Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 1/2 (1883)

Heft: 3

Artikel: Einsenkung parabolischer Bogen mit festem Auflager bei constantem Scheitelträgheitsmoment

Autor: Girtanner, H.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-11093

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 20.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

INHALT: Einsenkung parabolischer Bogen mit festem Auflager bei constantem $\mathfrak{J}\frac{dx}{ds}$. Von H. Girtanner. — Aus dem Specialkatalog der Gruppe 16 der schweizerischen Landesausstellung. — Concurrenzen: Concurrenz zur Erlangung von Entwürfen zu einem Bebauungsplan am neuen Seequai in Riesbach. Gutachten der Preisrichter an die Baugesellschaft „Bellerive". Concurrenz zur Gewinnung von generellen Entwürfen für die Bebauung der Museumsinsel in Berlin. Concurrenz für Entwürfe zu einem Mustertheater an der Hygieine-Ausstellung zu Berlin. Necrologie: † Oberbaurath Baron von Ferstel. † Robert Zschokke. † Jacob Hamm.

Einsenkung parabolischer Bogen mit festem Auflager bei constantem $\mathfrak{J}\frac{dx}{ds}$

von *H. Girtanner*, Privatdocent und Assistent am Eidg. Polytechnikum in Zürich.

Wenn sich der Unterzeichnete erlaubt, mit dieser kleinen Arbeit an die Oeffentlichkeit zu treten, so geschieht es mit dem Wunsche, dem einen oder andern Fachgenossen für die Berechnung der Einsenkung bei Belastungsproben einen kleinen Dienst erweisen zu können. Es soll dabei die Einsenkung erst ganz allgemein berechnet und dann sollen hieraus einige practisch wichtige Specialfälle abgeleitet werden. Diese kleine Arbeit schliesst sich innigst an die Abhandlung des Herrn Prof. W. Ritter: „Der Bogen mit festem Auflager" (Zeitschrift für Bauwesen 1876) an. Es beziehen sich die zu gewinnenden Resultate in erster Linie auf Bogen mit parabolischer Axe und constantem $\mathfrak{J}\frac{dx}{ds}$; doch lassen sich dieselben nach ganz kleinen Umrechnungen auch auf andere Bogen mit flacher Krümmung anwenden. Zuerst untersuchen wir die Einwirkung des Momentes M, hierauf diejenige der Axialkraft und zum Schlusse die Einwirkung der Temperaturänderung.

I. Zufällige Belastung.

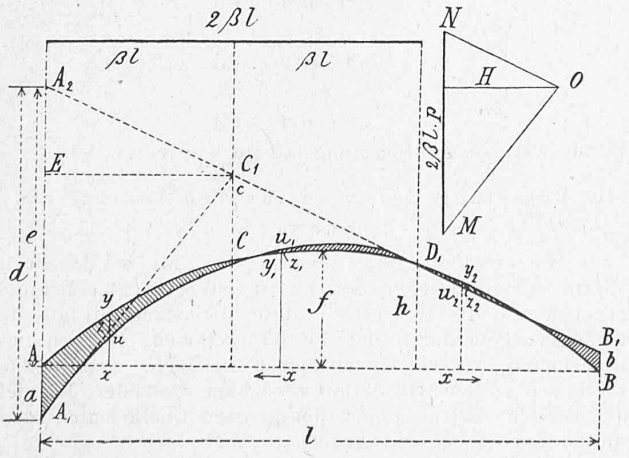
1) Einsenkung in Folge der Wirkung des Momentes M.

Es bezeichne: l die Spannweite des Bogens, f die Pfeilhöhe, $2\beta l$ die belastete Strecke von einem Auflager ausgehend, F den Bogenquerschnitt, $\mathfrak{J}$ das Scheitelträgheitsmoment, p die gleichmässig vertheilte Belastung p. l. m., ε den Elasticitätscoefficienten.

Wir nehmen an, es sei die Strecke $2\beta l$ vom linken Auflager A an gerechnet mit p gleichförmig belastet, wobei β eine Zahl zwischen 0 und $1/2$ bedeutet. Nach der oben citirten Arbeit können wir jetzt ohne weiteres die betreffende Drucklinie einzeichnen, da die Richtungen $A_1 C_1$ und $B_1 C_1$ bekannt sind und die Drucklinie der belasteten Strecke eine Parabel sein muss, in A_1 und D_1 an jene Geraden tangirend.

Die Einsenkung wird nun bekanntlich bestimmt durch doppelte Integration der Differentialgleichung der elastischen Linie, welche lautet

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{\varepsilon \mathfrak{J}}$$



Bezeichnen wir die Ordinaten der Bogenaxe mit y, diejenigen der Drucklinie mit u und die Abschnitte zwischen beiden mit z, so ist $z = y - u$; ferner nennen wir den vorläufig noch unbekannten Horizontalschub H, so ist nach der Theorie der Drucklinie $M = Hz$. Es lautet somit die Gleichung der elastischen Linie (vgl. Culmann, Graph. Statik II. Aufl. p. 593)

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{H}{\varepsilon \mathfrak{J}} z \qquad (1)$$

wobei H für einen bestimmten Belastungsfall constant ist.

Um nun z näher zu bestimmen, müssen wir unterscheiden zwischen dem parabelförmigen und dem geradlinigen Theile der Drucklinie und z für jeden besonders ausrechnen. Bezeichnen wir mit x und y die Coordinaten der Axparabel, so lautet ihre Gleichung

$$y = -\frac{4f}{l^2} x^2 + \frac{4f}{l} x$$

wobei man den Coord.-Anfang in A und AB als die positive x Richtung oder aber den Ursprung der Coordinaten in B und BA als positive x Richtung annehmen kann.

Zur Bestimmung der Gleichung des parabelförmigen Theiles der Drucklinie nehmen wir den Coord.-Anfang in A, dann lautet, wenn die Coord. x und u_1 sind, die Gleichung der Parabel

$$u_1 = -a + \frac{a+c}{\beta l} x - \frac{a+e}{4\beta^2 l^2} x^2$$

und es wird daher

$$z_1 = y_1 - u_1 = \frac{a + e - 16\beta^2 f}{4\beta^2 l^2} x^2 + \frac{4\beta f - a - c}{\beta l} x + a \qquad (2)$$

Für die Gleichung der Drucklinie des unbelasteten Theiles verlegen wir den Coord.-Anfang nach B, was gestattet ist, da wir beide Gleichungen nie mit einander verbinden werden, sondern jede für sich integriren und die Grenzen dem entsprechend bestimmen. Es lautet daher die Gleichung der Geraden

$$u_2 = \frac{e - b}{l} x + b$$

und daher wird

$$z_2 = y_2 - u_2 = -\frac{4f}{l^2} x^2 + (4f - e + b)\frac{x}{l} - b \qquad (3)$$

Es ist nun nach der oben citirten Arbeit

$$\left.\begin{aligned}
a &= d - e = \frac{(1-2\beta)^3}{\beta(5 - 15\beta + 12\beta^2)} f \\
b &= \frac{2(1-2\beta)^2}{5 - 15\beta + 12\beta^2} f \\
c &= \frac{2(3 - 8\beta + 6\beta^2)}{5 - 15\beta + 12\beta^2} f \\
d &= \frac{1}{\beta(5 - 15\beta + 12\beta^2)} f \\
e &= \frac{2(3 - 6\beta + 4\beta^2)}{5 - 15\beta + 12\beta^2} f
\end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Bezüglich der Bestimmung dieser Werthe, auf welche wir nicht weiter eingehen können, sei nur angedeutet, dass dieselbe geschieht durch Gleichsetzung der Inhalte, der statischen Momente und endlich der Trägheitsmomente (in Bezug auf die Auflagerverticale A), der Flächen, welche einerseits durch die x Axe und die Bogenaxe, andererseits durch die x Axe und die Drucklinie begrenzt werden.*) Die Werthe (2) und (3) setzen wir in die Differentialgleichung der elastischen Linie ein und integriren sie alsdann, wobei wir für Bogenpuncte, die auf der belasteten Strecke liegen,

*) Vgl. Z. f. B. 1876, pag. 288.

z_1, und für Bogenpuncte auf dem unbelasteten Theile z_2 einsetzen. Es ist sodann die Integration für z_1 von A und für z_2 von B bis zum betreffenden Puncte, dessen Einsenkung bestimmt werden soll, zu erstrecken. Wir erhalten also allgemein für einen Punct im Abstande x_1 von A (im belasteten Theile liegend)

$$y_1 = \frac{H}{\varepsilon \mathfrak{J}} \left\{ \int\int \left(\frac{a+e-16\beta^2 f}{4\beta^2 l^2} x^2 + \frac{4\beta f - a - c}{\beta l} x + a \right) dx\, dx \right\}_o^{x_1} \qquad \text{(I)}$$

und für einen Punct im Abstande x_2 von B (im unbelasteten Theile liegend)

$$y_2 = \frac{H}{\varepsilon \mathfrak{J}} \left\{ \int\int \left(-\frac{4f}{l^2} x^2 + (4f - e + b) \frac{x}{l} - b \right) dx\, dx \right\}_o^{x_2} \qquad \text{(II)}$$

Die Integrationsconstanten sind selbstverständlich in beiden Fällen Null, weil die Balkenaxe eingespannt ist.

Es verbleibt nun nur noch der Horizontalschub H zu bestimmen. Wie aus der vorstehenden Figur ersichtlich, sind die beiden Dreiecke $A_1 A_2 C_1$ und MNO einander ähnlich und daher erhält man für den Horizontalschub

$$H = \frac{2\beta^2 l^2 p}{d} \qquad (5)$$

Wir sind somit im Stande, für jede beliebige Belastung die Einsenkung sämmtlicher Puncte zu berechnen. Es erscheint zwar diese Arbeit etwas mühsam und weitläufig, doch wird auch in der Praxis bei Probebelastungen diese Aufgabe nie in solch allgemeiner Form gestellt werden, sondern man wird einen bestimmten Bruchtheil der Spannweite belasten und dann die Einsenkung an ganz wenigen Puncten berechnen und beobachten. Wir wollen jetzt unsere Gleichungen (2) bis (5) für die practisch gewöhnlich vorkommenden Fälle umgestalten und zwar unter Berücksichtigung der Einsenkung der Brücke in den drei Viertelspuncten bei Belastung der halben Spannweite und des ersten Viertels von A an gerechnet.

a. Belastung der halben Spannweite.

Wir müssen hier in erster Linie die Werthe der Gleichungen (4) ausrechnen. Da für diese Belastungsweise

$$\beta = \frac{1}{4}$$

ist, erhalten wir

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{1}{4} f \\ b &= \frac{1}{4} f \\ c &= \frac{11}{8} f \\ d &= 2 f \\ e &= \frac{7}{4} f \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

und damit lautet Gleichung (2)

$$z_1 = \frac{4f}{l^2} x^2 - \frac{5}{2} \frac{f}{l} x + \frac{1}{4} f \qquad (7)$$

Gleichung (3) geht über in

$$z_2 = -\frac{4f}{l^2} x^2 + \frac{5}{2} \frac{f}{l} x - \frac{1}{4} f \qquad (8)$$

Vergleichen wir Gleichung (7) mit (8), so ergibt sich, dass $z_1 = -z_2$ ist, dass sich also die symmetrischen Puncte auf der unbelasteten Seite um soviel heben, als sie sich auf der belasteten senken. Es geht auch schon hieraus hervor, dass der Scheitel sich weder heben noch senken wird, was wir übrigens unten noch beweisen werden. Es ist somit klar, dass wir für halbe Belastung nur eine der beiden Gleichungen für z bedürfen und die Einsenkungen auf der andern Seite durch blossen Zeichenwechsel der diesseitigen Werthe erhalten. Setzen wir den Werth der Gleichung (8) in Gleichung (1) ein, so hat man:

$$\frac{\varepsilon \mathfrak{J}}{H_{1/2} f} \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{4}{l^2} x^2 + \frac{5}{2l} x - \frac{1}{4}$$

Oder nach zweimaliger Integration

$$\frac{\varepsilon \mathfrak{J}}{H_{1/2} f} y = -\frac{1}{3 l^2} x^4 + \frac{5}{12 l} x^3 - \frac{1}{8} x^2 \qquad (9)$$

Aus Gleichung (5) erhalten wir

$$H_{1/2} = \frac{1}{16} \frac{l^2}{f} p \qquad (10)$$

Bezeichnen wir die Einsenkungen im ersten, zweiten und dritten Viertel von A aus gerechnet mit $y_{1/4}$, $y_{2/4}$, $y_{3/4}$, so erhalten wir aus Gleichung (9) durch Einsetzen der entsprechenden Grenzen und unter Berücksichtigung von Gleichung (10)

$$y_{1/4} = +\frac{1}{6144} \frac{l^4}{\varepsilon \mathfrak{J}} p \qquad (11)$$

$$y_{1/2} = 0 \qquad (12)$$

$$y_{3/4} = -\frac{1}{6144} \frac{l^4}{\varepsilon \mathfrak{J}} p \qquad (13)$$

Dass Gleichung (12) Null geben werde, wurde bereits oben schon angedeutet.

b. Belastung des ersten Viertels der Spannweite.

Wir führen die Berechnung ganz in gleicher Weise durch, wie es oben angegeben wurde. Für diesen Fall können wir ohne weiteres auf den parabelförmigen Theil der Drucklinie, welcher nur $1/4$ der Spannweite einnimmt, verzichten und nur den geraden in Betracht ziehen. Da jetzt

$$\beta = \frac{1}{8}$$

ist, so erhalten wir aus den Gleichungen (4)

$$\left.\begin{aligned} b &= \frac{18}{53} f \\ d &= \frac{128}{53} f \\ e &= \frac{74}{53} f \end{aligned}\right\} \qquad (14)$$

und es lautet somit Gleichung (8) für z_2

$$z_2 = -\frac{4f}{l^2} x^2 + \frac{156}{53} \frac{f}{l} x - \frac{18}{53} f$$

Dieses in Gleichung (1) eingesetzt gibt

$$\frac{\varepsilon \mathfrak{J}}{H_{1/4} f} \frac{d^2 y'}{dx^2} = -\frac{4}{l^2} x^2 + \frac{156}{53 l} x - \frac{18}{53}$$

und durch doppelte Integration

$$\frac{\varepsilon \mathfrak{J}}{H_{1/4} f} y' = -\frac{1}{3 l^2} x^4 + \frac{78}{3 \cdot 53 l} x^3 - \frac{9}{53} x^2 \qquad (15)$$

Gleichung (5) lautet:

$$H_{1/4} = \frac{53}{4096} \frac{l^2}{f} p \qquad (16)$$

Hieraus erhalten wir, wenn die Indices der Einsenkungsordinate y_1 wie oben die Entfernung der Untersuchungsstelle von A bezeichnet

$$y_{1/4}' = +\frac{173}{768 \cdot 4096} \frac{l^4}{\varepsilon \mathfrak{J}} p \qquad (17)$$

$$y_{1/2}' = +\frac{5}{48 \cdot 4096} \frac{l^4}{\varepsilon \mathfrak{J}} p \qquad (18)$$

$$y_{3/4}' = -\frac{81}{256 \cdot 4096} \frac{l^4}{\varepsilon \mathfrak{J}} p \qquad (19)$$

Damit wäre dieser Belastungsfall auch erledigt.

c. Belastung der zwei inneren Viertel der Spannweite.

Wir betrachten in erster Linie den Fall, wo das zweite Viertel der Spannweite belastet ist. Wie leicht ersichtlich, ergeben sich die Werthe für diesen Belastungsfall aus den beiden vorigen durch einfache Subtractionen. Da sich diese Berechnung bei einem wirklichen Beispiele ganz einfach macht, so wollen wir darauf verzichten, besondere Formeln aufzustellen, welche wegen der grossen Coefficienten ohnedies etwas unbequem würden.

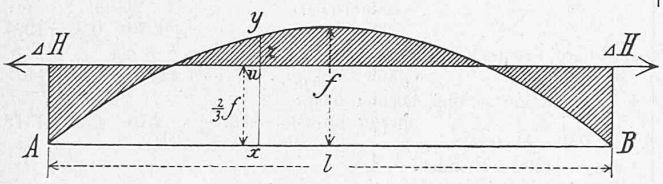
Es ist sodann auch leicht ersichtlich, dass wegen der Symmetrieverhältnisse sich bei Belastung des dritten Viertels die symmetrischen Werthe ergeben müssen, und endlich dass durch Addition dieser beiden Werthe man die Einsenkung für Belastung des zweiten und dritten Viertels der Spannweite erhält. Natürlich gilt diese Regel nicht nur für den oben behandelten Abschnitt, sondern auch für die folgenden und werden wir unten dieses nicht mehr speciell anführen.

2) Einsenkung in Folge der Wirkung der Axialkraft.

In der oben schon genannten Arbeit des Herrn Prof. W. Ritter wurde gezeigt, dass der Einfluss der Axialkraft auf die Bogenspannung nur die Rolle einer Correction der vom Momente herrührenden Spannung spiele, und zwar besteht diese Correction darin, dass zu den vorhandenen Kräften eine horizontale Zugkraft ΔH hinzutritt. Der Einfluss dieses Umstandes auf die Einsenkungen ist ein doppelter; erstens bewirkt die Kraft ΔH durch ihre *Biegungsmomente* Deformationen; zweitens muss noch der *pressende* Einfluss der Horizontalspannung $H - \Delta H$ berücksichtigt werden.

α) Einsenkung in Folge der Biegungsmomente der Horizontal-Kraft ΔH.

Auf pag. 290 der Z. f. B. wird nachgewiesen, dass die horizontale Kraft ΔH in $^2/_3 f$ über den Auflagerhorizontalen angebracht werden muss, damit die von der Axialkraft herrührende Verschiebung des frei gedachten Bogenendes A aufgehoben wird. Es tritt jetzt diese Horizontale in $^2/_3 f$ an Stelle der Drucklinie und wir verfahren nun des Weitern ganz wie oben.



Es ist, wenn wir wieder mit z die Ordinaten der Fläche zwischen Bogenaxe und Drucklinie bezeichnen

$$z = y - u = -\frac{4f}{l^2}x^2 + \frac{4f}{l}x - \frac{2}{3}f \qquad (20)$$

Führen wir diesen Werth in Gleichung (1) ein, dann haben wir, da $M = -\Delta H z$

$$\frac{\varepsilon \mathfrak{J}}{\Delta H f}\frac{d^2 y}{d x^2} = +\frac{4}{l^2}x^2 - \frac{4}{l}x + \frac{2}{3}$$

als Differentialgleichung der elastischen Linie und durch zweimalige Integration ergibt sich

$$\frac{\varepsilon \mathfrak{J}}{\Delta H f}y = +\frac{1}{3l^2}x^4 - \frac{2}{3l}x^3 + \frac{1}{3}x^2 \qquad (21)$$

Es ist hierbei

$$\Delta H = \frac{H}{\beta + 1} \qquad (22)$$

worin

$$\beta = \frac{4}{45}\left(\frac{f}{k}\right)^2$$

bedeutet und k der Trägheitsradius der Centralellipse im Scheitelquerschnitt ist.

Wir können jetzt übergehen zur Betrachtung der speciellen Belastungsfälle und zwar wieder wie oben zur halben und Viertelsbelastung, wobei für die Einsenkungen dieselben Indices beibehalten werden sollen.

a. Belastung der halben Spannweite.

Nach Gleichung (10) und (22) ergibt sich

$$\Delta H_{1/2} = \frac{45}{16f}\cdot\frac{p l^2 k^2}{4f^2 + 45k^2} \qquad (23)$$

und damit erhalten wir durch Einsetzen in Gleichung (21) die Werthe der Einsenkung:

$$y_{1/4} = +\frac{9}{16}\cdot\frac{15}{256}\cdot\frac{1}{\varepsilon}\,\frac{p l^4}{4Ff^2 + 45\mathfrak{J}} \qquad (24)$$

$$y_{1/2} = +\frac{15}{256}\cdot\frac{1}{\varepsilon}\cdot\frac{p l^4}{4Ff^2 + 45\mathfrak{J}} \qquad (25)$$

$$y_{3/4} = +\frac{9}{16}\cdot\frac{15}{256}\cdot\frac{1}{\varepsilon}\,\frac{p l^4}{4Ff^2 + 45\mathfrak{J}} \qquad (26)$$

b. Belastung des ersten Viertels der Spannweite.

Es ist nach Gleichung (16) und (22)

$$\Delta H_{1/4} = \frac{53\cdot 45}{4096 f}\cdot\frac{p l^2 k^2}{4f^2 + 45k^2} \qquad (27)$$

Hieraus ergeben sich die Einsenkungen

$$y_{1/4}' = +\frac{3}{256}\cdot\frac{53\cdot 45}{4096}\cdot\frac{1}{\varepsilon}\cdot\frac{p l^4}{4Ff^2 + 45\mathfrak{J}} \qquad (28)$$

$$y_{1/2}' = +\frac{1}{48}\cdot\frac{53\cdot 45}{4096}\cdot\frac{1}{\varepsilon}\cdot\frac{p l^4}{4Ff^2 + 45\mathfrak{J}} \qquad (29)$$

$$y_{3/4}' = +\frac{3}{256}\cdot\frac{53\cdot 45}{4096}\cdot\frac{1}{\varepsilon}\cdot\frac{p l^4}{4Ff^2 + 45\mathfrak{J}} \qquad (30)$$

β) Einsenkung in Folge der pressenden Kraft.

Wir haben als Grösse der pressenden Kraft: $H - \Delta H$. Dieser Werth gilt selbstverständlich zunächst nur für den Scheitelquerschnitt; doch ändert er sich bei flachen Bogen für andere Schnitte nicht sehr stark, und da der Querschnitt F des Bogens sich in der Regel in gleichem Sinne ändert, und da ausserdem die von der Pressung herrührenden Einsenkungen verhältnissmässig klein sind, so darf man genau genug die specifische Spannung constant gleich $\frac{H - \Delta H}{F}$ annehmen. Dann bleibt aber die Bogenaxe bei der Deformation sich ähnlich und die Einsenkung wird, wenn wir mit y_1 die Ordinate eines beliebigen Bogenpunctes bezeichnen:

$$y = \frac{H - \Delta H}{\varepsilon F}y_1 \qquad (31)$$

Wir können nun sofort zur Bestimmung der Einsenkung bei bestimmten Belastungsfällen übergehen.

a. Belastung der halben Spannweite.

Es ist nach früherem

$$H - \Delta H = \frac{\beta}{\beta + 1}H \qquad (32)$$

daher haben wir

$$H_{1/2} - \Delta H_{1/2} = \frac{1}{4}\cdot\frac{f F l^2}{4Ff^2 + 45\mathfrak{J}}p$$

und somit nach Gleichung (31)

$$y_{1/4} = +\frac{3}{16}\cdot\frac{1}{\varepsilon}\cdot\frac{f^2 l^2}{4Ff^2 + 45\mathfrak{J}}p \qquad (33)$$

$$y_{1/2} = +\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{\varepsilon}\cdot\frac{f^2 l^2}{4Ff^2 + 45\mathfrak{J}}p \qquad (34)$$

$$y_{3/4} = +\frac{3}{16}\cdot\frac{1}{\varepsilon}\cdot\frac{f^2 l^2}{4Ff^2 + 45\mathfrak{J}}p \qquad (35)$$

b. Belastung des ersten Viertels der Spannweite.

Nach Gleichung (32) ist

$$H_{1/4} - \Delta H_{1/4} = \frac{4\cdot 53}{4096}\cdot\frac{f F l^2 p}{4Ff^2 + 45\mathfrak{J}}$$

und damit erhalten wir aus Gleichung (31)

$$y_{1/4}' = \frac{3\cdot 53}{4096}\cdot\frac{1}{\varepsilon}\cdot\frac{f^2 l^2}{4Ff^2 + 45\mathfrak{J}}p \qquad (36)$$

$$y_{1/2}' = \frac{4\cdot 53}{4096}\cdot\frac{1}{\varepsilon}\cdot\frac{f^2 l^2}{4Ff^2 + 45\mathfrak{J}}p \qquad (37)$$

$$y_{3/4}' = \frac{3\cdot 53}{4096}\cdot\frac{1}{\varepsilon}\cdot\frac{f^2 l^2}{4Ff^2 + 45\mathfrak{J}}p \qquad (38)$$

Hiermit ist der Einfluss der zufälligen Last p auf die Bogensenkung vollständig untersucht und wir können uns der Temperatur zuwenden.

II. Temperatur.

Wir müssen dabei voraussetzen, dass die Erwärmung resp. die Abkühlung des Bogens eine gleichmässige sei.

Die Wirkung der Temperaturänderung ist dreifacher Natur.

1) Einsenkung des Bogens in Folge Zunahme der Temperatur.
2) Einsenkung in Folge des durch die Temperaturänderung hervorgerufenen Momentes.
3) Einsenkung in Folge der dadurch entstandenen pressenden Kraft.

Wir legen unserer Untersuchung eine Temperaturänderung von 1^0 C. zu Grunde, so dass man durch einfache Multiplication mit der Temperaturänderung die gesuchten Werthe erhält; dabei bezeichnen wir den Ausdehnungscoefficienten für 1^0 mit $\alpha = 0.0000118$.

1) Einsenkung in Folge der Ausdehnung.

Es ist diese ganz allgemein

$$y = -\alpha y_1$$

und daher haben wir

$$y_{1/4} = -\alpha \frac{3}{4} f = -0.00000885\, f \qquad (39)$$

$$y_{1/2} = -\alpha f = -0.0000118\, f \qquad (40)$$

$$y_{3/4} = -\alpha \frac{3}{4} f = -0.00000885\, f \qquad (41)$$

2) Einsenkung in Folge des Momentes.

Die Wirkung des Momentes ist ganz analog der Wirkung von ΔH bei der zufälligen Belastung und wir können die dort gefundenen Resultate (vergl. Gleichung [21]) einfach hier übertragen, wobei wir nun ΔH_t statt ΔH zu setzen haben und zwar ist

$$\Delta H_t = \frac{\varepsilon F \alpha}{\beta + 1} = \frac{45\, \varepsilon \alpha F \mathfrak{J}}{4 F f^2 + 45 \mathfrak{J}} \qquad (42)$$

und somit erhalten wir:

$$y_{1/4} = -\frac{135}{256} \frac{\alpha F f l^2}{4 F f^2 + 45 \mathfrak{J}} \qquad (43)$$

$$y_{1/2} = -\frac{15}{16} \frac{\alpha F f l^2}{4 F f^2 + 45 \mathfrak{J}} \qquad (44)$$

$$y_{3/4} = -\frac{135}{256} \frac{\alpha F f l^2}{4 F f^2 + 45 \mathfrak{J}} \qquad (45)$$

3) Einsenkung in Folge der pressenden Kraft.

Es ist diese allgemein

$$y = +\frac{\Delta H_t}{\varepsilon F} y_1 \qquad (46)$$

und zwar erhalten wir mit Rücksicht auf Gleichung (42)

$$y_{1/4} = +\frac{135}{4} \frac{\alpha f \mathfrak{J}}{4 F f^2 + 45 \mathfrak{J}} \qquad (47)$$

$$y_{1/2} = +45 \frac{\alpha f \mathfrak{J}}{4 F f^2 + 45 \mathfrak{J}} \qquad (48)$$

$$y_{3/4} = +\frac{135}{4} \frac{\alpha f \mathfrak{J}}{4 F f^2 + 45 \mathfrak{J}} \qquad (49)$$

Damit wäre nun auch der Einfluss der Temperatur erledigt.

Wie man sich leicht durch eine durchgeführte Rechnung überzeugen kann, ist die Anwendung dieser Formeln sehr einfach und wenig zeitraubend. Natürlich sind dann alle bezüglichen Werthe für einen bestimmten Punct und eine specielle Belastungsweise zu addiren. Mit Bezug auf die Anwendbarkeit der Formeln verweisen wir auf das zu Anfang Gesagte.

Aus dem Specialkatalog der Gruppe 16 der schweizerischen Landesausstellung.

Als Fortsetzung und Schluss der in No. 26 unseres letzten Bandes enthaltenen Zusammenstellung lassen wir nun auch die Angaben der eidg. Festigkeitsanstalt über die von ihr untersuchten Kalk- und granitartigen Steine nebst den betreffenden Preisangaben folgen. Wir sehen, dass die höchste Druckfestigkeit von allen untersuchten natürlichen Bausteinen mit 1 786 *kg* pro cm^2 von dem echinodermen Kalkstein der Ortsgemeinde Weesen in Ragaz erreicht worden ist; darauf folgt mit 1 766 *kg* der Lägern-Kalkstein der Regensberger Actien-Gesellschaft und dann erst kommt ein granitartiger Stein, nämlich der Granitgneiss aus dem Canton Uri mit 1 742 *kg* pro cm^2 Die geringste Druckfestigkeit bieten selbstverständlich die Tuffsteine und die oolithischen, erdigen Kalksteine. Das specifische Gewicht variirte zwischen 2,21 (Kalktuff) und 2,73. Die grösste Verschiedenheit zeigen auch hier wieder die Preise, die von blos 7 Fr. frei ab Station Schaffhausen (für den dichten Kalkstein von Christian Leu in Hemmenthal) bis auf 125 Fr. franco Zürich (für den Kalkstein von St. Triphon) ansteigen.

Kalksteine.

Eigenthümer und Pächter des Bruchs.	Petrographische Bezeichnung der Steinsorte.	Preis *) pro m^3.	Specifisches Gewicht.	Wasseraufnahme in Gewichts-%	Druckfestigkeit in *kg* pr. cm^2 trocken.
Canton Aargau.					
Zschokke & Cie. in Aarau	Oolithischer Kalkstein	22. —[5])	2,66	5,1	974
Canton Bern.					
Bachofen & Spiess in Basel	Marmorisirter oolithischer Kalkstein	—	2,69	0,9	1076
„	Marmorisirter oolithischer Kalkstein	—	2,70	0,9	1284
Leonhard Friedrich in Basel	Oolithischer bis dichter Kalkstn.	38. —[6])	2,70	0,35	1125
E. Ritter-Egger in Biel	Dichter feingeaderter Kalkstn.	42. —[7])	2,70	0,23	1312
Canton Freiburg.					
Erben von Ignace Genoud (Casimir Chillier, Châtel St-Denis)	Dichter Kalkstn.	—	2,71	0,12	1373
Claude Gremiou (Pharisaz, Gillard & Cie., Estavannens)	Dichter marmorirter Kalkstein	—	2,69	0,1	1229
Gemeinde Grandvillars (Pharisaz, Gillard & Cie., Estavannens)	Dichter marmorirter Kalkstein	—	2,70	0,0	1579
Canton Neuenburg.					
Alphonse Borel (Louis Borel)	Oolithischer Kalkstein	—	2,67	0,0	1351
Gemeinde Cernier (Jean Baptiste Grassi)	Dichter Kalkstn.	14, 25[8]) 17, 50[9]) 17, 50[10])	2,71	0,15	1263
Société technique, Neuchâtel	Zoogener oolithischer Kalkstn.	38. —[10])	2,57	3,1	474
Joseph Versell	Oolithischer bis dichter Kalkstein	38. —[8])	2,70	0,36	1363
Erbschaft von Blanc (Joseph Manlini)	Erdiger oolithischer Kalkstn.	35. —[10])	2,54	10,7	133,9
Canton Schaffhausen.					
Albert Buhrer in Schaffhausen	Dichter Kalkstn.	27. —[11])	2,68	1,3	1422
Christian Leu in Hemmenthal	Dichter Kalkstn.	7. —[11])	2,65	0,7	1386
Fr. Rossi in Schaffhausen	Dichter Kalkstn.	28. —[11])	2,70	0,5	1177
Canton Solothurn.					
Gemeinde Egerkingen (Arnold von Arx in Olten)	Dichter oolithischer Kalkstn.	20, 50[12]) 26. —[13])	2,69	0,29	1129,7
Gemde. Solothurn (Bargetzi-Borer)	Dichter Nerinacen-Kalkstein	40–55[6])[4])[1])	2,70	0,30	1084
Bargetzi-Schmid	Dichter Nerinacen-Kalkstein	—	2,69	0,37	1034
Gemeinde Bellach (Peter Fröhlicher & Cie. in Lommiswyl)	Dichter Nerinacen-Kalkstein	—	2,70	0,19	1407
„	Dichter Nerinacen-Kalkstein	—	2,69	0,29	1555