in eine horizontale Platte von 6 cm Durchmesser, die eben mit dem Steine eincementirt ist und die Inschrift NF (nivellement fédéral) mit der Ordnungsnummer trägt. Die Höhenmarken zweiter Ordnung wurden während der Messungen nach Bedürfniss hergestellt und zunächst mit einem Punkte von schwarzer Oelfarbe, um den ein Kreis gemacht wurde, nebst Nummer bezeichnet. Nachträglich wurden an deren Stelle Kreuze in den Stein gemeisselt.

Die Genauigkeit, welche bei den Höhenmessungen erstrebt und auch erreicht wurde, war, den Höhenunterschied zweier um 1 km entfernter Punkte auf 5 mm genau zu erhalten.

Nach eingehender Prüfung haben sich die folgenden Fehlerquellen, denen das Präcisions-Nivellement ausgesetzt ist, ergeben:

1. Die zufälligen Fehler. Sie wachsen proportional mit der Wurzel der Anzahl der Instrumentaufstellungen, wofür man genähert setzen kann proportional der Anzahl Kilometer des durchlaufenen Weges. Bezeichnet man ihn mit $x\,mm$ für einen Kilometer (k), so erhält man als Ausdruck dieses Fehlers

$$\pm x\sqrt{k}$$

wo beide Zeichen gleich wahrscheinlich sind.

2. Systematische Abweichungen der Lattenlängen von der der Rechnung zu Grund gelegten Länge. Die Länge der Latte kann, wie oben bemerkt, aus verschiedenen Ursachen von ihrem mittleren Werthe abweichen. Bezeichnet man mit $y\,mm$ die Grösse, um welche der Lattenmeter während der Dauer eines Nivellements von der der Rechnung zu Grunde gelegten Länge abweicht, und mit H den gemessenen Höhenunterschied, so erhält man für die Unsicherheit eines solchen Nivellements

$$\pm y\,H,$$

wobei wieder beide Zeichen als gleich wahrscheinlich anzusetzen sind.

3. Je nach der Natur des Bodens, auf welchen das Instrument und die Latte aufgestellt werden, kann zwischen

*) Es möge hier noch bemerkt werden, dass mit diesem Normalmasstabe auch die Latten der meisten anderen Staaten, welche der internationalen Erdmessung angehören, verglichen wurden.

den beiden Aufstellungen der Latte vor- und rückwärts eine kleine Senkung des Instrumentes bez. der Latte stattfinden, wodurch die eine Station algebraisch höher erscheint, als sie sein sollte. Dieses Einsinken kann, da es fast nur in einem und demselben Sinne wirkt, auch bei noch so geringem Werthe, für ein Nivellement zu ziemlich merkbareren Werthen anwachsen. Der daraus entstehende Fehler ist offenbar proportional der Anzahl der Latten- bez. Instrumentstände. Dafür kann man genügend genau sagen: Er ist proportional der Länge des nivellirten Weges in Kilometern. Bezeichnet man mit $\lambda\,mm$ den Einfluss des Einsinkens auf eine Weglänge von 1 km bei einem einfachen Nivellement, das von A nach B führt, deren Differenz im Sinne $H = B - A$ genommen ist, so ist der Höhenunterschied um die Grösse

$$-\lambda k$$

zu corrigiren, wo λ eine wesentlich positive Grösse bedeutet.

Das Einsinken eines Stativbeines, hervorgerufen durch die ungleiche, einseitige Belastung des Bodens durch den Beobachter beim Vor- und Rückblick; das einseitige Erwärmen der Stativbeine, vorherrschende Winde, schiefe Beleuchtung u. s. w. können für ein Nivellement ebenfalls constante Fehler hervorbringen. Sie werden hier, mangels anderer Anhaltspunkte, unter die zufälligen Fehler gerechnet. Man suchte ihnen möglichst durch die Anordnung der Instrumentaufstellung u. dgl. zu entgegnen.

Der Vorschlag des Herrn Seibt, das von Herrn Prof. Helmert für astronomische Beobachtungen bestimmte vierbeinige, feste Stativ, womöglich unter Benützung eines daselbe umgebenden Podiums, auch für Nivellements zu verwenden, dürfte unsere Beachtung verdienen, wenn auch nicht zu vergessen ist, dass gerade im gebirgigen Terrain der Aufstellung eines solchen Stativs oft grosse Hindernisse im Wege stehen.

Das Resultat obiger Untersuchung lässt sich, wie nachstehend angegeben, zusammenfassen:

Wird der Höhenunterschied zweier Punkte in der Richtung von A nach B durch einmaliges Nivelliren gemessen, so erhält man für die wahre Höhe $H = B - A$

$$H = H_1 \pm x_1 \sqrt{k} \pm y_1 H - \lambda_1 k.$$

Für ein zweites Nivellement, das in derselben Richtung vorgenommen wurde, enthält man entsprechend:

$$H = H_2 \pm x_2 \sqrt{k} \pm y_2 H - \lambda_2 k.$$

Die Differenz d der aus beiden Messungen gefundenen Werthe

$H_1 - H_2 = \pm \sqrt{k} (x_2 - x_1) \pm H (y_2 - y_1) - k (\lambda_2 - \lambda_1)$ lässt sich als Function dreier Unbekannten darstellen und wird, wenn man zur Abkürzung setzt:

$$x_2 - x_1 = x \sqrt{2}$$

$$y_2 - y_1 = y \sqrt{2}$$

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \pm \lambda \sqrt{2}$$

$$d = \pm x \sqrt{2} k \pm y H \sqrt{2} \pm \lambda k \sqrt{2}.$$

Ist der Höhenunterschied das zweite Mal nicht in demselben Sinne, sondern im entgegengesetzten, wie das erste Mal, nivellirt worden, so hat man für diese Messung:

$$H = H_2 \pm x_2 \sqrt{k} \pm y_2 H + \lambda_2 k,$$

woraus man, unter Einführung entsprechender Abkürzungen wie oben, und unter der Berücksichtigung, dass jetzt

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 2\lambda$$

eine wesentlich positive Grösse ist:

$$d = \pm x \sqrt{2} k \pm y H \sqrt{2} + \lambda 2k.$$

Um die Werthe der Unbekannten x, y, λ für das schweizerische Netz zu ermitteln, standen 49 Polygonallinien zur Verfügung, von denen 17 doppelt, im nämlichen Sinne und 32 doppelt, vorwärts und rückwärts, nivellirt waren, aus welchen die Werthe:

$$x = \pm 1,65\,mm \pm 0,80\,mm$$

$$y = \pm 0,038\,mm \pm 0,012\,mm$$

$$\lambda = \pm 0,50\,mm \pm 0,08\,mm$$

gefunden wurden.

