

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 17/18 (1891)
Heft: 9

Artikel: Beitrag zur Theorie des Fachwerks
Autor: Herzog, A.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-86095>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 20.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Beitrag zur Theorie des Fachwerks. Von Dr. A. Herzog, Prof. am eidg. Polytechnikum zu Zürich. — Die Nutzbarmachung eines Theiles der Wasserkräfte des Niagara (Schluss). — Literatur: Die Schweiz. Kartographie an der Weltausstellung in Paris 1889 und

ihre neuen Ziele. — Miscellanea: Eidg. Parlamentsgebäude in Bern. Adresse an Oberbaurath J. W. Schwedler. Schweizerische Kunst-commission. Gotthardbahn. — Vereinsnachrichten: Zürcher Ingenieur- und Architekten-Verein. Stellenvermittlung.

Beitrag zur Theorie des Fachwerks.

Von Dr. A. Herzog, Professor am eidg. Polytechnikum zu Zürich.

Die vorliegende Arbeit bildet eine Ergänzung eines in No. 8 des XV. Bandes dieser Zeitschrift von mir veröffentlichten Aufsatzes, in welchem ich unter Zugrundelegung einer gleichförmig vertheilten Belastung einfache Constructionen zur Bestimmung der Maximalspannungen in den Füllungsgliedern eines Fachwerkträgers entwickelt habe. Ich habe versucht, dieselbe Aufgabe zu lösen unter der Voraussetzung, dass die zufällige Belastung in einem System von beweglichen Einzellasten mit constanten Abständen, z. B. in den Raddrücken eines Eisenbahnzuges, bestehe. Durch Einführung der Belastungsscheiden der einzelnen Felder lässt sich eine Construction der Strebenspannungen finden, die in verschiedenen Punkten von den bis jetzt bekannten Verfahren zur Ermittlung dieser Kräfte abweicht und namentlich dann mit Vortheil angewendet wird, wenn die Füllungsglieder zum Theil vertical, zum Theil schief angeordnet sind.

Nachdem man die ungünstigste Stellung des Lastsystems für eine beliebige Strebe bestimmt hat, ergibt sich die Spannung in derselben, indem man das Moment der äusseren Kräfte in Bezug auf den Schnittpunkt der Streckbäume, den Drehpunkt der Strebe, gleich dem Moment der gesuchten Spannung setzt. Die ungünstigste Stellung des Zuges findet man durch Construction des Winkler'schen Polygons der maximalen Scheerkräfte und des sog. secundären Seilpolygons, welches für jede Strebe besonders gezeichnet werden muss.* Die Poldistanz des zum letzteren gehörenden Kräftepolygons ist von der Fachlänge und der Lage des Drehpunktes abhängig. Bei Trägern mit flachen Gurtungen liegt dieser Punkt meistens ausserhalb des Zeichnungsblattes. Man kann indessen, wie aus dem Folgenden hervorgeht, die Strebenspannungen auch bestimmen, ohne die Drehpunkte zu benützen. Das Zeichnen der secundären Kräftepolygone lässt sich nämlich vollständig vermeiden, weil die entsprechenden Seilpolygone direct aus dem Hauptpolygon abgeleitet werden können. Alle Punkte und Linien, welche bei der nachstehend beschriebenen Construction verwendet werden, liegen zwischen den Stützpunkten.

Es sei CD eine Diagonale des unten gezeichneten Brückenträgers AB ; die Fahrbahn liege in gleicher Höhe wie der Zugbaum. Als zufällige Belastung ist ein Zug von Engerth'schen Locomotiven gewählt worden. Die grösste Zugspannung S im Stabe CD entsteht, wenn der Zug von B her soweit vorgeschoben wird, bis eines der vordersten Räder über dem Querträger D steht. Wenn sich das erste Rad bei D befindet, so wirkt links von einem die Diagonale treffenden Querschnitte bloss die Auflagerreaction in A und durch Zerlegung derselben nach den Richtungen der geschnittenen Streckbäume und der Diagonale ergibt sich die Kraft S . Rückt der Zug vor, bis das zweite oder dritte Rad bei D steht, so greift links vom Schnitte ausser der Auflagerreaction noch eine Kraft Q in F an. Es kann nun der Fall eintreten, dass bei dieser zweiten Laststellung eine grössere Spannung in der Diagonale hervorgerufen wird als bei der zuerst angenommenen.

Die Auflagerreaction in A ergibt sich aus dem Polygon der maximalen Scheerkräfte. Bei der Construction desselben stellt man den Zug so auf die Brücke, dass das erste Rad über dem Widerlager B steht und zeichnet alsdann das vorhin Hauptpolygon genannte Seilpolygon der Raddrücke mit einer Poldistanz gleich der Spannweite l .

Die in einem beliebigen Schnitte von der ersten Seite aus gemessene Ordinate dieses Polygons stellt die Reaction in A dar, wenn der Zug von rechts kommend bis zu diesem Schnitte vorgeschoben wird. In analoger Weise lässt sich die Kraft Q bestimmen, welche von den im Felde DF liegenden Lasten herrührt. Man stellt das erste Rad über den Querträger D und trägt noch einige der folgenden Lasten nach links ab. Dann construirt man mit einer Poldistanz gleich der Fachlänge d das secundäre Seilpolygon dieser Kräfte. Die Ordinate desselben in dem Querschnitte, in welchem A gemessen wurde, ist gleich der Kraft Q . Schliesslich wird die Spannung S der Diagonale CD erhalten, indem man das Moment derselben in Bezug auf den Drehpunkt K gleich der Differenz der Momente von A und Q setzt.

Die Kraft Q lässt sich ersetzen durch eine Kraft Q' , welche durch den Stützpunkt A geht und bezüglich des Punktes K das gleiche Moment liefert wie Q . Wenn man mit z und z' die Abstände des Punktes K vom linken Auflager und vom Punkte F bezeichnet, so wird

$$Q' = Q \frac{z'}{z}$$

Man erhält also die Kraft Q' direct, wenn man bei der Construction des secundären Seilpolygons nicht d , sondern die Strecke $d \frac{z}{z'}$ als Poldistanz benützt. Wird diese Regel befolgt, so ergibt sich aus der Zeichnung der Querschnitt, in welchem die Differenz $A - Q'$, die mit Y bezeichnet werden soll, ein Maximum ist. In diesem Schnitte muss das erste Rad stehen, damit S den grössten Werth annehme. Durch die vorhin angedeutete Zerlegung der Kraft Y , die in Wirklichkeit in A angreift, findet man schliesslich die Kraft S .

Diese Construction lässt sich aber, wie bereits erwähnt wurde, in der Weise abändern, dass der Drehpunkt K ganz ausser Betracht fällt. Man sucht zu diesem Zwecke die Belastungsscheide g für die Strebe CD , indem man CE bis zu den Auflager-Verticalen verlängert und die Schnittpunkte A' und B' mit F und D verbindet. (S. Fig.) Eine beliebige Last P , welche in der Geraden g angreift, wird von den Knotenpunkten F und D aufgenommen. Die in F wirkende Componente ist $P \frac{\xi}{d}$; gleichzeitig wirkt in A eine Auflagerreaction von der Grösse $P \frac{x + \xi}{l}$. Die Bedeutung der Strecken ξ und x ist aus der Figur ersichtlich. Die Momente der beiden Kräfte bezüglich des Punktes K sind einer bekannten Eigenschaft der Belastungsscheide zu Folge einander gleich; es ist somit

$$P \frac{\xi}{d} z' = P \frac{x + \xi}{l} z \text{ oder } \frac{\xi}{z'} d = l \frac{\xi}{x + \xi}$$

Die Poldistanz des zur Strebe CD gehörenden secundären Seilpolygons kann also auch dadurch gefunden werden, dass man die Poldistanz l des Hauptpolygons mit dem Verhältniss $\frac{\xi}{x + \xi}$ multiplicirt. Die Ordinaten in entsprechenden Punkten beider Polygone sind den Poldistanzen umgekehrt proportional. Trägt man also in der früher angegebenen Weise die Lasten im Felde DF von D aus ab, so ergibt sich das secundäre Seilpolygon folgendermassen:

Man verbindet den unter B liegenden Eckpunkt O des Hauptpolygons mit den folgenden Eckpunkten desselben und sucht die Schnittpunkte dieser Linien mit der Belastungsscheide g ; die Verbindungslinien dieser Schnittpunkte mit dem senkrecht unter D liegenden Punkte D' der Horizontalen durch O treffen die Richtungslinien der von D aus abgetragenen Kräfte in den Eckpunkten des secundären Seilpolygons.

*) Vgl. Ritter, Anwendungen der graphischen Statik II. Theil.

Nach diesem einfachen Verfahren sind die secundären Polygone für zwei Felder des Trägers construiert worden. In den meisten Fällen genügt es, die zwei oder drei ersten Seiten dieser Polygone zu zeichnen. Um die Richtungen der von O aus gezogenen Strahlen genau zu erhalten, kann man sich folgender Hilfsconstruction bedienen. Man theilt z. B. die Kraft P_2 im Kräftepolygon in zwei Abschnitte, die sich verhalten wie die Entfernungen des zweiten Rades vom ersten und dritten; es ist alsdann die vom Theilpunkte nach dem Pol des Kräftepolygons gezogene Gerade parallel der Verbindungslinie des Punktes O mit dem auf der Kraft P_3 liegenden Eckpunkt des Hauptpolygons. In der Figur fallen die beiden Linien zusammen. Man sieht, dass im Felde DF die Ordinatendifferenz Y im zweiten Eckpunkte des kleinen Seilpolygons am grössten ist. Die ungünstigste Laststellung für die Diagonale CD ist also diejenige, bei welcher das zweite Rad über D steht.

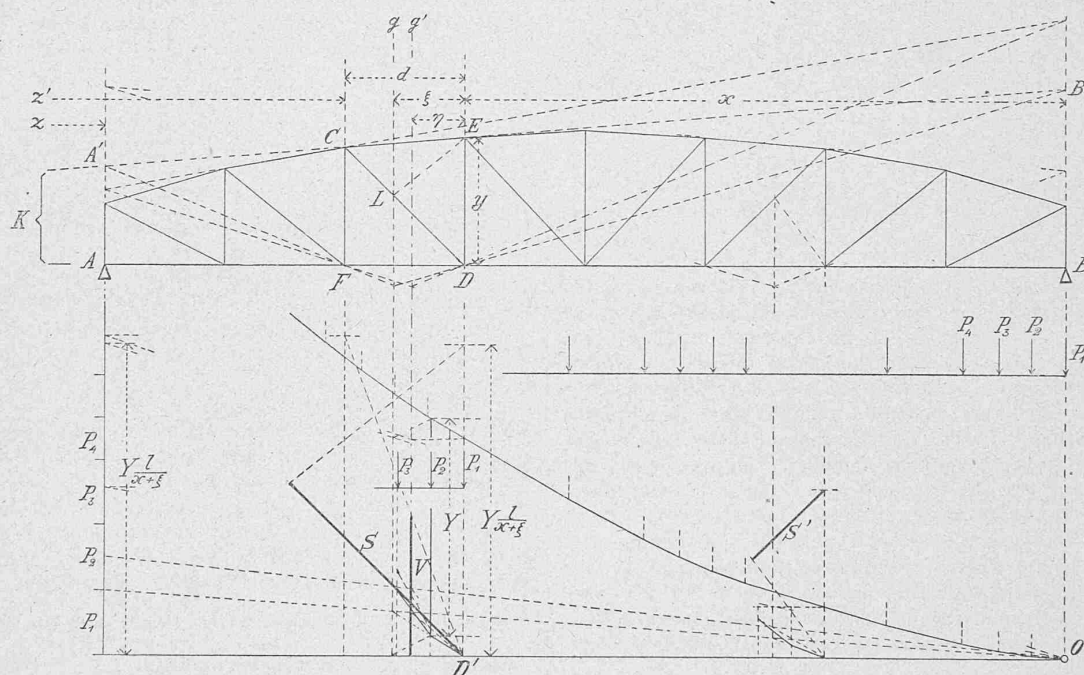
An Stelle der so bestimmten Kraft Y mit dem Angriffspunkte A kann man sich bei der Berechnung von S eine Kraft Y' in C angreifend denken, wobei Y' aus der Gleichung

$$Y'z' = Yz$$

sich der Ausdruck für S auf eine von rechts nach links fallende Diagonale, so bedeutet u den oberen Abschnitt derselben und die Linie LE muss von L aus nach dem unteren Endpunkt des nach rechts folgenden Pfostens gezogen werden. In der Figur ist die Construction von S auch für die zu CD symmetrisch liegende Diagonale ausgeführt worden.

Die grösste Druckspannung S' in CD entsteht, wenn der Locomotivzug in der Richtung AB über die Brücke fährt und eines der ersten Räder bei F steht. Ist das Fachwerk symmetrisch in Bezug auf die Verticale durch die Mitte, so ist eine besondere Bestimmung von S' nicht notwendig. Diese Kraft ist nämlich gleich der bereits construierten Druckspannung, welche in der zu CD symmetrisch liegenden Strebe auftritt, wenn sich der Zug rechts von dieser befindet.

Zum Schluss soll noch die Berechnung der in einem beliebigen Pfosten, z. B. in CF wirkenden maximalen Spannungen, kurz besprochen werden. Die grösste Druckspannung V ergibt sich, wenn der Zug rechts von CF steht. Man findet die ungünstigste Laststellung, indem man die Belastungsscheide g' construiert und mit Benutzung derselben aus dem



gefunden wird. Durch Zerlegung von Y' nach den Richtungen von CD , CE und DF ergibt sich die Spannung S . Da die Kraft Y' durch den Endpunkt C der Strebe geht, so wird die in DF wirkende Componente gleich Null. Man findet also, wenn $DE = y$ und $CD = s$ gesetzt wird,

$$S = Y' \frac{s}{y} = Y \frac{z'}{z} \cdot \frac{s}{y} = Y \frac{l}{x+\xi} \cdot \frac{\xi}{d} \cdot \frac{s}{y}$$

Bezeichnet man den rechts von der Belastungsscheide liegenden Abschnitt LD der Strebe mit u , so ist

$$\frac{s}{d} = \frac{u}{\xi} \text{ und somit wird}$$

$$S = Y \frac{l}{x+\xi} \cdot \frac{\xi}{y} \cdot \frac{u}{\xi} = Y \frac{l}{x+\xi} \cdot \frac{u}{y}$$

Dieser Ausdruck lässt sich wie folgt construieren: Man trägt auf der Belastungsscheide g die Kraft Y ab und projicirt diese von O aus auf die Verticale durch A . Die Projection hat die Länge $Y \frac{l}{x+\xi}$. Zieht man dann durch den einen Endpunkt dieser Strecke die Parallele zu LE , so schneidet diese auf der durch den andern Endpunkt zur Strebe gezogenen Parallelen die Kraft S ab. In der Figur ist der Uebersichtlichkeit wegen die Kraft $Y \frac{l}{x+\xi}$ auf die Verticale DE übertragen und dort zerlegt worden. Bezieht

Hauptpolygon das secundäre Seilpolygon ableitet (S. Fig.). Es zeigt sich, dass die Ordinatendifferenz Y beider Polygone im Punkte D am grössten ist; die Spannung V ist also ein Maximum, wenn der Zug bis zum Pfosten DE vorgeschoben wird. Ersetzt man jetzt die in A angreifende Kraft Y wieder durch eine in C wirkende Kraft Y' , deren Moment in Bezug auf den Drehpunkt des Pfostens gleich demjenigen von Y ist, so bekommt man

$$Y' = Y \frac{l}{x+\eta} \cdot \frac{\eta}{d}$$

wenn mit η die Entfernung des Punktes D von der Belastungsscheide g' bezeichnet wird. Da die Momente von Y' und V bezüglich des Drehpunktes einander gleich sind, so ist

$$Y' = V.$$

Hieraus ergibt sich folgende Construction: Man trägt die Ordinate Y auf g' ab, projicirt sie von O aus auf die Verticale durch A und erhält so die Kraft $Y \frac{l}{x+\eta}$. Dann überträgt man diese auf CF und verbindet ihre Endpunkte mit D' ; die Entfernung der Schnittpunkte dieser Verbindungslinien mit g' ist gleich der Kraft V .

Die Bestimmung der grössten Zugspannung V' im Pfosten CF mittelst der Belastungsscheide gestaltet sich nicht so einfach wie diejenige von V , und ich habe

desshalb auf eine Ableitung des Ausdruckes für V' an dieser Stelle verzichtet.

Ich will noch bemerken, dass die Construction der secundären Seilpolygone ganz ungeändert bleibt, wenn der Untergurt gekrümmt ist und die Richtungen der Streben beliebig gewählt werden; auch die Spannungen der letzteren findet man in gleicher Weise wie bei einem Träger mit verticalen Pfosten.

Die Nutzbarmachung eines Theiles der Wasserkräfte des Niagara.

(Schluss.)

Die erste Lösung war von Herrn Th. Evershed, lange Zeit Ingenieur des Staates New-York, vorgeschlagen worden. Für sie könnte gelten gemacht werden, dass die Zuführung des Wassers selbst in Oberflächen-Canälen mit geringem Fall an diejenigen Stellen wo die Umsetzung in Kraft geschehen soll, als der einfachste und gewöhnlich billigste Weg betrachtet wird. Dagegen ist aber zu bemerken, dass die Kosten in hohem Masse abhängig sind von der Länge der Canäle, dem Werth des durchfahrenen Landes und der Natur des Bodens. Ueberdies ist die öffentliche Meinung gegen diese Ausführungsart; sie will die weitere Verunstaltung der Umgegend der Fälle durch Fabrikanlagen nicht dulden und diesem Umstand hat auch die Gesellschaft selbst Rechnung getragen durch den Ankauf der erwähnten grösseren Landpartie, die grossentheils bedeutend oberhalb der Fälle gelegen ist (vide S. 45). Dieser Gesichtspunkt ist zwar erst in neuester Zeit in Frage gekommen. Als vor fünfzig Jahren die Familie Porter, welcher das Land an den Fällen gehörte, die ersten Mühlen zwischen der Ziegen-Insel in Mitte der beiden Hauptfälle und dem amerikanischen Ufer baute, nur die Fallhöhe der Stromschnellen oberhalb den Fällen selbst benutzend, kümmerte sich noch Niemand um die Verunzierung der Fälle. Später wurde aber ein Canal für die unterhalb der Fälle erstellten Mühlen gebaut, der sog. „Hydraulic Canal“. Dieser hatte 15 m Breite und im Mittel 1.8 m Wassertiefe und lieferte etwa 6000 HP. Die „Hydraulic Canal Company“ welcher er angehörte, verkaufte das Wasser an die Mühlenbesitzer, die vom vorhandenen Gefälle nur einen Bruchtheil ausnutzten; in den verschiedensten Höhen über dem Flusspiegel mündeten die Canäle aus und liessen das Wasser über die steile Uferböschung wieder dem Fluss zulaufen, wie dies in der auf Seite 46 letzter Nummer abgedruckten Ansicht gezeigt wird. Durch die Anlage dieser Mühlen wurde der Umgebung schon der Charakter einer Industrie-Gegend aufgeprägt und beide Uferstaaten, New-York wie Canada, sahen sich veranlasst, das dem Falle zunächst liegende, denselben unmittelbar umgebende Gelände zu zum Theil hohen Preisen anzukaufen, um wenigstens dieses selbst vor Verunstaltungen zu schützen. Die Wassarentnahme für die 6000 HP. des „Hydraulic Canal“ kann die Grossartigkeit des Falles nicht beeinträchtigen, da sie völlig unbemerkt bleibt; ja selbst die jetzt geplante Entnahme für 120 000 HP. bedeutet nur eine Verminderung der stürzenden Wassermenge um etwa 4% und ist ganz bedeutungslos gegenüber den natürlichen Schwankungen der Wassermasse, welche namentlich durch die, die Wasser des Erie-Sees stauenden Winde erzeugt werden. Dagegen drängt also der allgemeine Wunsch, die Umgegend der Fälle nicht durch Anlage von weitem Fabriken in deren unmittelbarer Nähe zu beeinträchtigen, darauf hin, die Kraftentwicklung in eine Centralstelle zu concentriren und den in einiger Entfernung zu erstellenden Fabriken und Mühlen auf irgend einem Wege zuzuführen, gleich wie dies für die weiter entlegenen ohnehin zu geschehen hat. Diese Centralanlage für die Entwicklung der Kraft kann ans obere Ende des Gefälles verlegt werden; dann muss das Abwasser durch den erwähnten Stollen von entsprechendem Querschnitt abgeleitet und dem Fluss unterhalb des Falles wieder zugeführt werden; ebensogut könnte aber das Wasser oberflächlich an die letztere Stelle geführt und hier das Gefälle ausgenützt werden.

Die zu entscheidende Frage war also die, ob vom technischen und vom ökonomischen Standpunkt aus der Stollen vorzuziehen sei. Die Entscheidung musste nicht zum kleinsten Theil von den Ergebnissen der Sondirungen abhängen, welche gemacht worden, um eine ganz genaue Kenntniss der Lagerung der tiefer liegenden Bodenschichten in der Nähe des Falles im Detail zu gewinnen; über die Festigkeitsverhältnisse der einzelnen Schichten besass man längst ziemlich sichere Anhaltspunkte, indem die eigenthümliche geologische Bildung des Fallgebietes schon zu vielfachen wissenschaftlichen Untersuchungen von Seiten hervorgender Geologen Veranlassung gegeben hat. Diese sind nun durch sehr sorgfältige Sondirungen ergänzt worden und haben günstige Ergebnisse geliefert. Wie Eingangs schon erwähnt, ist das Project der Kraftentnahme in dem jetzt vorgesehenen Umfang nicht neu, und wenn vor einigen Jahren die Ausführung scheiterte, so war daran hauptsächlich der Umstand schuld, dass die Ingenieure glaubten, den Stollen mit Stahlverkleidung ausfüttern zu müssen; dadurch wären aber die Kosten so gewachsen, dass die Verzinsung der Anlagekosten allzusehr geschmälert worden wäre. Es scheint nun, dass seit der Zeit neben den Bohrungen auch Beobachtungen gemacht worden sind über die Widerstandsfähigkeit der vorhandenen Felsarten gegenüber der Erosionswirkung des mit grosser Geschwindigkeit darüber strömenden Wassers, sodass nun gegenwärtig die leitenden Ingenieure keine Bedenken mehr gegen einen unverkleideten Tunnel hegen. Die Gesellschaft hat sich denn auch zu einem solchen entschlossen. Wie schon erwähnt soll er bei $45\frac{1}{2}$ m² Querschnitt 7 ‰ Gefälle erhalten; das Wasser wird sich in demselben mit einer Geschwindigkeit bis über $7\frac{1}{2}$ m i. d. Sec. bewegen dürfen. Er kommt in diejenige Schicht zu liegen, welche gewöhnlich „Niagara Schieferthon“ genannt wird und eine Mächtigkeit von 15–18 m besitzt. Sie besteht aus einem compacten und harten Schiefer, der sehr dauerhaft, wenn er gegen die Einwirkungen des Frostes geschützt ist. Er ist abgedeckt durch eine Schicht guten Kalksteines, auf welchem noch Alluvium in $3\frac{1}{2}$ m Mächtigkeit lagert.

Was die Form des Stollens betrifft, so hätte ein solcher von kreisförmigem Querschnitt, wenn voll laufend, offenbar den geringsten Bewegungswiderstand ergeben. Dennoch hat man sich nach reiflicher Ueberlegung zu einem Querschnitt mit verticalen Wänden, die oben durch einen Halbkreis von 2,73 m, unten durch einen Stichbogen von 12,5 m Halbmesser abgegrenzt sind, entschlossen. Die Breite des Stollens beträgt 5,46 m, die Höhe etwa 9 m. An der Ausmündungsstelle wird die Sohle des Tunnels etwa 6 m unter Mittelwasser stehen, so dass noch der obere begrenzende Halbkreis über demselben sichtbar sein wird.

Dieser vorläufig erst projectirte Wassertunnel, der natürlich unter der bestehenden Stadt durchzuführen wäre, leistet soviel wie ein offener Canal oder besser gesagt Flusslauf von 83 m Breite und 3,05 m Tiefe, in welchem die Geschwindigkeit des Wassers durch die Festigkeit der ungemauerten Einschnittböschungen der Wände bedingt wäre.

Wenn der Werth einer Wasserkraft zum Theil durch deren Unveränderlichkeit bedingt ist, so lässt die hier zu gewinnende in dieser Hinsicht nichts zu wünschen übrig. Die vier grossen Binnenseen, welche über dem Fall liegen, bilden die grossartigsten natürlichen Sammler, die man sich denken kann. Ihr Einzugsgebiet umfasst mehr als 600 000 km² und der grösste unter ihnen ist allein doppelt so gross als die ganze Schweiz. Der Höhenunterschied der Spiegel der oberen drei Seen ist gering, zwischen dem dritten und vierten aber, dem Lake Erie und dem Lake Ontario, liegt eine Höhenstufe von 99,36 m, welche sich auf das kurze Verbindungsstück, den Niagarafluss, vertheilt wie folgt:

