

Zeitschrift:	Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber:	Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band:	3/4 (1884)
Heft:	7
Artikel:	Ueber die Druckfestigkeit stabförmiger Körper mit besonderer Rücksicht auf die im steifen Fachwerk auftretenden Nebenspannungen
Autor:	Ritter, Friedrich
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-11910

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 21.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Ueber die Druckfestigkeit stabförmiger Körper, mit besonderer Rücksicht auf die im steifen Fachwerk auftretenden Nebenspannungen. Von Prof. Friedr. Ritter. — Regulirbare Turbine für hohe Gefälle und kleine Wassermengen von Ch. Louis Schnider in Neuveville. — Statistik der eidg. polytechnischen Schule in Zürich (Wintersemester 1883/84). — Necrologie: † Dr. Gotthilf Hagen. † August Flury. † Augustin Dumont. — Miscellanea: Verschiedene neuere Ver-

fahren zur Herstellung künstlicher Steine. Eisenbahntunnel unter dem Mersey. Zur Bremsfrage. Electriche Gründungen. Winddruckbeobachtungen. Die Zahnradbahn Rüdesheim-Niederwald. Musterbuch für Eisenconstructionen. Klose's Geschwindigkeitsmesser für Locomotiven. Eisenbahn-Normalzeit in den Vereinigten Staaten von Amerika. Der Verein deutscher Cementfabrikanten. Gotthardbahn. Arth-Rigibahn. — Concurrenten: Concurrenz für das Victor Emanuel-Denkmal in Rom.

Ueber die Druckfestigkeit stabförmiger Körper, mit besonderer Rücksicht auf die im steifen Fachwerk auftretenden Nebenspannungen.

Von Friedrich Ritter.

Die Entdeckungen Wöhler's über die Widerstandsfähigkeit der Materialien gegen wiederholte Anspannungen haben eine gänzliche Umwandlung der früheren Festigkeitslehre hervorgerufen. Gestaltet sich die Anwendung der Wöhlerschen Gesetze im Allgemeinen einfach, so dürfte dieselbe bei der Berechnung der Druckfestigkeit langer Stäbe doch einige Vorsicht erfordern und es möge hier gestattet sein, diesen Fall etwas näher zu untersuchen.

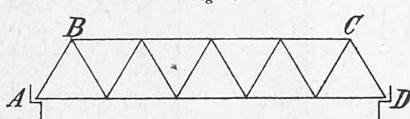
Nach der älteren Lehre war die Last, welche einem Stab, ohne dass der Bruch eintrat, einmal aufgelegt werden konnte, für dessen Festigkeit maassgebend und es wurde deshalb die zulässige Belastung nach dieser Bruchbelastung unter Berücksichtigung des nothwendigen Sicherheitsgrades bestimmt.

Anders jetzt, wo nachgewiesen ist, dass auch kleinere Spannungen als die einer einmaligen Belastung entsprechende Bruchspannung, wenn sie nur oft genug auftreten, den Bruch eines Stabes herbeiführen können.

Es darf jetzt nicht mehr der Zustand, in welchem sich der Stab im Falle des Bruches durch einmalige Belastung befindet, sondern es muss derjenige Zustand, in welchen der Stab durch die sich wiederholenden kleineren Belastungen versetzt wird, untersucht, es müssen für diesen die vor kommenden grössten Spannungen, namentlich auch die neben der Hauptspannung in Folge seitlicher Ausbiegungen des Stabes entstehenden Nebenspannungen bestimmt und nach der Summe dieser Haupt- und Nebenspannungen die Festigkeit des Stabes beurtheilt werden.

Die Kenntniss dieser Nebenspannungen ist daher für die Beurtheilung der Festigkeit gedrückter Stäbe von der grössten Wichtigkeit.

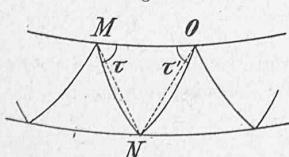
Fig. 1.



Es sei ABCD ein mit steifen Verbindungen angelegter Fachwerkträger, dessen Gurtungen, wie zur Vereinfachung angenommen wird, parallel laufen. Wird dieser Träger belastet, so nimmt nicht nur der Träger als Ganzes die bekannten Senkungen an, sondern es erleiden ausserdem, wie schon E. Winkler (Deutsche Bauzeitung 1881) nachgewiesen hat, die einzelnen Theile der Gurtungen und des Fachwerks theils einseitige, theils beiderseitige (S-förmige) Verbiegungen.

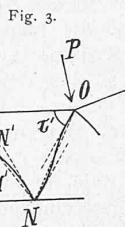
Die Verbiegungen lassen sich trennen in solche, welche aus der Verlängerung und Verkürzung der Gurtungen, und in solche, welche aus der Verlängerung und Verkürzung der Fachwerkstäbe entstehen.

Fig. 2.



Die ersten sind einfacher Art; indem sich der Träger unter der Last einsenkt und die Gurtungen dementsprechend krümmen, verbiegen sich, nachdem die Steifheit der Verbindungsstellen M, N, O, ... eine Änderung der Winkel τ , τ' ... nicht gestattet, in gleicher Richtung und zwar nach einseitig gekrümmten Linien auch die Fachwerkstäbe MN, NO, ...

nicht gestattet, in gleicher Richtung und zwar nach einseitig gekrümmten Linien auch die Fachwerkstäbe MN, NO, ...



Anders bei den Verbiegungen in Folge der Längenänderung der Fachwerkstäbe. Im Punkte M verdreht sich der Stab MN nach MM', im Punkte N nach NN'; die neue Form des Stabes ist demnach eine doppelt gekrümmte, S-förmige.

Nehmen wir der Einfachheit halber an, dass, wie im Allgemeinen bei jeder Construction angestrebt wird, die Spannungen per Quadratseinheit Querschnitt in den Gurtungen und Fachwerkstäben gleich gross seien und sich in Folge dessen Gurtungen und Fachwerkstäbe im Dreieck MNO unter der Last gleichmässig im Verhältniss α_0 zu 1 verlängern oder verkürzen, und nennen wir die kleinen Winkel, um welche sich der Stab MN in M und der Stab ON in O in Folge der Längenänderung der Gurtungen verdrehen, $\Delta_g \tau$ und $\Delta_g \tau'$ und ebenso die durch die Längenänderung der Fachwerkstäbe in M und O hervorgerufenen Verdrehungswinkel $\Delta_f \tau$ und $\Delta_f \tau'$, so ist beispielsweise für

Fig. 4.

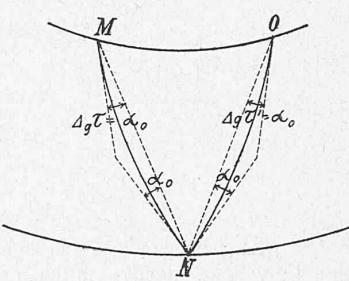
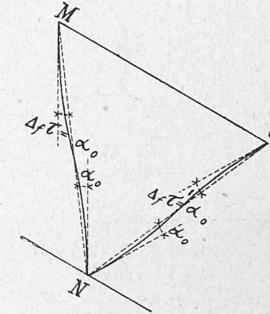


Fig. 5.



den Fall $\tau = \tau' = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$ und unter der Annahme, dass wegen der grossen Steifigkeit der Gurtungen die ganze Verdrehung von den Fachwerkstäben aufgenommen wird:

$$\Delta_g \tau = \Delta_g \tau' = \alpha_0 \quad (1)$$

und ebenso

$$\Delta_f \tau = \Delta_f \tau' = \alpha_0 \quad (2)$$

Hiebei sind ausserdem, da wir die Gurtungen parallel voraussetzen, die Verdrehungswinkel am gegenüberliegenden Ende N des Stabes MN so gross wie in M und am Ende N des Stabes ON so gross wie in O.

Fig. 6.

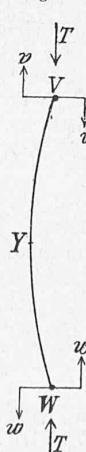


Fig. 7.

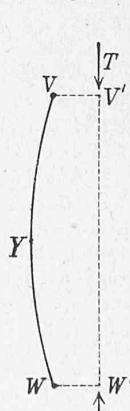
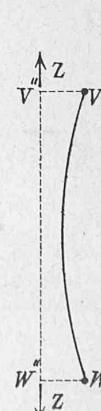


Fig. 8.



Damit nun ein gerader, nur an den Enden befestigter Stab VW, der unter dem Druck einer nach seiner Länge wirkenden Kraft T steht, die gekrümmte Form VYW an-

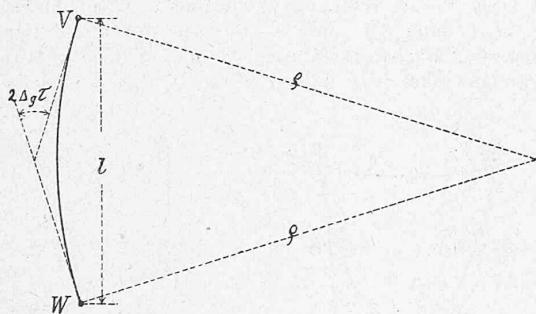
nehme, ist nothwendig, dass an den Enden V und W Kräftepaare vv und ww hinzutreten, welches gleichbedeutend ist mit einer parallelen Verschiebung der Richtung der Kraft T aus der Lage VW in die Lage $V'W'$ nach der concaven Seite des gebogenen Stabes.

Wenn der Stab nicht gedrückt, sondern gezogen ist, wird ebenso in Folge der eintretenden Verbiegung die Richtung der Zugkraft Z aus der Lage VW in die Lage $V''W''$ nach der convexen Seite des gebogenen Stabes verschoben.

Ist der Stab verhältnismässig steif, so dass der Krümmungsfeil gegen die Verschiebungen VV' und WW' verschwindet, so gestaltet sich das Moment der biegenden Kräfte für jeden Punct des gedrückten wie des gezogenen Stabes gleich gross und die Krümmungslinie ist in beiden Fällen, wenn die Stäbe auf ihre ganze Länge einen gleichen Querschnitt oder einen Querschnitt von gleichem Trägheitsmoment besitzen, eine Kreislinie.

Bei unserer obigen Annahme, dass die Gurtungen viel steifer seien als die Fachwerkstäbe und deshalb so gut wie die ganze Verbiegung von den Fachwerkstäben aufgenommen wird, schliessen die an die Enden der Stäbe ge-

Fig. 9.



legten Tangenten den Winkel $2\Delta_g\tau = 2\Delta_g\tau' = 2\alpha_0$ ein und der gedrückte wie der gezogene Stab erscheinen, wenn l die Länge der Stäbe bezeichnet, nach dem Krümmungshalbmesser

$$\varrho = \frac{l}{2\alpha_0} \quad (3)$$

gebogen. Sind die Stäbe symmetrischen Querschnitts und bezeichnet b die Breite des Stabes, so werden die Aussenkanten sowohl des gedrückten als des gezogenen Stabes durch die Biegung verlängert beziehungsweise verkürzt um den Betrag

$$\alpha_g = \frac{b}{2\varrho} = \frac{b}{l} \cdot \alpha_0$$

woraus folgt

$$\frac{\alpha_g}{\alpha_0} = \frac{b}{l} \quad (4)$$

In Folge der durch die Last in den Gurtungen hervorgerufenen Längenänderungen haben sonach die Fachwerkstäbe und zwar die gedrückten wie die gezogenen eine Nebenspannung zu erleiden, welche in Theilen der Hauptspannung im betrachteten Fall so viel beträgt, als das Verhältniss der Stabbreite zur Stablänge.

Beträgt z. B. die Stabbreite, wie es häufig vorkommt, $1/15$ der Länge, so be-

rechnet sich die Nebenspannung zu $1/15$ der Hauptspannung und es wird, um dieser Nebenspannung zu begegnen, die Querschnittsfläche des Stabes im Verhältniss

$$\gamma = \frac{1}{1 + \gamma} = 0,06$$

d. i. um 6 %, die Breite unverändert gedacht, vergrössert werden müssen.

Aehnlich gestaltet sich das Verhältniss für die Verbiegungen in Folge der Längenänderung des Fachwerks. Damit der gerade Stab die in diesem Falle S-förmige Krümmung annehme, müssen an den Enden V und W Kräfte-

paare vv und ww hinzutreten, welche die Richtung der im gedrückten Stab wirkenden Kraft T aus der Lage VW in die Lage $V'W'$ überführen, d. h. so verdrehen, dass die neue Richtung die frühere in der Stabmitte Y schneidet.

Im gezogenen Stab geht ebenso die Richtung der Zugkraft Z aus der Lage VW in die Lage $V''W''$ über.

Fig. 1c.

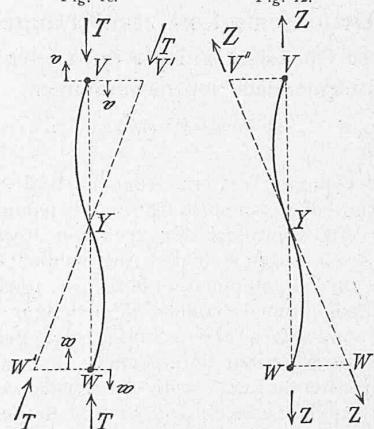
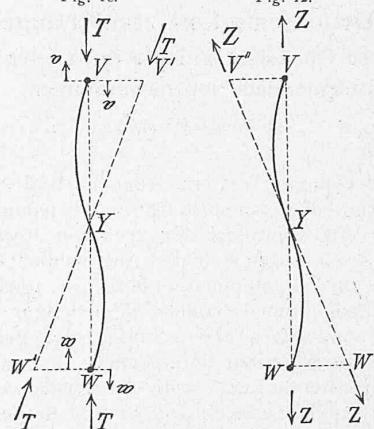


Fig. 12.



Nehmen wir wieder an, dass die verhältnismässig grosse Steifigkeit der gebogenen Stäbe den Krümmungsfeil der Verbiegungskurve verschwindend klein gegen die Verschiebungen VV' und WW' bez. VV'' und WW'' gestalte, so ist im gedrückten wie im gezogenen Stab das Moment der biegenden Kräfte und damit die Krümmung selbst in der Mitte des Stabes gleich Null; beide nehmen, Stäbe von constantem Querschnitt vorausgesetzt, von der Stabmitte aus im Verhältniss zur Entfernung von derselben zu und sind am grössten an den Enden V und W des Stabes. Die Krümmung der beiden Hälften des Stabes ist in Folge dessen nicht die eines Kreises, sondern einer cubischen Parabel.

Fig. 13.

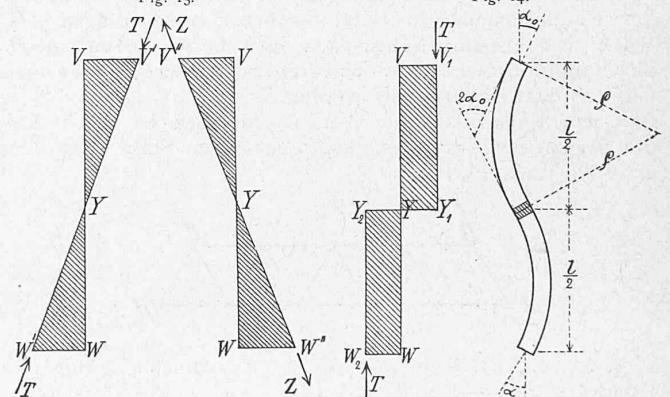
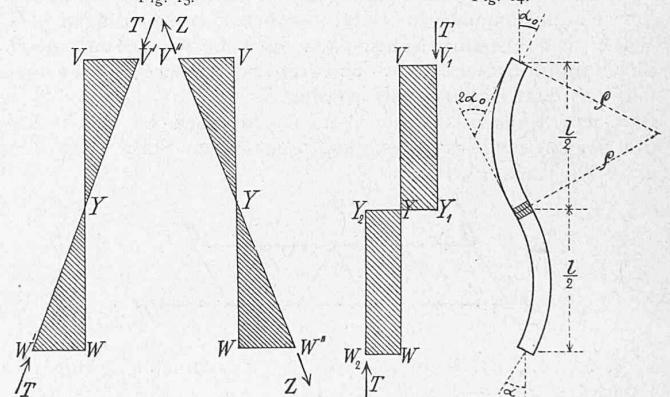


Fig. 14.



Wäre die Krümmung kreisförmig, wie dies beispielsweise der Fall, wenn an die Stelle des auf seine ganze Länge gleichartigen Stabes ein aus zwei dünnen, nur in der Mitte verwachsenen Lamellen bestehender Stab tritt, so berechnet sich unter der früheren Voraussetzung, dass die Gurtung im Vergleich zu den Stäben sehr steif sei, der Verbiegungswinkel auf die halbe Stablänge zu

$$2\Delta_f\tau = 2\Delta_f\tau' = 2\alpha_0$$

und daraus der Krümmungshalbmesser für die beiden Hälften dieses nach Momentencurve und Form nebenstehend skizzirten Stabes zu

$$\varrho = \frac{2}{2\alpha_0} = \frac{l}{4\alpha_0}$$

demnach bei der Breite b des symmetrisch gedachten Stabes die in den Stabkanten entstehende Nebenspannung α_f zu

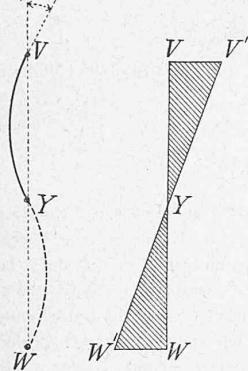
$$\alpha_f = \frac{b}{2\varrho} = \frac{2b}{l} \cdot \alpha_0$$

$$\frac{\alpha_f}{\alpha_0} = 2 \cdot \frac{b}{l} \quad (5)$$

Fig. 15.

$$\Delta f \tau = a_0$$

Fig. 16.



Ob nun der Stab aus Lamellen bestehe oder anders zusammengesetzt sei, stets muss seine Biegung so beschaffen sein, dass der an der Befestigungsstelle V um den Winkel $\Delta f \tau = a_0$ verdrehte Stab durch die biegenden Kräfte bis zur Stabmitte Y wieder in seine ursprüngliche Lage zurückgeführt wird. Dazu ist, wenn man von den durch die geringen scheerenden Kräfte herbeigeführten kleinen Aenderungen der Stabform absicht, nach bekannten Regeln erforderlich, dass das statische Moment der Kraftmomentenfläche $VV'Y$ in Bezug auf den Punct Y in allen Fällen gleich gross sei. Diese Bedingung wird,

wenn man die dreieckige Momentenfläche $VV'Y$ der nebenstehenden Skizze mit der früheren rechteckigen Momentenfläche VV_1Y_1 vergleicht, erfüllt, sobald

$$\frac{VV'}{3} = \frac{VV_1}{2} \text{ d. h. } \frac{VV'}{VV_1} = \frac{3}{2}$$

woraus für den auf seine ganze Länge gleichartigen Stab als grösste Nebenspannung an den Enden V und W , wo die Verbiegung am stärksten ist, und zwar beim gedrückten wie beim gezogenen Stab folgt:

$$\frac{a_f}{a_0} = \frac{3}{2} \cdot 2 \cdot \frac{b}{l} = 3 \cdot \frac{b}{l} \quad (6)$$

auf welche Beziehung in etwas anderer Form bereits Engesser in der süddeutschen Bauzeitung 1880 aufmerksam gemacht hat.

Die durch die Längenänderung der Fachwerkstäbe hervorgerufene Nebenspannung in den Fachwerkstäben ist somit *dreimal so gross* als die Nebenspannung, welche durch die Längenänderung der Gurtungen verursacht wird.

Finden die grössten Anspannungen in Gurtungen und Fachwerkstäben gleichzeitig statt, wie beispielsweise an den Auflagern eines Parallelträgers, so gesellen sich hiernach, wieder eine grosse Steifigkeit der Gurtungen vorausgesetzt, zu der Hauptspannung dieser Stäbe bei einem Breitenverhältniss $\frac{b}{l} = \frac{1}{15}$ im Ganzen Nebenspannungen im Betrage von

$$(1 + 3) \cdot \frac{b}{l} = 4 \cdot \frac{b}{l} = 0,27$$

der Hauptspannung und der Querschnitt solcher Stäbe muss deshalb gegenüber einem ähnlich belasteten, jedoch nicht verbogenen Stabe um $\gamma = \frac{0,27}{1 + \gamma} = 0,22$, d. i. um 22 % verstärkt werden.

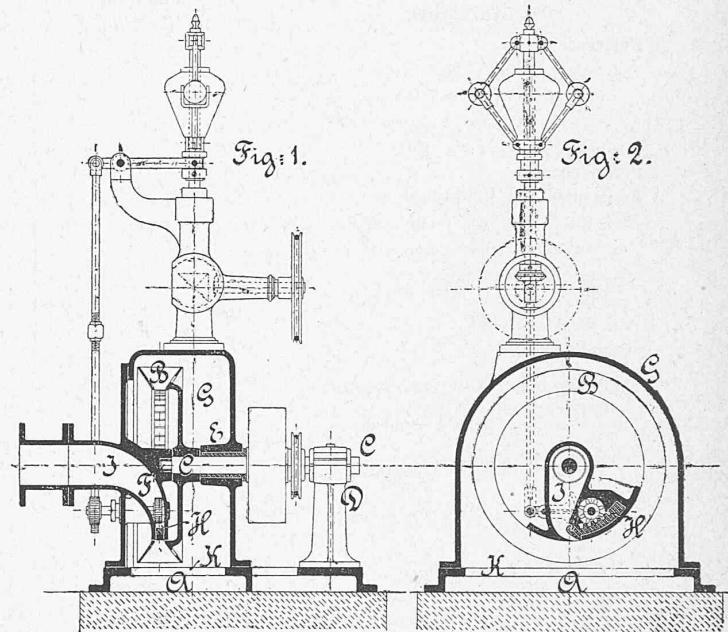
Indem die Fachwerkstäbe die hier betrachteten Verbiegungen erleiden, entwickeln sie wol einen Widerstand, der den Träger als Ganzes eines Theiles seiner Last enthebt; doch ist diese Entlastung von geringem Belang, sie kommt beiläufig derjenigen gleich, welche sämmtliche verbogene Fachwerkstäbe des Trägers, in der Längsrichtung desselben aneinander gereiht und mit demselben gekuppelt, hervorrufen würden. Nachdem die Traghöhe der Stäbe in diesem Falle ein minimer Theil der Traghöhe des ganzen Balkens ist, so dürfte die Entlastung selten mehr als ca. 1 % betragen und man wird deshalb mit Rücksicht auf die oben berechnete bedeutende Grösse der Nebenspannungen von dieser kleinen Differenz, um die Uebersichtlichkeit der Entwicklung nicht zu stören, hier absehen können.

Soviel hat die bisherige Untersuchung gezeigt, dass, eine gewisse nicht zu geringe Steifigkeit der Fachwerkstäbe vorausgesetzt, die durch die Steifigkeit des Fachwerks hervorgerufenen Nebenspannungen nicht etwa durch das Trägheitsmoment des Stabquerschnitts, sondern durch das *Verhältniss zwischen Breite und Länge des Stabes* bestimmt werden, und zwar gleichviel, ob die Stäbe gezogen oder gedrückt sind.

(Fortsetzung folgt.)

Regulirbare Turbine für hohe Gefälle und kleine Wassermengen von Ch. Louis Schneider in Neuveville.

Diese Partialturbine nach System Girard kann für verschiedene Gefälle und Wassermengen innerhalb gewisser, ziemlich weitgehender Grenzen benutzt werden, sie hat zu diesem Zweck eine einzige Wasserkammer, welche beliebig mehr oder weniger geöffnet werden kann. Ein eigentliches Leitrad besteht also nicht; der Schieber, der an seinem einen Ende nach der richtigen Schaufelform construirt und im Einlaufe concentrisch eingepasst ist, versieht dessen Stelle, bildet also zugleich selbst eine Schaufel.



In vorstehender Zeichnung stellt Fig. 1 den Verticalschnitt durch das Laufrad und den Einlauf, Fig. 2 die Vorderansicht des Einlaufes und den Schnitt durch den Mantel der Turbine dar. Alle Stücke des Motors sind auf einer gusseisernen Fundamentplatte A angebracht. Die Turbinenwelle C wird in drei Lagern D , E und F geführt, wovon das erstere unmittelbar von Platte A getragen wird, während das zweite im Turbinenmantel und das dritte in einem Ansatz am Einlauf angebracht ist. Zwischen den Lagern E und F ist das Schaufelrad B befestigt, in welches der Einlauf J mit dem kreisförmig gekrümmten Schieber H hineinragt. Dieser Schieber besteht aus einer begrenzten Zahntange aus Bronze, welche an beiden Enden dicht geführt ist und so zugleich verhindert, dass das Wasser zum gezahnten Antriebskolben gelangen kann. Dieser wird vermittelst eines leicht empfindlichen Regulators oder von Hand durch ein Schneckengetriebe bewegt, welches ausserhalb am Mantel befestigt wird. Das Schaufelrad B mit einem äusseren Durchmesser von 480 mm ist ganz aus Gusseisen hergestellt und dreht sich in einem auf die Platte A aufgeschraubten Mantel G ; derselbe hat den Zweck, den Austritt des durch die Schaufeln gehenden Wassers nach ausserhalb zu verhüten, welches durch eine Öffnung K in der Platte A nach unten und in geeigneter Weise ins Freie geleitet werden kann.

Diese Turbine leistet bei 85 m Gefälle und 5 Liter Wasser in 1 Secunde 4 Pferdekräfte, gibt also einen Nutzeffekt von 71 %. Sie wird hauptsächlich verwendet für kleinere Werkstätten und treibt z. B. 1 Gattersäge, 1 Kreissäge mittlerer Grösse, 1 Bandsäge nebst den nötigen Transmissionen mit Leichtigkeit. Die Turbine hat ein Gewicht von 250 kg ohne und 300 kg mit Regulator und kostet 650 beziehungsweise 950 Franken; sie eignet sich ganz besonders ihres geringen Wasserverbrauches wegen für Werkstätten u.dgl. in Ortschaften, welche mit Wasserversorgung versehen sind.