

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 13/14 (1889)
Heft: 8

Inhaltsverzeichnis

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 21.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Einige Aufgaben aus dem Gebiete der Trägheitsellipse. Von Professor W. Ritter. — Das Krematorium auf dem Centralfriedhof in Zürich. (II. Schluss.) — Neues aus dem Gebiete der Cartographie. — Patent-Liste. — Miscellanea: Die Mahlmaschine Cyclon. Electricity als Zugkraft. Berechnung der Standfestigkeit hoher Bauwerke.

Schweizerischer Ingenieur- und Architekten-Verein. — Concurrenten: Nationalmuseum in Bern. — Vereinsnachrichten. Stellenvermittlung. Hierzu eine Lichtdruck-Tafel: Krematorium auf dem Centralfriedhof in Zürich. Architect Stadtbaumeister A. Geiser.

Einige Aufgaben aus dem Gebiete der Trägheitsellipse.

Von Professor W. Ritter.

Der Zweck nachfolgender Zeilen besteht darin, graphische Lösungen für einige specielle Aufgaben aus dem Gebiete der Trägheitsellipse anzugeben, die zur Zeit noch wenig oder gar nicht bekannt sind.

Wir stützen uns in unsern Entwickelungen auf folgenden Fundamentalsatz aus der Lehre von der Centralellipse:

Das Centrifugalmoment eines Systems von belasteten Punkten (bezw. einer geschlossenen Figur) in Bezug auf zwei beliebige Axen ist gleich der Summe sämtlicher Gewichte (bezw. gleich dem Flächeninhalt der Figur), multipliziert mit dem Abstande des Schwerpunktes von der einen Axe und mit dem Abstande des Antipoles dieser Axe von der zweiten)*

Aus diesem Hauptsatz ergibt sich unmittelbar folgender Nebensatz:

Ist das Centrifugalmoment eines Punktsystems (einer geschlossenen Figur) in Bezug auf zwei Axen gleich Null, so enthält jede dieser Axen den Antipol der andern.

Dieser ebenso einfache als fruchtbare Satz liegt allen nachfolgend beschriebenen Constructionsverfahren zu Grunde. Indessen lassen sich diese Verfahren auch rechnerisch ableiten, und wer nicht gewohnt ist, mit Antipolen und Antipolaren umzugehen, dem wird es nicht schwer fallen, die Richtigkeit der angegebenen Lösungen mit Hilfe algebraischer Rechnungen nachzuweisen.

1. Es sei die Centralellipse für zwei belastete Punkte zu zeichnen.

Die Ellipse für zwei belastete Punkte kann nur in der Richtung der Verbindungsgeraden eine von Null verschiedene Ausdehnung haben; sie schrumpft also zu einer einfachen Linie von bestimmter Länge zusammen.

Es seien D_1 und D_2 die gegebenen Punkte und M deren Schwerpunkt. Zeichnet man über $D_1 D_2$ einen Halbkreis und errichtet man in M ein Loth, so wird auf diesem der Halbmesser i der Ellipse abgeschnitten; klappt man diese Strecke nach links und rechts herunter, so bekommt man die Endpunkte E und E' der gesuchten Centralellipse.

Legt man nämlich durch D_1 und D_2 zwei beliebige Geraden, so wird das auf diese bezogene Centrifugalmoment offenbar gleich Null; jede der beiden Geraden enthält demnach den Antipol der andern, das heißt, die Punkte D_1 und D_2 liegen in Bezug auf die Ellipse antipolar; sie bilden ein Paar der involutorischen Reihe, in welcher die Punkte E und E' das symmetrische Paar sind.

Rechnerisch lässt sich der Beweis wie folgt leisten: Bedeutet G_1 und G_2 die beiden Gewichte, so ist nach einfachen Regeln

$$M D_1 = \frac{G_2}{G_1 + G_2} \cdot D_1 D_2 \quad \text{und}$$

$$M D_2 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} \cdot D_1 D_2.$$

Auf M bezogen ist aber das Trägheitsmoment des Ganzen

$$(G_1 + G_2) i^2 = G_1 \cdot \overline{MD_1}^2 + G_2 \cdot \overline{MD_2}^2.$$

Setzt man obige Werthe von G_1 und G_2 ein, so ergibt sich

$$i^2 = M D_1 \cdot M D_2.$$

2. Es soll die Centralellipse für drei belastete Punkte gezeichnet werden.

D_1 , D_2 und D_3 (Fig. 2) seien die gegebenen Punkte und M ihr Schwerpunkt.

Zunächst erhält man leicht zwei conjugirte Durchmesser der Ellipse, wenn man M mit D_3 verbindet und durch M eine Parallele CC' zu $D_1 D_2$ zieht; denn das Centrifugalmoment wird für diese zwei Durchmesser gleich Null. Da nämlich die Punkte D_1 und D_2 von CC' gleich weit abstehen, ihre Abstände von MD_3 aber sich umgekehrt verhalten wie ihre Gewichte, so heben sich ihre Centrifugalmomente auf; dasjenige von D_3 ist ohnedies gleich Null.

Das Centrifugalmoment verschwindet aber auch für die Linie $D_1 D_2$ und eine beliebige durch D_3 gelegte Gerade; D_3 ist demzufolge der Antipol von $D_1 D_2$. Auf dem Durchmesser MD_3 bilden somit die Punkte D und D_3 wiederum ein Paar der durch die Ellipse bestimmten involutorischen Reihe; ein Halbkreis über DD_3 schneidet demnach auf dem in M errichteten Lothe den Halbmesser i ab.

Um den andern Halbmesser i' zu finden, verbinde man D_1 mit D_3 und ziehe $D_2 C$ parallel zu MD_3 ; dann verschwindet für diese beiden Geraden wieder das Centrifugalmoment des Ganzen; C' ist somit der Antipol von $D_2 C$; folglich schneidet der Halbkreis mit dem Durchmesser CC' über M die Strecke i' ab.

Hierdurch ist die Ellipse vollständig bestimmt. Leicht kann man aber dreimal so viele Elemente finden, indem man die Construction für die Durchmesser MD_1 und MD_2 und deren conjugirte wiederholt.

3. Es sei die Centralellipse für eine beliebige Anzahl belasteter Punkte bekannt und es soll ein neuer Punkt angeschlossen werden.

Die gestrichelt gezeichnete Ellipse M' sei gegeben und es soll der Punkt D damit verbunden werden; der gemeinschaftliche Schwerpunkt sei M .

Zunächst suche man in der gegebenen Ellipse den zu $M'D$ conjugirten Durchmesser EE' und ziehe dazu eine Parallele CC' durch M ; dann bilden CC' und MD ein Paar conjugirter Durchmesser der neuen Ellipse; denn für die gestricherte Ellipse liegt der Antipol von CC' auf MM' ; das Centrifugalmoment des Ganzen wird daher für die beiden Durchmesser gleich Null.

Die Halbmesser i und i' der neuen Ellipse findet man hierauf folgendermassen:

Man dreht zuerst den Halbmesser $M'F$ der alten Ellipse um 90° nach $M'G$ und zeichnet den rechten Winkel DGG' ; dann liegen D und D' in Bezug auf die alte Ellipse antipolar. Legt man durch diese Punkte Axen parallel zu EE' , so verschwindet daher für diese Axen das Centrifugalmoment des alten Systems und — da der neue Punkt D auf einer der Axen liegt — auch das gesamte Centrifugalmoment. D und D' liegen somit auch in Bezug auf die neue Ellipse antipolar und die Strecke i wird demgemäß durch einen Halbkreis über DD' abgeschnitten.

Man kann hierbei die Bestimmung von D' umgehen;

Fig. 1.

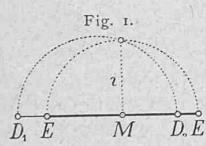


Fig. 2.

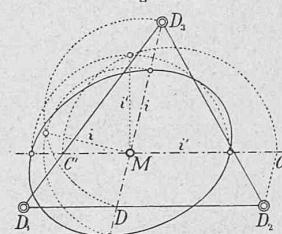
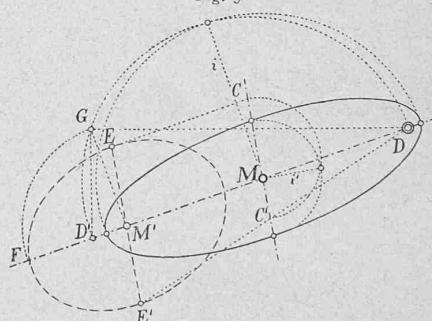


Fig. 3.



*) Vergl. Schweiz. Bauzeitung, Bd. XI, S. 122.