

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 11/12 (1888)  
**Heft:** 10

**Artikel:** Das allgemeine Gesetz der Gegenseitigkeit elastischer Formänderungen  
**Autor:** Land, Robert  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-14992>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 10.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Ueber die Ausführung der *chemischen Analyse des Speisewassers* für Dampfkessel sind der erwähnten Schrift noch folgende Notizen beigegeben:

Man unterscheidet bekanntlich zwischen weichem und hartem Wasser, die Härte wird häufig in Härtegraden und zwar als bleibende Härte (bei Gypsgehalt) und vorübergehende Härte (bei Abwesenheit von Gyps) angegeben. Die Härtegrade werden mittelst Seifenlösungen von bestimmter Stärke bestimmt.

Letztere Methode ist erfahrungsgemäss umständlich und unsicher; mag sie für die Praxis einen gewissen Werth auch besitzen, so ist doch die chemische Analyse das einzige Mittel, welches erlaubt, genau die Zusammensetzung der im Wasser aufgelösten Mineralsalze zu ermitteln.

300 bis 500 Centiliter Wasser werden in einer abgewogenen Platin-, Silber- oder reinen Nickelschale auf dem Wasserbade eingedampft, und der Rückstand in einem constanten Luftbad bei 100 bis 103° Celsius bis zum constanten Gewicht getrocknet und abgewogen. Damit ist der feste Rückstand der Kesselsteinmasse ermittelt.

Man löst den Rückstand in verdünnter, reiner Salpetersäure, verdünnt mit destillirtem Wasser, theilt die Lösung in Masscylindern zu gleichen Theilen und bestimmt: im ersten Theil den Kalk (mit oxalsaurem Ammoniak als kohlen-saurem Kalk gewichtsanalytisch oder durch Titration mit mangansaurem Kalilösung), im Filtrat die Magnesia (mit Natriumphosphat und Ammoniak als pyrophosphorsaure Magnesia); im zweiten Theil die Schwefelsäure (als Baryumsulfat mit Chlorbaryum) und endlich im dritten Theil das Chlor (als Chlorsilber) gewichtsanalytisch oder colorimetrisch.

## Das allgemeine Gesetz der Gegenseitigkeit elastischer Formänderungen.

Von Robert Land in Dresden.

Die nachstehenden Zeilen haben den Zweck, zu zeigen, wie sich das vom Verfasser im Januar 1887 im Wochenblatt für Baukunde S. 16 für zwei *einzelne* statische Ursachen von der Grösse 1 nachgewiesene Gesetz der Gegenseitigkeit elastischer Formänderungen in einfacher Weise für *verschiedene gleichzeitig wirkende* statische Ursachen von gleicher Grösse (z. B. = 1) erweitern lässt. Hierzu mögen folgende Erklärungen vorausgeschickt werden.

Unter *statischer Ursache* und *zugehöriger Formänderung* werde verstanden:

- a) eine *Einzelkraft* und die *Verschiebung* in der Krafrichtung;
- b) ein *ziehendes* (drückendes) *Kräftepaar* (in einer Geraden wirkend) und die *Änderung der Entfernung* der Angriffspunkte;
- c) ein *drehendes Kräftepaar* oder Moment (Bieugungsmoment oder Drehungs- [Torsions-] moment) und der zugehörige *Verdrehungswinkel* der Angriffsfläche;
- d) ein *verschiebendes Kräftepaar* (in zwei unendlich benachbarten Geraden wirkend) und die zugehörige *gegenseitige Verschiebung* der Angriffspunkte;
- e) ein *Momentenpaar* und die zugehörige *gegenseitige Verdrehung* der Angriffsflächen.

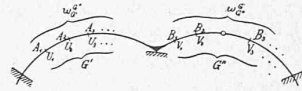
Bedeutet jetzt  $w_V^U$  die durch eine beliebige *statische Ursache*  $U = 1$  an einer beliebigen anderen Stelle erzeugte elastische Formänderung ( $w$ ), welche einer dort gedachten statischen Ursache  $V$  entspricht, so lautet das früher bewiesene, für beliebige elastische Gebilde im Raume geltende Gesetz der Gegenseitigkeit elastischer Formänderungen in Zeichen:

$$I) \quad w_V^U = w_U^V$$

und in Worten:

\*) Die hier gewählte symbolische Bezeichnung des Gesetzes der elastischen Formänderungen weicht von der im Wochenblatt für Baukunde S. 16 gegebenen ein wenig ab und entspricht mehr der a. a. O. auf S. 34 gegebenen einfacheren Gestaltung.

- I) Eine beliebige bei  $A$  wirkende statische Ursache  $U = 1$  erzeugt an einer beliebigen anderen Stelle  $B$  eine elastische Formänderung ( $w_V$ ), welche gleich ist der durch die gedachte statische Ursache  $V = 1$  erzeugten elastischen Formänderung  $w_U$  bei  $A$ , wobei also  $w_V$  bzw.  $w_V^U$  die zu der gedachten statischen Ursache  $U_{(A)}$  bzw.  $V_{(B)}$  zugehörige elastische Formänderung ist.



Für eine statische Ursache  $U_1 = 1$  bei  $A_1$  und eine erzeugte Formänderung  $w_{V_1}$  bei  $B_1$  gilt hiernach die Beziehung:

$$w_{V_1}^{U_1} = w_{U_1}^{V_1}$$

Für eine zweite statische Ursache  $U_2 = 1$  bei  $A_2$  gilt:

$$w_{V_1}^{U_2} = w_{U_2}^{V_1}$$

Durch Addition aller einzelnen Formänderungen entsteht:

$$1) \quad \sum_{U_1 U_2 \dots} w_{V_1}^U = \sum_{U_1 U_2 \dots} w_U^V \quad **)$$

In gleicher Weise ergibt sich für die durch  $\sum U$  erzeugte, einer (gedachten) statischen Ursache  $V_2$  bei  $B_2$  entsprechende Formänderung  $w_{V_2}$  die Beziehung:

$$2) \quad w_{V_2}^{\sum U} = \sum_{U_1 U_2 \dots} w_U^{V_2}$$

3)

Durch Addition aller Gleichungen 1), 2), 3) ... entsteht:

$$II) \quad \sum_{V_1 V_2 \dots} w_V^{\sum U} = \sum_{U_1 U_2 \dots} \sum_{V_1 V_2 \dots} w_U^V = \sum_{U_1 U_2 \dots} w_U^{\sum V}$$

Nennt man der Kürze wegen die eine Gruppe der statischen Ursachen  $\sum U = G'$ , die andere Gruppe  $\sum V = G''$ , so lässt sich das durch die letzte Gleichung II ausgedrückte *allgemeinste Gesetz der Gegenseitigkeit elastischer Formänderungen für beliebige (räumliche) elastische Gebilde* (bei denen auch Gelenk- oder Gleitverbindungen ohne Reibung vorhanden sein können) folgendermassen ausdrücken, wenn jedesmal nur eine der beiden Gruppen  $G'$  bzw.  $G''$  wirkend gedacht wird:

$$II^a) \quad \sum w_{G''}^{G'} = \sum w_{G'}^{G''} \quad \text{d. h.}$$

- II) Die Summe aller zu einer Gruppe  $G' = \sum U$  gehörigen statischen Ursachen  $U = 1$  erzeugt eine Summe, zu einer anderen Gruppe  $G'' = \sum V$  gehöriger elastischer Formänderungen, welche gleich ist der durch  $G''$  erzeugten Summe aller zu  $G'$  gehörigen elastischen Formänderungen, wobei die einzelnen  $U$  und  $V$  ganz verschiedenartig sein können, aber untereinander gleiche Grösse (z. B. = 1) besitzen müssen.

Dresden, Ende Februar 1888.

## Miscellanea.

Das deutsche Reichstagshaus zu Berlin wurde am 20. letzten Monats von den Mitgliedern des Berliner Architekten-Vereins besucht und es war der Andrang der Besuchenden so gross, dass der Ateliersaal des Architekten Paul Wallot dieselben kaum zu fassen vermochte. Herr Wallot erläuterte daselbst an Hand einer grossen Zahl von Plänen (Grundrisse, geometrische und perspektivische Darstellungen der Vorhallen und Treppenhäuser, sowie auch Theilansichten des Aeusseren, Alles in grossem Masstab gezeichnet) den Bauplan, wie er nun definitiv ausgeführt wird. Die Durchwanderung des Baues überzeugte die Besucher von dem sorgfältigen Vorgehen der Bauausführung. Laut der „Deutschen Bauzeitung“

\*\*) Für *gleichartige* Ursachen  $U$  ist diese Beziehung im Wochenbl. f. Bauk. S. 24 durch Satz II (über die Einflusslinie einer elastischen Formänderung) ausgedrückt.