Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 5/6 (1885)
Heft: 20

Artikel: Beiträge zur Theorie der Turbinen
Autor: Fliegner, Albert
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-12869

in Folge seiner gründlichen Untersuchungen des Quell- und Seewassers gewiss ein massgebendes Urtheil in dieser Frage nicht abgesprochen werden kann, in seinem Berichte schreibt. Er ist erstaunt darüber, dass man eine Zeit lang daran gedacht hat das Seewasser, „dieses köstliche uns von der Natur geschenkte Hülfsmittel, um das uns hundert Städte beneiden, unbenützt zur Seite zu setzen". Piefke, der vieljährige Director der Berliner Wasserversorgung, sagt ferner in einem Schriftchen „Mittheilungen über natürliche und künstliche Filtration": „Es gibt kein besseres Reinigungsmittel für Trinkwasser, als ein grosses Seebecken". Wenn man alle diese Aeusserungen zusammenhält und ferner bedenkt, dass durch die chemischen und mikroskopischen Untersuchungen die grössere Reinheit des Seewassers, gegenüber einer bedeutenden Anzahl von Quellen erwiesen wurde, wenn in dritter aber nicht letzter Linie die grossen Kosten, welche durch die einheitliche oder gemischte Quellwasserversorgung entstünden, mit in Betracht gezogen werden, so ist es klar, dass die niedergesetzte Commission kaum zu einem anderen Vorschlag gelangen konnte, als zu dem, *bei dem bestehenden System zu verbleiben.*

Um nun aber bei diesem System zu verbleiben, war es nothwendig, auf die Entfernung aller demselben anhaftenden Unvollkommenheiten und Mängel bedacht zu sein. Erstens wurde, als provisorische Massregel, die Filterleitung durch Räumung der aufgefundenen Verstopfung wieder in gehörigen Stand und dadurch das eigentliche Filter wieder in Thätigkeit gesetzt und zweitens wurden alle unterhalb des Filters in die Limmat gelangenden Verunreinigungen von dieser abgeschlossen.

Die weiteren Verbesserungen, wie sie nunmehr zum Theil bereits in Ausführung begriffen, zum Theil noch projectirt sind und von der Stadtgemeinde noch genehmigt werden müssen, bestehen in Folgendem:

1) Ersatz der undichten 60 *cm* weiten Beton-Sammelröhre in der Limmat durch eine 90 *cm* weite gusseiserne Röhrenleitung im Schanzengraben, an welche sich eine 94 *cm* weite schmiedeiserne Röhrenleitung vom Schanzengraben bis zur 200 *m* ausserhalb der Quaibrücke befindlichen neuen Fassungsstelle anschliesst.

2) Aufgeben des frühern Filters und der alten Zuleitung zum Pumpwerk und Ausführung einer neuen Filteranlage im Trockenen von fünf, eventuell zehn Kammern mit etwa 3000 beziehungsweise 6000 m^2 Filterfläche.

3) Vergrösserung der Reservoirs.

4) Vermehrung der Quellwasserbrunnen.

5) Regelmässige chemische und mikroskopische Untersuchungen des Brauch- und Quellwassers und öffentliche Berichterstattung hierüber.

6) Regelmässige Spühlungen sämmtlicher Reservoirs und der Leitungen.

Die Kosten sämmtlicher Erweiterungsarbeiten sind auf 2 200 000 Fr. veranschlagt, wovon jedoch in den nächsten fünf Jahren nur die dringendsten Verbesserungen im Kostenbetrage von 1 100 000 Fr. zur Ausführung kommen sollen.

Die Röhrenleitung durch den Schanzengraben, der, um eine vollkommen sichere Dichtung der Röhren zu ermöglichen, vorübergehend trocken gelegt wurde, ist jetzt schon nahezu vollendet. Die neue Filteranlage wird auf städtisches Terrain im sogenannten Industriequartier in Aussersihl zu liegen kommen. Dieselbe wird aus einem Sandfilter bestehen, das im Betrieb leicht zugänglich sein, sowie Luft und Licht reichlich eindringen lassen wird. Dadurch hofft man einer allfälligen Entwickelung schädlicher Organismen im Filterraume selbst entgegenzutreten und die Beaufsichtigung und Reinigung des Filters zu erleichtern. Vorläufig sollen blos drei, dann weitere zwei, eventuell noch weitere fünf Kammern erbaut und in Betrieb gesetzt werden. Im ersten Stadium der Ausführung würde die Filtrirgeschwindigkeit 13, im mittleren ungefähr 8 und im letzten Stadium derselben bloss ungefähr 4 *m* per 24 Stunden betragen. Durch die Erfahrung soll sich zeigen, ob es nothwendig ist, auf eine so geringe Filtrirgeschwindigkeit herunterzugehen.

Wir können unsere Berichterstattung über den vorliegenden Gegenstand nicht besser abschliessen als dadurch, dass wir die Betrachtungen, welche die erweiterte Wassercommission ihren Anträgen an den Stadtrath folgen liess, hier wörtlich wiedergeben. Dieselben lauten wie folgt:

„Es liegt nun schliesslich die Frage auf Aller Lippen: Wenn alle die vorgeschlagenen Verbesserungen auch wirklich durchgeführt werden, ist dann die Stadt Zürich sicher, niemals mehr von einer Epidemie wie die letztjährige betroffen zu werden? Darauf ist einfach zu antworten: Eine absolute Garantie gegen alle und jede Krankheiten und deren Verbreitung existirt überhaupt nicht; Epidemien können das eine Mal aus dieser, das andere Mal aus einer andern, im Voraus nicht erkennbaren Ursache entstehen. Die Commission hat aber das Bewusstsein, alle diejenigen Vorkehrungen berathen und beantragt zu haben, welche, bei dem heutigen Stand der Wissenschaft und bei den nun einmal für die Stadt Zürich vorhandenen thatsächlichen Verhältnissen bezüglich der Wasserbeschaffung, zu möglichster Vermeidung sanitarischer Gefahren als geeignet bezeichnet werden können. Die Experten, auf deren Rath die Behörden und die Bevölkerung abgestellt haben, empfehlen das nach ihrer Ueberzeugung Beste, ohne eine unbedingte Garantie für den Erfolg übernehmen zu wollen noch zu können. Sie haben bei allen ihren Berathungen das Bewusstsein niemals fallen gelassen, dass, angesichts eines Unglückes, wie die Typhusepidemie von 1884, es ihre Pflicht sei, unbekümmert um Nebeninteressen, einzig und allein das nach menschlichem Ermessen Beste unter dem Möglichen zu empfehlen, und sehen nun der Zukunft ruhig und voll Zuversicht ins Auge. Sie glauben aber, auch die grossen Kosten, welche der Einwohnerschaft aus diesen Neuerungen erwachsen, werden reichlich aufgewogen werden, wenn es überall herum bekannt wird, dass Zürich vor keinen Opfern zurückschreckt, um nach allen Richtungen möglichst gute sanitarische Zustände zu schaffen."

Beiträge zur Theorie der Turbinen.

Von *Albert Fliegner*, Professor der theoretischen Maschinenlehre am eidg. Polytechnikum.

I. Die Centrifugalkraft in der Turbinentheorie.

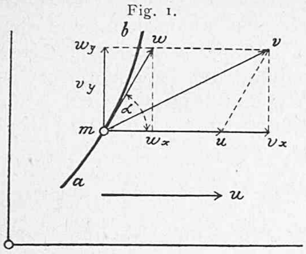
In der Theorie der Turbinen und bei den allgemeinen Untersuchungen über die Relativbewegung durch rotirende Rinnen wird, abgesehen von der Einwirkung äusserer Kräfte, wie von der Schwerkraft, von hydraulischen Pressungen, Widerständen u. s. w., die Aenderung der Relativgeschwindigkeit gegenüber der Rinne gewöhnlich hergeleitet als eine Folge der *Centrifugalkraft,* welche von der rotirenden Rinne auf den sich durch sie hindurchbewegenden Körper ausgeübt wird. Von anderer Seite wird jedoch gegen diese Auffassung der Einwand erhoben, dass eine rotirende Rinne auf einen solchen Körper keine centri*fugale*, sondern nur eine centri*petale* Kraftwirkung äussern könne, dass daher die Einführung der Centrifugalkraft in diese Theorieen fehlerhaft sei.

Nachstehende Untersuchungen sollen einen Beitrag zur Abklärung dieser Frage liefern.

In allen solchen streitigen Fällen kommt man am sichersten zum Ziele, wenn man unmittelbar auf die einfachsten zugehörigen Grundformeln zurückgreift. Hier wird man also von den Untersuchungen über die Relativbewegung eines materiellen Punktes gegenüber einer bewegten Rinne ausgehen müssen. Zur Erleichterung des Einblickes in die vorliegenden Verhältnisse soll aber nicht nur eine rotirende, sondern zunächst auch eine geradlinig, natürlich ungleichförmig, bewegte Rinne in Betracht gezogen werden. Doch ist die Rinne in einer *Ebene* liegend vorausgesetzt.

Es sei in Fig. 1 die Achse der Rinne durch das Curvenstück $a\,b$ dargestellt. Ihre fortschreitende Geschwindigkeit, $u = f(t)$, ist zur Vereinfachung der Formelentwickelung mit der horizontalen Coordinatenachse parallel angenommen.

Fig. 1.



Der materielle Punkt von der Masse m hat augenblicklich eine unter $\angle\, \alpha$ ansteigende Geschwindigkeit w gegenüber der Rinne. Da derselbe gleichzeitig mit der Rinne die Geschwindigkeit u der letzteren theilt, so ist seine absolute Geschwindigkeit v. Die Componenten von v und w in den Richtungen der Coordinatenachsen sind mit den Indices x und y bezeichnet.

Setzt man nun v und u als bekannt voraus, so ergeben sich die *Coordinatengeschwindigkeiten der scheinbaren Bewegung* des Punktes m gegenüber der Rinne zu:

$$\left.\begin{aligned} w_x &= v_x - u, \\ w_y &= v_y . \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Durch Differentiation nach der Zeit und Multiplication mit der Masse erhält man für die *Componenten X und Y der scheinbaren Kräfte,* wenn die Componenten der wirklichen äusseren Kräfte mit X_v Y_v bezeichnet werden:

$$\left.\begin{aligned} X &= X_v - m\frac{d\,u}{d\,t}, \\ Y &= Y_v . \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Da sich m relativ zur Rinne, beidseitige Führung vorausgesetzt, nur tangential bewegen kann, so ist es am einfachsten, X und Y tangential und normal zur Rinne zu zerlegen und weiterhin nur noch die tangentiale Componente zu berücksichtigen. Dieselbe folgt sofort mit der vorigen Bezeichnungsweise zu

$$T = T_v - m\frac{d\,u}{d\,t}\cos\alpha. \qquad (3)$$

Diese *scheinbare, in der Richtung der Rinne wirkende Kraft* ergibt sich hiernach, ebenso wie die Coordinaten-Kräfte und -Geschwindigkeiten, als die Differenz der in derselben Richtung genommenen Componenten der wirklichen Kräfte, vermindert um diejenige Kraft, welche dem Massenelement die Beschleunigung des Canals in der Richtung des letzteren, $(du/dt)\cos\alpha$, ertheilen würde.

Multiplicirt man Glchg. (3) mit $w\,dt$, so erhält man die *Arbeit der scheinbaren Kräfte in der Richtung der Rinne,* oder, da normal zur letzteren keine Relativ-Bewegung erfolgen, also auch keine Arbeit verrichtet werden kann, *überhaupt die Arbeit der scheinbaren Kräfte* zu:

$$T w\,dt = T_v\, w\,dt - m\frac{d\,u}{d\,t}\cos\alpha\, w\,dt. \qquad (4)$$

Für die Arbeit gilt hiernach eine ähnliche Beziehung, wie für die Kräfte.

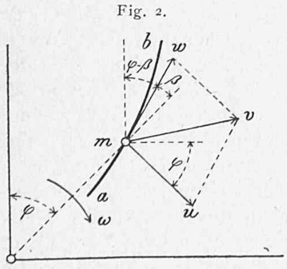
Ersetzt man in Glchg. (4) $T\,dt$ durch $m\,d\,w$, hebt im letzten Gliede dt fort und führt nach Glchg. (1) $w\cos\alpha = w_x = v_x - u$ ein, so folgt

$$m\,w\,d\,w = T_v\, w\,dt - m\,(v_x - u)\,d\,u$$

oder

$$d\frac{w^2}{2} = \frac{T_v}{m}\, w\,dt + d\frac{u^2}{2} - v_x\,du . \qquad (5)$$

Fig. 2.



Rotirt der Canal um eine feste Achse, welche auf seiner Ebene senkrecht steht, wie in Fig. 2, so sind die scheinbaren Geschwindigkeiten des Punktes m, mit der vorigen Bezeichnungsweise:

$$\left.\begin{aligned} w_x &= v_x - u\cos\varphi, \\ w_y &= v_y + u\sin\varphi. \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Eine Drehung des Coordinatensystems, in welchem sich die Rinne bewegt, braucht nicht angenommen zu werden, da nachher die Kräfte auch parallel und normal zur Rinne zerlegt werden sollen, wobei die Neigung der beweglichen Coordinatenachsen doch wieder aus den Formeln herausfallen würde. Durch Differentiation der Glchg. (6) nach der Zeit und Multiplication mit der Masse des bewegten Punktes erhält man, wie vorhin, die scheinbaren Kräfte in den Richtungen der festen Coordinatenachsen zu:

$$\left.\begin{aligned} X &= X_v - m\frac{d\,(u\cos\varphi)}{d\,t}, \\ Y &= Y_v + m\frac{d\,(u\sin\varphi)}{d\,t}. \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Mit diesen Werthen folgt die scheinbare Kraft in der Richtung der Tangente der Rinne zu:

$$T = X\sin(\varphi - \beta) + Y\cos(\varphi - \beta),$$

oder, X und Y eingesetzt und die Componenten der wirklichen Kräfte in der Richtung von T wieder mit T_v bezeichnet, zu:

$$T = T_v - m\left[\frac{d\,(u\cos\varphi)}{d\,t}\sin(\varphi - \beta) - \frac{d\,(u\sin\varphi)}{d\,t}\cos(\varphi - \beta)\right]. \; (8)$$

Die eckige Klammer in dieser Gleichung ist die Projection der augenblicklichen Acceleration des betrachteten Punktes der Rinne auf ihre Tangente; d. h. sie ist wesentlich gleichbedeutend mit dem Factor $(du/dt)\cos\alpha$ im letzten Gliede der Glchg. (3). Es zeigt sich also, dass die scheinbar in der Richtung der Rinne wirkende Kraft bei rotirender Bewegung denselben Werth annimmt, wie bei fortschreitender; immerhin mit dem Unterschiede, dass sich bei Rotation nicht nur die Grösse, sondern auch die Richtung von u im Verlaufe der Bewegung ändert.

Führt man in Glchg. (8) die Differentialquotienten aus, unter Berücksichtigung der Variabilität von u *und* φ, so ergibt sich nach einfacher Umformung und nachheriger Multiplication mit $w\,dt$

$$T w\,dt = T_v\, w\,dt + m\,w\sin\beta\,du + m u\,w\cos\beta\,d\varphi . \qquad (9)$$

Aus der Figur ergeben sich leicht die Componenten der Relativbewegung während der Zeit dt, genommen in der Richtung des Radius vector und normal zu demselben; sie sind:

$$\left.\begin{aligned} w\cos\beta\,dt &= dr, \\ w\sin\beta\,dt &= u\,dt - r\,d\varphi. \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

Die *Winkelgeschwindigkeit* ω soll allgemein auch *veränderlich* angenommen werden. Sie steht mit u und r in den Beziehungen:

$$u = r\,\omega \;\text{ und }\; d\,u = r\,d\,\omega + \omega\,d\,r. \qquad (11)$$

Mit Hilfe der Gleichungen (10) und (11) kann man aus (9) durch einfache Substitutionen und Umformungen, ähnlich wie früher, herleiten:

$$d\frac{w^2}{2} = \frac{T_v}{m}\, w\,dt + d\frac{u^2}{2} - r^2\frac{d\varphi}{dt}\,d\omega. \qquad (12)$$

Fasst man die Factoren des letzten Gliedes dieser Gleichung in der Art zusammen, dass man schreibt: $(r\,d\varphi/dt)$ $(r\,d\,\omega)$, so geht der erste aufzufassen als die Projection der wirklichen Geschwindigkeit der Masse m auf die Richtung der wirklichen Bewegung des Punktes der Rinne; der zweite ist dagegen die Aenderung der Geschwindigkeit des letzteren im nächsten Zeitelement dt. Mit dieser Erklärung wird aber die für rotirende Bewegung der Rinne gefundene Glchg. (12) ebenfalls vollkommen identisch mit der für geradliniges Fortschreiten derselben geltenden Glchg. (5). Während aber die dortige Gleichung keine wesentliche Umformung mehr gestattet, ist bei Glchg. (12) eine solche allerdings noch möglich.

Mit Hilfe von Glchg. (11) lässt sich nämlich das vorletzte Glied in Glchg. (12) auch schreiben:

$$d\frac{u^2}{2} = u\,du = r\omega\,(r\,d\omega + \omega\,dr) = r^2\omega\,dr + r\omega^2\,dr. \qquad (13)$$

Multiplicirt man Glchg. (12) gleichzeitig noch mit m, so folgt:

$$d\frac{m\,w^2}{2} = T_v\, w\,dt + m\,\omega^2\, r\,dr + \left(\omega - \frac{d\varphi}{dt}\right) m\, r^2\, d\omega . \; (14)$$

In dieser Schreibweise erscheint nun unter den Arbeiten der scheinbaren Kräfte auch die *Centrifugalkraft* $m\,\omega^2\, r$, welche der Massenpunkt m bei Rotation mit der augenblicklichen Winkelgeschwindigkeit ω im Abstande r von der Rotationsachse ausüben würde. $m\,\omega^2\, r\,dr$ wäre dann die von m verrichtete Arbeit, wenn sich derselbe um dr weiter von der Achse entfernt.

Die Untersuchung der Turbinen erfolgt stets nur unter der Annahme *gleichförmiger Rotation.* Dann ist $d\omega = o$, und Glchg. (14) wird einfacher:

$$d\frac{m\,w^2}{2} = T_v\,w\,dt + m\,\omega^2\,r\,dr. \qquad (15)$$

Die Aenderung der angehäuften Arbeit der Relativbewegung erscheint in diesem Falle als hervorgebracht durch die *äusseren Kräfte* und durch eine einzige innere Kraft, welche gewöhnlich kurz als die von der Rinne auf das Wasser ausgeübte Centrifugalkraft bezeichnet wird.

In einem anderen Specialfalle erhält man dagegen eine andere Vereinfachung von Glchg. (14). Setzt man nämlich eine derartig *veränderliche Rotation* voraus, dass der Punkt der Rinne, an welchem sich m gerade befindet, *stets dieselbe Umfangsgeschwindigkeit* u hat, so wird $du = o$, und Glchg. (12) liefert:

$$d\frac{w^2}{2} = \frac{T_v}{m}\,w\,dt - r^2\frac{d\varphi}{dt}\,d\omega\,. \qquad (16)$$

Dann fällt das Glied, welches als von der *Centrifugalkraft* herrührend aufgefasst wird, *ganz fort*.

Diese Untersuchungen gestatten nun folgende Schlüsse:

In der ursprünglichen Gestalt der Gleichungen tritt die Centrifugalkraft überhaupt gar nicht auf; die betreffenden Formeln sind vielmehr wesentlich identisch mit den für geradlinige Bewegung der Rinne gefundenen. Die Centrifugalkraft muss erst durch eine künstliche Umformung in die Gleichungen für rotirende Bewegung eingeführt werden. Doch reicht sie im allgemeinen Falle ungleichförmiger Rotation allein nicht aus zur Erklärung der Aenderung der Relativgeschwindigkeit; es tritt noch eine weitere Arbeitsverrichtung, $(\omega - d\,\varphi/dt)\,m\,r^2\,d\omega$ in Glchg. (14), hinzu, eine Arbeit, welche sich allerdings nicht einfach interpretiren lässt. In einem Specialfalle, Glchg. (16), fällt dagegen die „Centrifugalkraft" ganz fort. Es ist hiernach die *„Centrifugalkraft"* kein wesentlicher Bestandtheil der scheinbaren Kräfte, und es ist daher einzig logisch, dieselbe bei Untersuchungen dieser Art *ganz aus dem Spiele zu lassen*. Das Glied der ursprünglichen Gleichung, welches bei rotirender Rinne in die Centrifugalkraft umgeformt werden konnte, wird allein sachlich richtig als eine Folge davon aufzufassen sein, dass die bewegte Masse nacheinander Rinnenpunkte von verschiedener fortschreitender Geschwindigkeit antrifft. Mit wirklichen Kraftwirkungen zwischen Rinne und bewegter Masse hat dieses Glied überhaupt gar nichts zu thun; es bleibt auch ungeändert in den Gleichungen stehen, wenn Gestalt und Bewegung der Rinne in solchem Zusammenhange vorausgesetzt werden, dass sich m absolut *frei*, lediglich unter dem Einfluss etwaiger äusserer Kräfte, fortbewegt.

In dem bei den Turbinen vorliegenden Falle $d\,\omega = o$, Glchg. (15), *kann* man die Relativbewegung allerdings aus der „Centrifugalkraft" allein herleiten, abgesehen von äusseren Kräften. Während man aber sonst die *„Centrifugalkraft"* ganz allgemein definirt als den Zug oder Druck, welchen eine *rotirende Masse radial nach auswärts auf das Hinderniss* ihrer geradlinigen tangentialen Weiterbewegung ausübt; während man umgekehrt die *von dem Hinderniss auf die bewegte Masse radial nach einwärts* ausgeübte Einwirkung die *„Centripetalkraft"* nennt; muss man hier eine *von der Rinne auf die bewegte Masse ausgeübte nach aussen gerichtete Centrifugalkraft* voraussetzen. Diese Verdrehung der gewöhnlichen Begriffe ist jedenfalls dazu angethan, Unklarheiten in die Vorstellungen zu bringen. Wollte man diese Unklarheiten vermeiden, so müsste man das Wort „Centrifugalkraft" mit sehr umständlichen Zusätzen versehen, wobei festzuhalten wäre, dass es sich doch nur um *scheinbare* Kraftwirkungen handelt.

Im Allgemeinen ist also die Einführung der Centrifugalkraft allein wesentlich falsch, im speciellen Falle der Turbinen mindestens ungeeignet, weil zu Unklarheiten Veranlassung gebend. Es ist daher sehr wünschenswerth, dass dieses Wort aus derartigen Untersuchungen ganz verbannt werde.

2. Die Bewegung des Wassers durch die Canäle einer Druckturbine.

Den vorstehend entwickelten Formeln liegt zwar die Annahme zu Grunde, dass die Rotationsachse auf der Ebene der Rinne senkrecht stehe; sie gelten aber auch, wie sich leicht nachweisen lässt, für jede beliebige gegenseitige Lage dieser Stücke. In ihrer Anwendung auf Turbinen vereinfachen sie sich aber noch dadurch, dass $d\,\omega = o$ wird. Für die folgenden Untersuchungen ist es am besten von Glchg. (12) auszugehen. Diese nimmt dann die Gestalt an

$$d\frac{w^2}{2} = \frac{T_v}{m}\,w\,dt + d\frac{u^2}{2}\,. \qquad (17)$$

Von äusseren Kräften, deren zum Canal parallele Componenten bei T_v zu berücksichtigen sind, wirken bei den *Druckturbinen* nur hydraulische Bewegungswiderstände und in bestimmten Fällen die Schwerkraft. Auf Widerstände soll aber zunächst noch keine Rücksicht genommen werden. Dann ist das erste Glied auf der rechten Seite der Glchg. (17), sofern es nicht fortfällt, gleich der Arbeit der Schwerkraft während dt, dividirt durch m. Diese Arbeit ist aber auch ohne Weiteres gleich dem Gewicht des Elementes, mg, multiplicirt mit seinem Wege in der Richtung der Schwerkraft, welcher mit dh bezeichnet werden möge. Daher wird hier:

$$\frac{T_v}{m}\,w\,dt = g\,dh\,. \qquad (18)$$

Setzt man diesen Werth in Glchg. (17) ein und integrirt gleich vom Eintritt des Wassers in das Rad (mit w_1, u_1) bis zu seinem Austritt aus demselben (mit w_2, u_2), wobei $\int dh$ mit h_0 bezeichnet werden möge, so ergibt eine einfache Umformung

$$w_2{}^2 = w_1{}^2 + 2\,g\,h_0 + u_2{}^2 - u_1{}^2\,. \qquad (19)$$

In den speciellen Fällen der Anwendung vereinfacht sich diese Gleichung gewöhnlich noch.

Die *Widerstände* werden in Glchg. (19) immer in der gleichen Weise eingeführt, wie bei den geschlossenen Leitungen. Man sieht die durch $2\,g$ dividirte rechte Seite als *disponibele Druckhöhe* an und fügt daher links zu der *nützlich verwertheten Druckhöhe* $w_2{}^2/2\,g$ noch eine *verlorene* $\zeta w_2{}^2/2\,g$ hinzu. Dann nimmt Glchg. (19) die Gestalt an:

$$(1 + \zeta)\,w_2{}^2 = w_1{}^2 + 2\,g\,h_0 + u_2{}^2 - u_1{}^2\,. \qquad (20)$$

Diese Gleichung muss für die verschiedenen Arten von Druckturbinen zunächst getrennt untersucht werden.

Bei *Radial*turbinen mit *innerer Beaufschlagung* ist $u_2 > u_1$; h_0 hat bei der dann heutzutage gebräuchlicheren Aufstellung mit horizontaler Achse einen zwar verhältnissmässig kleinen, aber doch endlichen positiven Werth. Die rechte Seite der Glchg. (20) wird also einen ziemlich grossen positiven Werth annehmen, so dass w_2 jedenfalls reell ausfallen muss; bei den gewöhnlich benutzten numerischen Werthen für ζ wird es sogar gelegentlich grösser als w_1.

Bei *Achsialturbinen* setzt man gewöhnlich $u_2 = u_1$; richtiger wäre wol, $u_2 > u_1$ einzuführen, weil das Wasser, der Tangente folgend, sich etwas von der Rotationsachse entfernen wird. Jedenfalls ist aber die rechte Seite der Glchg. (20) positiv, da Aufstellungen mit negativem h_0 nicht vorkommen. Für w_2 gelten daher im Wesentlichen die vorigen Schlussfolgerungen, nur dass $w_2 < w_1$ zu erwarten ist.

*Radial*turbinen mit *äusserer Beaufschlagung* haben $u_2 < u_1$. Würde die Differenz $u^2{}_1 - u^2{}_2$ so gross sein, dass die rechte Seite der Glchg. (20) in Folge davon einen negativen Werth annehmen könnte, so würde w_2 imaginär werden. Bei den Ausführungen ist aber gewöhnlich angenähert $w_1 = u_1$; daher behält die rechte Seite von Glchg. (20) immer einen gewisssen positiven Werth, und man sollte also erwarten, dass auch bei diesen Turbinen w_2 stets reell bleibt.

Während nun bei den beiden ersten Arten von Turbinen in der That alles Wasser in der erwarteten Weise durch das Laufrad hindurchtritt (abgesehen vom Verspritzen in Folge von Auftreffen auf den Rand der Schaufeln, oder den Kranz), ist das bei den Radialturbinen mit äusserer Beaufschlagung nicht der Fall. Vielmehr sollen diese Turbinen am günstigsten arbeiten; wenn etwa der dritte Theil der ganzen Wassermenge wieder am äusseren Umfange austritt. Diese Angabe ist mir s. Z. aus der Praxis gemacht worden, nur ist mir die Quelle nicht mehr genau erinnerlich. Eigene Beobachtungen an Modellturbinen stehen mit denselben aber durchaus im Einklange.

Früher suchte ich den Grund dieser Erscheinung in einer unrichtigen Construction dieser Räder, insofern dieselben gewöhnlich ohne jede, oder doch nur mit sehr geringer Kranzerweiterung nach der Austrittsseite zu ausgeführt werden. Versuche mit kleinen Turbinen, die eine bedeutende Erweiterung besassen, haben mich jedoch das theilweise Verspritzen nach aussen als eine wesentliche Folge der äusseren Beaufschlagung erkennen lassen. Dass sich diese Eigenschaft nicht aus den entwickelten Formeln herleiten lässt, liegt an der gebräuchlichen Art der Einführung der Widerstände in dieselben, sowie namentlich daran, dass man stets stillschweigend unendlich viele Schaufeln voraussetzt, also annimmt, alle Wasserelemente legen im Rade genau congruente Bahnen zurück.

Was zunächst die Widerstände anbetrifft, so bewegt sich das Wasser in der Weise durch die Canäle, dass es dieselben nicht ganz ausfüllt, dass der Strahl also höchstens an drei Seiten von festen Wandungen berührt wird, an der vierten dagegen von Luft unter angenähert Atmosphärenpressung. Die Bewegung des Wassers erfolgt also wesentlich wie bei den *offenen Leitungen*. Für diese ergibt sich bekanntlich die Spiegelsenkung, oder, wie es mit Rücksicht auf die vorliegende Anwendung besser aufgefasst wird, der *Arbeitsverlust für jedes durchgeströmte Kilogramm* auf dem Längenelement ds zu:

$$d\,L = \lambda \frac{ds}{r} \frac{w^2}{2g}. \qquad (21)$$

Hierin bedeutet λ den Coefficienten des Reibungswiderstandes der Leitung, r den Profilradius des Querschnittes.

Dieser Werth muss in die Differentialgleichung für die Bewegung des Wassers als verlorene Arbeit eingeführt werden. Das gibt, wenn man gleich mit $2g$ wegmultiplicirt, nach Glchg. (17) und (18)

$$d\,w^2 + \lambda \frac{w^2}{r} ds = 2\,g\,dh + d\,u^2. \qquad (22)$$

Für λ wird man hier am einfachsten den Werth von *Bazin* und *Darcy* einführen, wonach

$$\lambda = \alpha + \frac{\beta}{r} \qquad (23)$$

wäre, wenn α und β Constanten bedeuten. Ganz gleichartig sind die Widerstände allerdings doch nicht, da bei den starken Krümmungen der Turbinenschaufeln das Wasser grössere seitliche Geschwindigkeiten annehmen muss, in Folge deren es an den Kränzen aufsteigen und sogar noch an den Rücken je der nächsten Schaufel geschleudert und von dieser vielleicht wieder zurückgeworfen werden wird. Da in dieser Richtung noch keinerlei eingehendere Versuche vorliegen, so wird man am einfachsten die Constanten α und β reichlich gross annehmen. Bei einer folgenden numerischen Rechnung habe ich diejenigen Werthe gewählt, welche *Bazin* und *Darcy* als zweite Kategorie aufführen, nämlich für Canäle aus behauenen Quadern, Backsteinen mit Cement- oder Kalkbewurf, gehobelten Brettern. Weil die Rechnung aber doch nicht absolut genau durchgeführt werden kann, habe ich einfach anstatt des Profilradius die Strahldicke eingesetzt.

Die Differentialgleichung (22) ist allerdings nicht integrierbar. Will man sie weiter ausnutzen, so muss man die ganze Länge der Schaufel in eine genügende Anzahl kurzer Stücke s theilen, so dass man für alle veränderlichen Grössen die am Anfang geltenden Werthe setzen darf. Bezeichnet man die Anfangswerthe mit dem Index a, die Endwerthe mit e, so ergibt Glchg. (22) für die Endgeschwindigkeit auf einem solchen Theil:

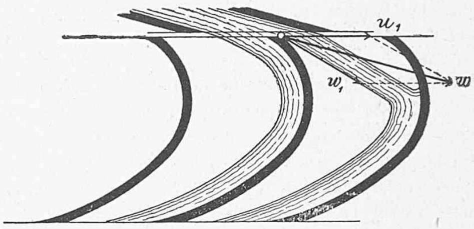
$$w_e^2 = w_a^2 - \lambda_a \frac{w_a^2}{r_a} s + 2\,g\,h + u_e^2 - u_a^2. \qquad (24)$$

Weiterhin wird man annehmen dürfen und müssen, der Strahl berühre beide Kränze und habe auf der ganzen Breite b der Schaufel je constante Dicke d. Da b aus der Kranzerweiterung bekannt ist, die in jeder Secunde durchströmende Wassermenge ebenfalls als gegeben angesehen werden muss, so lässt sich aus w_e leicht der zugehörige Werth von d_e, und damit derjenige von r_e und λ_e berechnen. w_e, r_e, λ_e und u_e gelten dann für den nächsten Theil s als Anfangswerthe.

Ehe zu numerischen Rechnungen geschritten werden kann, muss noch der Einfluss der endlichen Schaufelzahl untersucht werden, und zwar zunächst unter der Annahme nur eines einzigen Leitcanals.

Steht dabei das Laufrad so, dass sich eine Schaufel vor der Ausmündung des Leitcanals befindet, so wird das ausströmende Wasser getheilt, s. Fig. 3, in welcher der Einfachheit wegen eine Achsialturbine angenommen ist. Die linke Hälfte des Strahles fasst die betreffende Schaufel bei

Fig. 3.



normalem Gange tangential und wird eine Bewegung annehmen, welche sich vom Anfang an nach Glchg. (24) beurtheilen lässt. Der erste Werth von w_a ist der früher mit w_1 bezeichnete.

Der rechte Theil des Strahles wird sich dagegen, abgesehen von einer etwaigen Ablenkung durch Adhäsion an der Rückseite der theilenden Schaufel, zunächst *frei* und geradlinig durch den rechten Canal bewegen. Bei Radialturbinen ist die relative Bahn allerdings keine Gerade mehr, sondern eine Curve, und zwar eine allgemeinere Evolvente, welche sich von der Tangente an der Eintrittsstelle bei äusserer Beaufschlagung nach der Eintritts-, bei innerer nach der Austrittsseite zu entfernt. Trifft dieser Strahl endlich die Schaufel, so geschieht das nicht mehr unter dem richtigen Winkel. Man wird dann die absoluten Geschwindigkeiten von Strahl und Schaufel parallel und normal zur letzteren zerlegen und angenähert annehmen dürfen, die relative Normalgeschwindigkeit des Wassers gehe durch den Stoss verloren, und das Wasser beginne seine Bewegung längs der Schaufel mit der sich ergebenden parallelen Componente der Relativgeschwindigkeit. Die weitere Bewegung müsste dann wieder nach Glchg. (24) beurtheilt werden.

Fraglich würde dabei nur noch sein, an welcher Stelle der Dicke des Strahles die Berechnung der Ausgangsgeschwindigkeit vorgenommen werden soll. Da nur die obersten Wasserelemente die Schaufel unmittelbar treffen, während alle übrigen durch dazwischenliegende abgelenkt werden, so bin ich bei den folgenden Rechnungen von dem *obersten* Rande des Strahles ausgegangen. Wenn diese Auffassung auch jedenfalls nicht streng richtig ist, so gestattet sie doch eine Beurtheilung des *Unterschiedes* der verschiedenen Turbinenarten in dieser Richtung. (Schluss folgt.)

Miscellanea.

Aus Dampfkesseln mitgerissenes Wasser. Ueber die noch nicht zur endgültigen Lösung gelangte Frage, ob bei der Dampf-Entnahme aus Dampfkesseln Wasser mitgerissen wird und in welchen Quantitäten dies geschehe, schreiben „Glaser's Annalen" vom 1. Mai was folgt: „Bekanntlich ist die Bestimmung des im Dampfe enthaltenen, übergerissenen Wassers einer der schwachen Punkte bei Verdampfungsversuchen; namentlich wenn die Betriebsverhältnisse es nicht gestatten, die Verdampfung bei freiem Abzuge des Dampfes vorzunehmen, also ohne Druckerhöhung. — An Methoden zur Messung der Nässe des Dampfes bei Entnahme desselben unter Druck fehlt es zwar nicht, die physikalischen Proben sowol, wie die chemische (Destillations-) Probe erweisen sich jedoch als wenig zuverlässig. Dem äusseren Anscheine nach sind die Fehler, welche diesen Methoden sonst anhaften, bei der s. Z. von E. Brauer in Berlin zuerst in Vorschlag gebrachten Art der Bestimmung der Nässe durch Messung des Chlorgehalts des Kesselwassers während der verschiedenen Zeitabschnitte des Versuches und auf Grundlage der bekannten Chlor-