Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 11/12 (1888)

Heft: 17

Artikel: Der elastische Bogen unter dem Einfluss von Kräften beliebiger Richtung

Autor: Mantel, Gustav

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-15008

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Ponts métalliques de	6 *m*	d'ouverture nombre	4
„ „ „	8 *m*	„ „	2
„ „ „	12 *m*	„ „	1
„ „ „	25 *m*	„ „	2
„ „ „	30 *m*	„ „	1
„ „ „	40 *m*	„ „	1
„ „ „	50 *m*	„ „	1

Un viaduc à 5 arches de 6 *m*
„ „ „ 6 „ „ 6 *m*
„ „ „ 7 „ „ 6 *m*
„ „ „ 6 „ „ 6 *m* et une travée métallique de 30 *m*.

Ballast	39 700,00 m^3
Mètres courants de Voie	38 240
Nombre de traverses	47 500
Nombre d'appareils de changement et croisement	26
Plaques tournantes de 6,60 pour locomotives	2

Tarifs. La concession prévoit les tarifs ci-après:

Voyageurs. 1re classe pour tout le parcours 16,— frs.
2me „ „ „ „ „ 10.— „

Pour les stations intermédiaires, les taxes devront être fixées proportionnellement à la longueur du trajet. La moyenne serait donc de $^{16}/_{36}$ = 0,44 frs. par *km* en première classe et $^{10}/_{36}$ = 0,277 frs. en seconde classe. Transport gratuit de 5 *kg* de bagage à main par voyageur pourvu qu'il ne soit pas incommodant pour les autres voyageurs.

Il sera fait des tarifs réduits pour le trafic local, c'est-à-dire pour les ressortissants de la vallée.

Surplus des bagages 0,15 frs. par 100 *kg* et par *km* Marchandises en général même tarif que pour les bagages. Marchandises denrées et produits agricoles, 6 centimes par 100 *kg* et *km*. Poids minimum 20 *kg* surplus arrondi par 10 *kg*.

Rendement probable. Le nombre des voyageurs qui ont visité Zermatt ayant ces dernières années notablement dépassé 12 000 par an et celui des voyageurs qui ont visité la vallée de Saas et qui utiliseront le chemin de fer jusqu'à Stalden s'étant approché de 3000, nous pensons qu'il n'est pas téméraire d'admettre, une fois le chemin de fer ouvert, 20 000 voyageurs pour Zermatt et 4000 pour Saas, et de compter le double du nombre de courses tous les voyageurs utilisant le chemin de fer au retour. On peut d'autant plus facilement l'admettre que déjà maintenant nombre de voyageurs qui passent la saison entière à Zermatt, descendent pendant ce temps à Stalden pour aller dans la vallée de Saas, ou à Viège pour aller faire des courses dans la vallée du Rhône, Belalp, Eggischhorn, Furka, etc. etc., remontent ensuite à Zermatt.

On peut compter 20 *kg* de bagages en moyenne par voyageur, et on peu évaluer le transport des marchandises, essentiellement des produits d'alimentation pour ces voyageurs, à 350 000 *kg* pour Zermatt et à 50 000 *kg* pour Saas (Stalden). Dans ces conditions, et en application des tarifs de la concession le budget des recettes peut s'établir comme suit:

Voyageurs.

de Viège à Zermatt et retour	1re classe	6 500 à 16,— frs.	= 104 000,— frs.	
	2me „	33 500 à 10,— „	= 335 000,— „	
	Total	40 000		
de Viège à Stalden (Saas) et retour	1re classe	2 000 à 3,50 frs.	= 7 000,— frs.	
	2me „	6 000 à 2,20 „	= 13 200,— „	
	Total	8 000		459 200,— frs.

Bagages et marchandises.

de Viège à Zermatt et retour: 20 *kg* par personne, 40 000 voyageurs, 350 000 *kg* marchandises.

40 000 × 20 + 350 000 = 1 150 000 *kg*
à 15 centimes par 100 *kg* et *km*
36 × 0,15 frs. × 11 500 = 62 100,— frs.

de Viège à Stalden (Saas) et retour: 20 *kg* par personne, 8 000 voyageurs, 50 000 *kg* marchandises.

8000 × 20 + 50 000 = 210 000 *kg*
8 × 0,15 frs. × 2 100 = 2 520,— frs.

Total des recettes: 64 620,— frs.
523 820,— frs.

Soit par *km* $\frac{523.820}{36}$ = 14 550,— frs.

Il est à remarquer que nous n'avons rien compté pour le trafic local des voyageurs de la vallée qui se fera à prix reduits et qui, quoique peu considérable, ne sera pas absolument négligeable.

Dépenses d'exploitation. Des négociations en cours avec la Cie. S. O. S. pour l'éxploitation de la ligne nous permettent de fixer, pour la recette brute kilométrique de 14 550 frs. ci-dessus évaluée, la dépense d'exploitation correspondante à 151 700 frs. Le budget d'exploitation s'établit comme suit:

frais d'exploitation à forfait	151 700 frs.	
fonds de renouvellement	10 000 „	
frais d'administration	10 000 „	
Total	171 700 frs.	= 171 700 frs.
Recettes brutes d'exploitation, comme ci-dessus		= 523 820 frs.
Différence, soit produit net		352 120 frs.

Ce qui promet une rénumération suffisante pour les capitaux à engager dans cette entreprise.

On peut donc considérer cette entreprise comme excellente et capable de produire un rendement parfaitement suffisant au taux actuel de l'intérêt de l'argent. Il est à espérer que, dans ces conditions, le capital ne sera pas difficile à réaliser.

J. Meyer.

Der elastische Bogen unter dem Einfluss von Kräften beliebiger Richtung.

Von Ingenieur *Gustav Mantel.*

(Schluss.)

Aehnlich wie Culmann und, mit Berücksichtigung der Scheerkräfte, Ritter es für verticale Belastung gethan haben, wäre hier nun der Ort, die Resultate einer approximativen, d. h. auf die Annahme $J \frac{dx}{ds}$ = constant sich stützenden Berechnung von Kräfteschnitt und Umhüllungscurve abzuleiten und zur völligen Klarstellung der Kräftewirkungen sind diese Gleichungen nothwendig.*) Zur practischen Verwendung eignet sich dagegen die Umhüllungscurve ihres eigenthümlichen Verlaufes wegen weniger gut, so dass es vorzuziehen ist, die Abschnitte JK und SL für verschiedene Angriffspunkte der Last zu berechnen und aufzutragen, wodurch die Kämpferdrücke gegeben sind.

Zur Controle kann man dann vielleicht noch ein paar Punkte der Kräfteschnittlinie berechnen, obgleich dies kaum nothwendig sein dürfte. Ich gebe daher nur die Ausdrücke für diese Abschnitte und die Gleichung der Kräfteschnittlinie, muss aber aus dem mehrfach citirten Werke Ritters, dessen Gang ich mich wieder anschliesse, einige Definitionen wiedergeben.

Bekanntlich wird die Bogenaxe als Parabel angenommen und das Trägheitsmoment an irgend einer Stelle des Bogens gleich $J = J' \frac{ds}{dx}$, wo J' das Trägheitsmoment des Scheitels bedeutet. Sei f der Pfeil und a die halbe Spannweite des Bogens, dann liegt der Schwerpunkt des mit $\Delta G = \frac{\Delta s}{J} = \frac{\Delta x}{J'}$ belasteten Bogens im Abstand $^1/_3 f$ vom Scheitel. Die grosse und kleine Halbaxe der Centralellipse des Bogens sind

$$i_1^2 = \frac{1}{3} a^2 + \frac{E}{E'} i^2; \quad i_2^2 = \frac{4}{45} f^2 + i^2.$$

*) Wie ich erst nachträglich erfahren habe, sind diese Gleichungen von Ritter bereits vor Jahren abgeleitet worden und sollen in die Neubearbeitung von Culmann's graphischer Statik aufgenommen werden.

Indem man sich die Elasticitätsellipsen der Bogenelemente horizontal gedreht denkt, wird es möglich, die scheerenden und pressenden Kräfte angenähert mit zu berücksichtigen und es bedeutet das i in den vorstehenden Ausdrücken die kleine Halbaxe dieser Elementarellipsen, während E und E' die Elasticitätsmodule für Zug-Druck und für Gleiten sind. Bezeichnen wir noch mit x (den Coordinatenanfang im Bogenscheitel angenommen) den Abstand des Angriffspunktes der äussern Kraft von der verticalen Schweraxe des Bogens und mit γ das Verhältniss $\frac{x}{a}$, so nehmen die Ausdrücke für die Axabschnitte die folgende Form an:

$$SK = -\frac{4}{3a} i_1^2 \cdot \frac{1 \pm \gamma - 2\gamma^2}{1 \pm \gamma - \gamma^2 \mp \gamma^3} = -\frac{4}{3a} i_1^2 \cdot \frac{A}{B}.$$

$$SL = \frac{15}{2f} i_2^2 \cdot \frac{1 \pm \gamma - 2\gamma^2}{2 \pm 2\gamma + 2\gamma^2 \mp 3\gamma^3 - 3\gamma^4 + \frac{45}{2}\left(\frac{i}{f}\right)^2} =$$

$$= \frac{15}{2f} i_2^2 \cdot \frac{A}{C + \frac{45}{2}\left(\frac{i}{f}\right)^2}.$$

Die Ausdrücke A, B und C lassen sich im Voraus für eine Anzahl von Kräftelagen, d. h. für verschiedene Werthe von γ berechnen und tabellarisch zusammenstellen. In der folgenden Tabelle sind sie für $\gamma = {}^1/_{10}, {}^2/_{10} \ldots {}^9/_{10}, 1$ gegeben und hieraus lassen sich rasch 5 oder 10 Werthe von KS und LS finden. Man trägt dann am Besten auf einer Horizontalen die γ und senkrecht die denselben entsprechenden KS und LS auf, verbindet diese durch zwei Curven und kann nun die den Angriffspunkten der horizontalen Kräfte entsprechenden KS und LS abgreifen. Vernachlässigt man die scheerenden Kräfte, so wird einfacher

$$KS = \frac{4}{9} a \frac{A}{B} \text{ und } LS = \frac{2}{3} f \frac{A}{C}$$

Als Gleichung der Kräfteschnittlinie ergab sich

$$x = \pm \frac{8f^2}{15a} \cdot \frac{i_1^2}{i_2^2} \left(\frac{y}{f}\right)^{\frac{3}{2}} \pm \frac{4i^2}{3a} \cdot \frac{i_1^2}{i_2^2} \frac{\left(\frac{y}{f}\right)^{\frac{1}{2}}}{1 - \frac{y}{f}}$$

oder bei Vernachlässigung der scheerenden und pressenden Kräfte

$$x = l\left(\frac{y}{f}\right)^{\frac{3}{2}}; \left(\frac{x}{l}\right)^2 = \left(\frac{y}{f}\right)^3$$

Es ist diess die Gleichung einer Neil'schen Parabel, bezogen auf ein Coordinatensystem im Bogenscheitel.

Greift die horizontale Kraft senkrecht über dem Bogenscheitel an, so wird die verticale Doppeltangente der Neil-schen Parabel, d. h. die Ordinatenaxe zur Kämpferschnittlinie und die Kämpferumhüllungscurve zerfällt in die zwei Punkte

$$x = \pm \frac{2i_1^2}{a}; \; y = -\frac{f}{6}$$

Das bisher Entwickelte ist streng nur gültig unter der Voraussetzung, dass die angreifenden horizontalen Kräfte durch den Schnittpunkt der theoretischen Bogenaxe mit einem Lamellenende, also durch Punkte m gehen. Handelt es sich aber um schief stehende Pfosten, die auf dem äussern Umfang des Bogens aufsitzen, so zerlegt sich deren Druck in eine horizontale und eine verticale Seitenkraft, welche beide nicht mehr durch den Punkt m gehen. Um diesem Umstand Rechnung zu tragen, muss man die Vorsicht beobachten, die Werthe der U und U' in den entsprechenden Seilpolygonen nicht in den Horizontalen und Verticalen durch die Lamellenenden abzugreifen, sondern in den Lagen der Theilkräfte P und Q, indem man nöthigenfalls die entsprechenden Seilpolygonseiten etwas verlängert, gemäss dem Satze, dass das Moment einer beliebigen Anzahl von parallelen Kräften (hier Gewichten) in Bezug auf eine beliebig liegende parallele Axe gefunden wird, indem man die Seilpolygonseiten ausserhalb der Kräfte bis zum Schnitt mit der Axe verlängert. Beim Fachwerkbogen, wo die Kräfte immer an Knotenpunkten angreifen, sind die U und U' natürlich in den Senkrechten und Wagrechten durch diese Knotenpunkte abzugreifen.

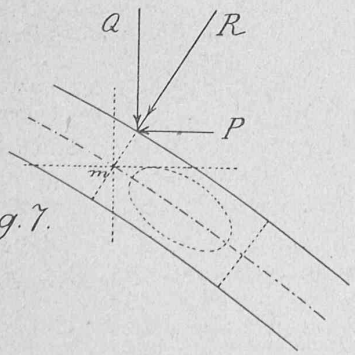

Fig. 7.

In Folge dieses Umstandes, dass die Kräfte nicht in den Punkten m der theoretischen Bogenaxe angreifen, verlängert sich die Kräfteschnittlinie über den Rückkehrpunkt der Neil'schen Parabel im Scheitel der Bogenaxe und bildet oberhalb desselben im Bogenträger eine kleine Schleife, mit horizontaler Tangente in der äussersten Faser, wie aus dem Kräfteplan des folgenden Beispieles ersichtlich ist, zu dessen Beschreibung wir in einer der folgenden Nummern dieser Zeitschrift geben werden.

Tabelle zur Berechnung der Axabschnitte der Kämpferdrücke für einen Bogen mit festem Auflager bei constantem $J\frac{dx}{ds}$ unter dem Einfluss horizontaler Kräfte.

$\frac{x}{a}$	A	B	C	$\frac{A}{B}$	$\frac{A}{C}$ *	
1,0	0,0000	0,0000	0,0000	0,7500	0,2000	Kämpferdruck des linken Auflagers, wenn die Horizontalkraft, von rechts nach links gerichtet, auf die rechte Bogenhälfte wirkt.
0,9	0,2800	0,3610	1,2647	0,7756	0,2214	
0,8	0.5200	0,6480	2,1152	0,8025	0,2458	
0,7	0,7200	0,8670	2,6307	0,8305	0,2737	
0,6	0,8800	1,0240	2,8832	0,8594	0,3052	
0,5	1,0000	1,1250	2,9375	0,8889	0,3404	
0,4	1,0800	1,1760	2,8512	0,9184	0,3788	
0,3	1,1200	1,1830	2,6747	0,9467	0,4187	
0,2	1,1200	1,1520	2,4512	0,9722	0,4569	
0,1	1,0800	1,0890	2,2167	0,9917	0,4872	
0,0	1,0000	1,0000	2,0000	1,0000	0,5000	Kämpferdruck des linken Auflagers, wenn die Horizontalkraft, von rechts nach links gerichtet, auf die linke Bogenhälfte wirkt.
—0,1	0,8800	0,8910	1,8227	0,9899	0,4828	
—0,2	0,7200	0,7680	1,6992	0,9375	0,4237	
—0,3	0,5200	0,6370	1,6367	0,8163	0,3177	
—0,4	0,2800	0,5040	1,6352	0,5555	0,1712	
—0,5	0,0000	0,3750	1,6875	0,0000	0,0000	
—0,6	—0.3200	0,2560	1,7792	— 1,2500	—0,1799	
—0.7	—0,6800	0,1530	1,8887	— 4,4444	—0,3600	
—0,8	—1,0800	0,0720	1,9872	—15,0000	—0,5435	
—0,9	—1,5200	0,0190	2,0387	—80,0000	—0,7456	
—1,0	—2,0000	0,0000	2,0000	— ∞	—1,0000	

*) Bei Vernachlässigung von $\frac{45}{2}\left(\frac{i}{f}\right)^2$ im Nenner.

Miscellanea.

Das Begräbniss von Schulrathspräsident Dr. K. Kappeler, das letzten Dienstag Nachmittag stattfand, war eine der grossartigsten Leichenfeierlichkeiten, die Zürich in den letzten Jahren gesehen. Im Schulrathssaal des eidg. Polytechnikums, das die Trauerflagge aufgehisst hatte, versammelten sich die zur Leichenfeier abgeordneten Mitglieder der Behörden, während im davor liegenden Vestibul die Docenten des Polytechnikums und der Hochschule und vor dem Gebäude die Mitglieder der G. e. P. und die Studirenden sich aufstellten. Der Zug setzte sich von dort nach dem Trauerhaus an der Plattenstrasse in Bewegung, wo der mit Kränzen und Blumen überreich bedeckte Sarg aufgebahrt war. Von dort an bewegte sich der Zug durch die Zürichbergstrasse, Rämistrasse, über die Quaibrücke, dem Stadthausquai entlang nach der Fraumünster-Kirche in folgender Ordnung: Voraus der Leichenwagen, dem vier Bahren mit Kränzen und Blumen folgten, begleitet vom Schützenverein schweizerischer Studirender, dann folgten die Angehörigen und nächsten Verwandten, hierauf die Vertreter des Bundesrathes (die HH. Bundesräthe Schenk und Deucher mit Bundeskanzler Ringier), die Abgeordneten der cantonalen und städtischen Behörden, die Vertreter der schweizerischen Universitäten, Academien und Mittelschulen, die Linth-Commission, deren Präsident der Verstorbene viele Jahre lang gewesen war, der schweizerische Schulrath, die Docenten