

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 9/10 (1887)
Heft: 22

Artikel: Beitrag zur Theorie der ebenen Träger
Autor: Müller-Breslau, Heinr.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-14429>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Beitrag zur Theorie der ebenen Träger. Von Heinr. Müller-Breslau, Prof. an der Techn. Hochschule in Hannover. — Die Wettbewerbung um den Entwurf einer festen Strassenbrücke über den Neckar bei Mannheim. — Zur Bundes-Subvention angemeldete Wasser-

und Strassenbauprojekte. — Miscellanea: Zur Verhütung von Eisenbahn-Unfällen. Compoundlocomotiven. Die electrische Beleuchtung in Deutschland. Electriche Kraftübertragung in Valencia. Denkmäler. — Concurrenz: Näfelser Denkmal. — Vereinsnachrichten. Stellenvermittlung.

Beitrag zur Theorie der ebenen Träger.

Von Heinr. Müller-Breslau, Prof. an der Technischen Hochschule in Hannover.

In Nr. 20, Seite 121 des vorliegenden Jahrganges dieser Zeitschrift, teilte ich ein neues Verfahren zur Berechnung statisch bestimmter Fachwerke mit, welches darin besteht, den Träger durch Beseitigung des Stabes s_{kr} , dessen Spannkraft S_{kr} gesucht wird, in eine zwangsläufige kinematische Kette zu verwandeln, den Gliedern dieser Kette verschwindend kleine Verrückungen zu ertheilen und nach Ermittlung der senkrechten Geschwindigkeiten der Angriffspunkte sämmtlicher Kräfte die Gleichgewichtsbedingung $\sum P_m c_m = o$ aufzustellen, in welcher c_m den Abstand der Kraft P_m vom Endpunkte m' der senkrechten Geschwindigkeit mm' ihres Angriffspunktes m bedeutet. Die in k und r angreifenden Spannkräfte S_{kr} werden hierbei zu den äusseren Kräften gerechnet, und es enthält dann, wenn bei der angenommenen Bewegung der Kette die Auflagerbedingungen erfüllt werden, jene Gleichung nur die eine Unbekannte S_{kr} . Um die nach einer bestimmten Richtung wirkende Seitenkraft eines Stützenwiderstandes zu finden, wird die Umwandlung des starren Fachwerks in eine zwangsläufige Kette durch Beseitigung einer Auflagerbedingung bewirkt, und ebenso leuchtet ein, dass man auch Biegungsmomente, Querkräfte u. s. w. auf kinematischem Wege herzuleiten vermag. Beispielsweise wird behufs Berechnung eines Momentes die Umwandlung des Trägers in eine Kette durch Anbringung eines Gelenkes erreicht.

Zu den Vorzügen dieses Verfahrens gehört, dass man auf dem angegebenen Wege nicht nur zu den unbekannten inneren und äusseren Kräften gelangt, sondern auch zu einer übersichtlichen Darstellung des gegenseitigen Einflusses der Verrückungen, und es ist nun der Zweck der folgenden Zeilen, die Aufmerksamkeit auf eine für die Werthschätzung neuer Arten statisch bestimmter Träger wichtige Aufgabe zu lenken, nämlich:

Zu untersuchen, ob die durch Nachgeben der Widerlager hervorgerufenen Verrückungen der Stützpunkte etwa unzulässige Formänderungen des Trägers verursachen, eine Aufgabe, welche sich stets in Verbindung mit denjenigen lösen lässt:

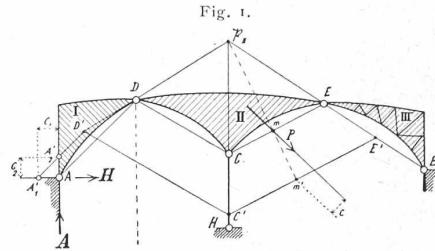
Die Grösse der Stützenwiderstände zu bestimmen.

Die folgenden Beispiele mögen das Verfahren erläutern.

1. Aufgabe. Der in Fig. 1 dargestellte, im allgemeinen starre und statisch bestimmte Bogenträger besteht aus drei starren, durch Gelenke mit einander verbundenen Scheiben I, II, III, welche vollständig oder gegliedert (wie z. B. III) sein können. Bei A und B sind feste Auflagergelenke angeordnet. Bei C erfolgt die Stützung mittels einer Pendelsäule. Gesucht seien diejenigen Verrückungen, welche die Punkte des Trägers erfahren, wenn das Widerlager bei A nachgibt, während die Stützpunkte B und H ruhen. Gleichzeitig sollen die durch irgend eine beliebig gerichtete, gegebene Last P bei A erzeugten Stützenwiderstände A (senkrecht) und H (wagerecht) bestimmt werden.

Zunächst handle es sich um den Einfluss einer wagerechten Verrückung des Stützpunktes A. Das feste Auflagergelenk A wird ersetzt durch ein auf wagerechter Bahn geführtes, und in Folge dessen geht der starre Träger in eine zwangsläufige Kette über, deren Scheiben III und II sich beziehungsweise um die Pole B und \mathfrak{P}_{II} drehen, wobei \mathfrak{P}_{II} den Schnittpunkt der Geraden BE mit der Pendelsäule bedeutet. Der Pol von I liegt auf der Senkrechten durch A, weil sich Punkt A in einer Wagerechten bewegt. Von den

sog. senkrechten Geschwindigkeiten EE' , CC' , DD' , AA' der Punkte E, C, D, A nehme man die eine, beispielsweise $AA' = c_2$, beliebig an; die übrigen sind dann bestimmt; denn



es muss sein: $A'_2 D' \parallel AD$; $D' C' \parallel DC$; $C' E' \parallel CE$; auch müssen die Punkte D' , C' , E' auf den durch die Punkte D, C, E gehenden Polstrahlen liegen.

Bedeuten nun δ_D , δ_C , δ_E die Verrückungen, welche die Punkte D, C, E erfahren, sobald sich A in wagerechter Richtung um ζ_A verschiebt, so verhalten sich:

$$(I) \quad \delta_D : \delta_C : \delta_E : \zeta_A = DD' : CC' : EE' : AA'_2,$$

und in gleicher Weise findet man, für die Verrückungen δ_D , δ_C , δ_E , welche entstehen, sobald A in senkrechter Richtung um η_A verschoben wird, die Beziehung:

$$(II) \quad \delta_D : \delta_C : \delta_E : \eta_A = DD' : CC' : EE' : AA'_2.$$

Dabei ist A'_1 der Schnittpunkt der Geraden $D'A'_2$ mit der Wagerechten durch A. Die wirklichen Richtungen dieser Verschiebungen erhält man, wenn man die Richtungen AA'_1 , AA'_2 , DD' u. s. w. im gleichen Sinne um 90° dreht.

Um die durch irgend eine Last P hervorgerufenen Widerstände H und A zu finden, nehme man irgend einen Punkt m in der Richtung von P an, beispielsweise in Fig. 1 den Schnittpunkt der dort zwischen C und E liegenden Last P mit der Geraden CE, bestimme den zugehörigen Punkt m' und falle von m' auf P das Lot c. Nun setze man zuerst voraus, es bewege sich A auf der Wagerechten, sodann, es werde A auf der Senkrechten verschoben. Im ersten Falle liefert die Bedingung $\Sigma P c = o$ die Gleichung:

$$+ P c - H c_2 = o \quad \text{voraus } H = \frac{P c}{c_2},$$

und im zweiten Falle erhält man:

$$+ P c - A c_1 = o \quad \text{also } A = \frac{P c}{c_1}.$$

Für irgend einen Belastungszustand ergibt sich:

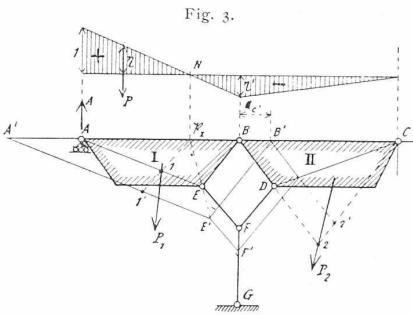
$$(III) \quad H = \frac{\Sigma P c}{c_2}; \quad A = \frac{\Sigma P c}{c_1}.$$

Decken sich die Geraden $\mathfrak{P}_{II} D$ und DA , so folgt $c_1 = o$ und $c_2 = o_1$ und, im Allgemeinen: $H = \infty$, $A = \infty$. Gleichgewicht ist in diesem Falle (der z. B. vorliegt, wenn CH eine Symmetriechse ist) nur möglich, sobald $\Sigma P c = o$ ist. Dann aber befriedigt jeder Werth von H oder A die Gleichungen III, und der Träger ist statisch unbestimmt und von unendlich kleiner Beweglichkeit. Weichen die Richtungen der Geraden $\mathfrak{P}_{II} D$ und DA nur wenig von einander ab, so ist der Träger ebenfalls unbrauchbar, weil in Wirklichkeit, wie aus den Gleichungen I und II hervorgeht, bereits sehr kleine Verrückungen von A gegen C und B (in Folge der unvermeidlichen Bewegungen der Widerlager) zu schädlichen Formänderungen des Trägers Veranlassung geben können.

In der Fig. 2 ist die Frage nach der Starrheit eines symmetrischen Trägers der eben untersuchten Art mit Hülfe der vom Verfasser auf Seite 121 d. J. eingeführten Figur F' entschieden worden. Die Gestalt der starren Scheiben I, II, III ist gleichgültig. I und II sind

durch je einen Stab ersetzt worden, III durch ein Stabdreieck. Das schraffirte Dreieck stellt das Widerlager vor; mit diesem ist C durch einen Stab verbunden worden, A und B durch je zwei Stäbe. Da es möglich ist, zu dem Fachwerk F eine Figur F^1 zu zeichnen, welche der Figur F nicht ähnlich ist, so ist das Fachwerk kein starres, trotzdem es, bei $n = 8$ Knoten, $2n - 3 = 13$ Stäbe besitzt.

Aufgabe 2. In Figur 3 ist ein aus zwei starren Scheiben und zwei Stäben (EF, FD) bestehender Träger dargestellt worden, welche bei C ein festes, bei A ein bewegliches Auflagergelenk besitzt und bei F durch eine Pendelsäule gestützt wird. Gesucht ist der in A wirksame Stützenwiderstand und der Einfluss eines Ausweichens des Widerlagers A auf die Verrückungen der Punkte B, D, E, F.



$7'' 7''$, $6'' 6''$ die Lage der Punkte $9'$, $8'$, $7'$, $6'$ und die Pole der einzelnen Glieder der Kette anzugeben*). Wird Punkt 10 auf einer Senkrechten geführt, so liegt $10'$ auf der Wagerechten durch 10.

Der hier angewandte geometrische Satz lautet:

Aenderst ein $n =$ Eck in der Weise seine Form, dass sämmtliche Seiten desselben durch feste Punkte ein und derselben Geraden gehen (die in der oben gemachten Anwendung die unendlich ferne Gerade ist), während $n - 1$ Eckpunkte gerade Linien beschreiben, so bewegt sich auch der letzte Eckpunkt in einer Geraden.

Anstatt diesen Satz zu benutzen, könnte man auch mit Hilfe des (in meiner ersten Arbeit auf Seite 122 angeführten) Burmester'schen Verfahrens zuerst die Pole sämmtlicher Glieder der Kette und hierauf die senkrechten Geschwindigkeiten bestimmen, doch ist dieser Weg im vorliegenden (und auch in sehr vielen anderen Fällen) weniger zweckmässig. Um die Pole Ψ_1 und Ψ_{11} der Scheiben I und II zu bestimmen, ist ein Dreieck $\Psi_1 R \Psi_{11}$ zu zeichnen, dessen Eckpunkte Ψ_1 , R , Ψ_{11} beziehungsweise

auf der Senkrechten zur Bahn des Punktes 10,

" " Mittellinie der Pendelsäule,

" " Geraden $55'$

liegen, und dessen Seiten $\Psi_1 R$, $R \Psi_{11}$, $\Psi_{11} \Psi_1$ beziehungsweise gehen: durch den Schnittpunkt von 98 und 57 , durch den Punkt 7, durch den Punkt 6.

Die Ermittlung der Verrückungen der verschiedenen Punkte des Trägers und die Berechnung der Seitenkräfte H (wagerecht) und A (senkrecht) erfolgt jetzt wie in Aufgabe 1.

Es sei noch verlangt, den im Punkte 10 angreifenden Stützenwiderstand durch Angabe zweier Seitenkräfte E und D zu bestimmen, welche untereinander wieder einen rechten Winkel einschliessen, und von denen der erstere parallel zur Geraden $10'' 10'''$ ist. Wird D gesucht, so muss das feste Gelenk 10 durch ein in der Richtung von D geführtes ersetzt werden. Punkt $10'$ liegt in der Richtung von E und zwar im Unendlichen, weil $E \parallel 10'' 10'''$, und in Folge dessen rücken auch $9'$, $8'$, $7'$, $6'$ ins Unendliche. In der Gleichgewichtsbedingung $\Sigma P c = 0$ tritt D mit dem Factor $c = \infty$ auf, und hieraus folgt, dass alle Lasten, denen ein endliches c entspricht, also beispielsweise die auf die Scheibe IV wirkenden, $D = 0$ erzeugen; sie rufen also bei 10 nur einen zur Geraden $10'' 10'''$ parallelen Stützenwiderstand E hervor.

Die gelösten Aufgaben dürften genügen, um von der Fruchtbarkeit des neuen Verfahrens zu überzeugen, und ich schliesse diese kurzen Mittheilungen mit der Bemerkung, dass man, falls die Verwandlung eines Fachwerks in eine zwangsläufige Kette durch Beseitigung eines Stabes erfolgt, nicht nur im Stande ist, die Spannkraft S dieses Stabes für jeden Belastungszustand sofort mittels einer einzigen Gleichung zu bestimmen und die Einflusslinie für S schnell anzugeben, sondern auch festzustellen, wie gross die Verrückungen beliebiger Punkte des Trägers in Folge einer Längenänderung des fraglichen Stabes sind. Die Möglichkeit, die letztere Frage schnell zu entscheiden, ist wieder wichtig für die Werthschätzung neuer Trägerarten; denn es kann vorkommen, dass geringe Aenderungen der Längen einzelner Stäbe (die ja in Wirklichkeit stets elastisch sind) unzulässige Verrückungen anderer Theile des Trägers nach sich ziehen.

Dass sich das mitgetheilte Verfahren auch als Grund-

*) Fällt die Gerade $10'' 10'''$ mit der Senkrechten durch 10 zusammen, so wird die Lage von $10'$ unbestimmt. Die senkrechte Geschwindigkeit von 10 darf dann beliebig gross angenommen werden, und die Kette ist in dem hier betrachteten Augenblicke keine zwangsläufige.

**) Für das einfache Dreiecksystem hat bereits Fränkel diese Aufgabe auf kinematischem Wege gelöst. Civil-Ing. 1876. Auch sei hier an das bekannte geometrische Verfahren von Williot erinnert, dessen Anwendung auf die Untersuchung kinematischer Ketten in dem (voraussichtlich im Sommer erscheinenden) zweiten Bande meiner Graphischen Statik (im Abschnitte über die Formänderung des Fachwerks) behandelt wird.

lage einer allgemeinen geometrischen Theorie des statisch unbestimmten Fachwerks verwerthen lässt, möge ebenfalls betont werden; denn die Hauptaufgabe dieser Theorie besteht ja darin, die durch die Längenänderungen der elastischen Stäbe verursachten Verrückungen einzelner Punkte des Trägers zu ermitteln, gewissen Bedingungen zu unterwerfen und auf diesem Wege die fehlenden Gleichungen zur Berechnung der statisch nicht bestimmten Spannkräfte und Stützenwiderstände zu gewinnen**).

Hannover, im Oktober 1887.

Die Wettbewerbung um den Entwurf einer festen Strassenbrücke über den Neckar bei Mannheim.

Für die von der Grossherzoglich Badischen Oberdirection des Wasser- und Strassenbaues unter dem 16. Mai d. J. ausgeschriebene Wettbewerbung um den Entwurf einer neuen festen Neckarbrücke bei Mannheim waren an dem auf den 15. October gestellten Termine elf Entwürfe eingelaufen, eine verhältnissmässig geringe Anzahl im Vergleich zu den einundvierzig Projecten, welche sich vor wenigen Jahren gelegentlich der Concurrenz für den Entwurf einer festen Strassenbrücke über den Rhein bei Mainz um den Preis bewarben.

Ausser den besonderen Schwierigkeiten der Aufgabe trugen an dieser schwachen Beteiligung wohl in erster Linie die äusserst niedrig angesetzten Preise die Haupschuld, von welchen schon der zweite kaum noch die Kosten der Monate beanspruchenden Arbeit gedeckt haben dürfte.

Unter den eingelaufenen Entwürfen sprach das Preisgericht dem Projecte der HH. Gebr. Benckiser in Pforzheim, Bernatz u. Grün und Architect W. Marchot in Mannheim den ersten Preis (4000 Mk.), dem Entwurfe der Herren H. Gerber, Fr. Thiersch, F. Beutel in München und A. Rieppel in Nürnberg den zweiten Preis (2000 Mk.), und demjenigen der Herren W. Lauter in Frankfurt a/M. und Dr. J. Durm in Karlsruhe den dritten Preis (1500 Mk.) zu; doch findet dieser Ausspruch im Publicum und in deutschen Fachblättern insoweit es die Werthschätzung des mit dem ersten Preise bedachten Entwurfes anbetrifft, verschiedentlich eine abfällige Beurtheilung und zum Theil entschiedenen Widerspruch.

Unter den Bestimmungen des der Wettbewerbung zu Grund gelegten Programmes, sind die wesentlichsten wohl folgende:

Die neue Brücke soll an derselben Stelle erbaut werden, an welcher jetzt die alte Kettenbrücke steht und es ist ihre Länge durch die bestehenden Landfesten bestimmt, deren lichte Entfernung 185,6 m beträgt.

Die jetzige Eintheilung der Brückenöffnungen, von welchen die mittlere doppelt so gross ist, als die beiden Seitenöffnungen ist im Programm als zweckmässig und deren Beibehaltung als wünschenswerth erklärt. Die Wahl einer anderen Eintheilung ist durch besondere, in den eigenthümlichen Stromverhältnissen des Neckars begründete Bestimmungen so beschränkt, dass in allen Fällen eine die beiden Seitenöffnungen bedeutend übertreffende Mittelspannung auch für die neue Brücke nicht zu umgehen ist.

Die Unterkante der Eisencnstruction darf nicht unter die Cote + 11,80 des neuen Neckarpiegels heruntergehen; da ferner die beiderseitigen Rampen nicht mehr als 1,5 % Steigung erhalten durften, so war die Annahme von unter der Fahrbahn liegenden Hauptträgern durch die äusserst geringe verbleibende Constructionshöhe von vornehmesten ausgeschlossen. Da überdies in Folge der verlangten beträchtlichen Breite der Brücke eine Anordnung der oben liegenden Hauptträger zwischen Fahrbahn und Fusswegen erforderlich machte, so wurde in Rücksicht auf die Ermöglichung eines freien Verkehrs quer über die Brücke die Wahl des Trägersystems eine um so schwierigere, als bei möglichst zweckmässiger Gestaltung der Träger der Totalindruck der Brücke, wie auch das Programm ausdrücklich