

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 13/14 (1889)
Heft: 17

Inhaltsverzeichnis

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 21.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Zum Einfluss der Schubspannungen im Querschnitt auf den aus Biegungsversuchen bestimmten Elasticitätsmodul. — Die Bahnhoffrage in Bern. II. (Schluss.) — Patent-Liste. — Miscellanea: Physicalisches Institut in Zürich. — Concurrenzen: Für ein schweizerisches Nationalmuseum auf dem Kirchenfeld in Bern. Postgebäude in Genf. — Necrologie: † Dr. A. von Planta. — Vereinsnachrichten. Stellenvermittlung.

Zum Einfluss der Schubspannungen im Querschnitt auf den aus Biegungsversuchen bestimmten Elasticitätsmodul.

Zu den für den Bauingenieur wichtigsten Disciplinen gehört unstreitig die Festigkeitslehre. Wenn auch dessen Bauwerke nicht immer in erster Linie den Zweck haben, zu tragen, zu stützen, so treten beeinflussende Kräfte fast immer mit auf und wollen berücksichtigt sein. Begreiflich ist daher das Interesse, das von je den theoretischen Lehren über die Festigkeit der Baumaterialien entgegengebracht wurde und begreiflich auch die Wichtigkeit, welche den, die Theorie controlirenden Versuchen zuzuerkennen ist, die jetzt von den in allen civilisirten Ländern geschaffenen Anstalten „für die Prüfung der Festigkeit der Baumaterialien“ systematisch vorgenommen werden. Ergiebt sich dabei nicht immer die wünschenswerthe Uebereinstimmung zwischen den Versuchsergebnissen und der gebräuchlichen, bekannterweise nur angenäherten Theorie, so erwächst, wenigstens wenn es sich um principielle Fragen handelt, die Aufgabe, letztere wo möglich zu vervollkommen. Ueber einen interessanten Fall, in welchem es gelungen ist, solche Widersprüche durch Berücksichtigung eines erst seit wenigen Jahren in die Festigkeitslehre eingeführten Begriffes zu lösen, soll hier kurz berichtet werden.

Von verschiedenen der oben erwähnten Anstalten wurde der Elasticitätsmodul der wichtigsten Baumaterialien, wie Stahl, Flusseisen und Schweisseisen auf zwei verschiedenen Wegen bestimmt, nämlich aus Zerreißversuchen und aus Biegeversuchen. Hierbei ergab sich das auffällige Resultat, dass derselbe erstens nach den beiden Methoden für das nämliche Materialstück verschieden ausfiel und zweitens dass er, wenn aus Biegung bestimmt, auch mit der Querschnittsform und Grösse sich änderte. Wie fatal diess Ergebniss für die Zuverlässigkeit fast aller auf die Theorie gestützten Vorausberechnungen der tragenden Bauwerke des Ingenieurs, namentlich der Brücken, werden musste, falls es sich bewahrheitete, ist jedem Techniker verständlich und braucht hier nur erwähnt zu werden. Berechnet wurde der Elasticitätsmodul aus den Zerreißversuchen nach der bekannten Formel $E = \frac{P \cdot l}{F \cdot \Delta l} \dots 1)$ wo P eine den Stab vom Querschnitt F beanspruchende Kraft, l die Länge des Stabes und Δl seine unter dem Einfluss von P beobachtete Streckung bedeutet. Bei den Biegeversuchen wurde der Stab in der Mitte durch eine concentrirte Kraft P belastet, seine Einsenkung f unter der Last gemessen und aus dem auftretenden Biegemoment nach der gebräuchlichen Formel $E = \frac{1}{48} \frac{P \cdot l^3}{f \cdot I} \dots 2)$ der Elasticitätsmodul bestimmt. I bedeutet das Trägheitsmoment, l die freie Stützweite des Stabes.

Nun ist ja wohl früher schon von der einen oder andern Seite darauf hingewiesen worden, dass die Scheerspannungen im Querschnitt einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf die Grösse der Einsenkung eines gebogenen Trägers besäßen, was natürlich auch auf den rückwärts aus der beobachteten Einsenkung berechneten Elasticitätsmodul von Einfluss sein müsste. Die gebräuchliche Festigkeitslehre, die auf der Voraussetzung ebener Querschnitte auch nach der Deformation beruht, konnte aber bis vor ganz kurzer Zeit keinen Aufschluss darüber geben, wie diese Scheerspannungen in correcter Weise in Rechnung zu bringen gewesen wären.

Winkler war es, der die deutschen Technikerkreise im Jahre 1886 in dem in zweiter Auflage erschienenen I. Heft der Theorie der Brücken auf eine von ihm α genannte Grösse aufmerksam machte, die bei der Beurtheilung des

Einflusses der Scheerspannungen von wesentlicher Bedeutung ist und die meines Wissens Castigliano in seiner „Theorie de l'équilibre des systèmes élastiques“ (ebenfalls 1886 in deutscher Uebersetzung erschienen) zuerst in die Festigkeitslehre einführte.

Nur kurz wollen wir hier auf die Begründung dieser Grösse α eintreten. Wenn sich die äussere scheerende Kraft Q gleichmässig über den Balkenquerschnitt F vertheilen würde, so würden sich alle Enden der Fasern eines Elementes von der Länge Δs gleichmässig und somit auch der Endquerschnitt des Elementes um die nämliche Grösse,

$$\Delta q' = \frac{Q \cdot \Delta s}{F \cdot G},$$

verschieben. G bedeutet den Elasticitätsmodul für Gleiten, den sogenannten Gleitmodul.

Nun vertheilen sich aber die Scheerspannungen τ im Querschnitt ungleich, folglich senken sich auch die einzelnen Fasern ungleich und in Bezug auf den ganzen Querschnitt kann man nur noch von einer *mittlern* Verschiebung Δq desselben sprechen. Das Verhältniss beider Verschiebungen ist aber diese Grösse $\alpha = \frac{\Delta q}{\Delta q'}$. Ist α bestimmt, so lässt sich also die wirkliche Verschiebung $\Delta q = \alpha \cdot \Delta q'$ aus

der leicht zu berechnenden Verschiebung $\Delta q' = \frac{Q \cdot \Delta s}{F \cdot G}$, wie sie die bisherige angenäherte Theorie liefert, bestimmen. Auf den mathematischen Ausdruck α kommt man rasch mit Hülfe des Principes der Arbeit. Die an einem Flächenelement angreifende Kraft ist $\tau \cdot \Delta F$, dessen Verschiebung $\frac{\tau \cdot \Delta s}{G}$, die Formänderungsarbeit also $\frac{1}{2} \cdot \frac{\tau^2 \cdot \Delta F \cdot \Delta s}{G}$. Da anderseits die Formveränderungsarbeit des ganzen Querschnitts, eine mittlere Verschiebung Δq vorausgesetzt, gleich $\frac{1}{2} Q \cdot \Delta q$ ist, so folgt aus

$$Q \cdot \Delta q = \Sigma \frac{\tau^2 \cdot \Delta F \cdot \Delta s}{G}$$

nach Division mit $\Delta q'$

$$\alpha = \frac{F}{Q^2} \Sigma \tau^2 \cdot \Delta F.$$

Für das Rechteck wird $\alpha = \frac{6}{5}$, für den Kreis $\frac{10}{9}$; für das theoretische I Profil, also ohne Abrundung der Ecken und ohne Flantschenneigung ist

$$\alpha = \frac{3(1-m+m^2)}{20n(1-m^3+m^3n^2)} \times$$

$$\left[8n - 8n(1-n)m^5 + 15(1-n)m(1-m^2)^2 \right]$$

Hierin bedeuten:

$$m = \frac{h_1}{h} = \frac{\text{ganze Höhe weniger die beiden Flanschenstärken}}{\text{ganze Höhe}}$$

$$n = \frac{b_1}{b} = \frac{\text{ganze Breite}}{\text{ganze Breite weniger Stegdicke}}$$

Handelt es sich aber um in der Praxis angewandte Profilformen von Walzeisen, z. B. die deutschen Normalprofile für I Eisen, Eisenbahnschienen, so kann man auf dem Wege der Rechnung α nicht mehr oder nicht so genau bestimmen, wie es für principielle Untersuchungen nöthig ist. Das Verdienst, diesem Uebelstand, der die Verwerthung der angedeuteten Verbesserung der Biegungstheorie in enge Schranken gesetzt hätte, abgeholfen zu haben, gebührt Prof. W. Ritter, der in jüngster Zeit im I. Heft seiner Anwendungen der graphischen Statik einen Weg anbietet, auf welchem mit relativ geringer Mühe α für jeden beliebigen Querschnitt mit aller wünschenswerthen Genauigkeit ermittelt werden kann.