

<b>Zeitschrift:</b>	Schweizerische Bauzeitung
<b>Herausgeber:</b>	Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
<b>Band:</b>	1/2 (1883)
<b>Heft:</b>	23
<b>Artikel:</b>	Culmann's Verfahren zur Bestimmung der "Trägheitsmomente zweier Flächen"
<b>Autor:</b>	Hilgard, K.E.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-11079">https://doi.org/10.5169/seals-11079</a>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 23.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Villa der Gräfin Mirafiore in Rom.

Von Architect *Henri Kleffler* in Genf.

Perspektivische Ansicht der Hauptfaçade.

Diese Villa liegt ausserhalb der Porta Pia in Rom in einem Park, der ungefähr 80 Hectaren umfasst. Sie wurde von unserm Collegen H. Kleffler in Genf für den verstorbenen König Victor Emanuel erbaut, der dieselbe der Gräfin Mirafiore zum Geschenk machte. Die letzten Jahre seines Lebens brachte der verstorbenen König beinahe ausschliesslich in dieser Villa zu, indem er diesen schönen Privatsitz einem Aufenthalte im Quirinal vorzog. Die Villa war ursprünglich für den damaligen schweizerischen Consul Hotz bestimmt, ging dann in den Besitz eines Herrn Malatesta

über, der sie, noch bevor das Gebäude vollständig unter Dach war, an den König verkaufte, welcher schon längst ein Auge auf die schöne Besitzung geworfen hatte. Die Baukosten betrugen ungefähr 450.000 Fr. Ausser dem Hauptgebäude sind noch Stallungen für 40—50 Pferde und Gewächshäuser vorhanden.

Alles Weitere ergibt sich aus den in dieser Nummer enthaltenen Zeichnungen, denen wir in einer späteren Nummer noch eine perspektivische Ansicht einer zweiten Façade nachfolgen lassen werden.

## Culmann's Verfahren zur Bestimmung der „Trägheitsmomente zweier Flächen“

v. K. E. Hilgard, gew. Assistent für Ingenieurwissenschaften am Eidg. Polytechnikum in Zürich.

Alle, denen es vergönnt war Culmann's Vorlesungen zu hören und ihm etwas näher zu treten, erinnern sich wohl lebhaft, wie dieser hervorragende Mann oft noch knapp vor seiner Vortragsstunde auf irgend einem kleinen Zettelchen schnell einen neuen Gedanken, sei es für eine ganz neue Construction, oder auch nur für die Vereinfachung einer solchen, in wenig Strichen oder Buchstaben niederschrieb und auch gleich zur weitern Ausführung in seinen, mit jedem Semester durch Neuigkeiten bereicherten Vorlesungen in der graphischen Statik benutzte. Zweck dieses Artikels ist denn auch, einen etwas weitern Kreis mit dem *letzen*, auf solche Art entstandenen Producte der regen Geistesthätigkeit unseres leider so früh verstorbenen sel. Meisters Culmann bekannt zu machen; es betrifft einen Gegenstand aus dem Capitel über Trägheitsmomente. — Da genanntes Capitel bereits schon im I. Band der zweiten Auflage von Culmann's

graphischer Statik erledigt, demnach in dem hoffentlich in nicht mehr allzuferner Zeit nachfolgenden II. Band, zu dessen Bearbeitung und Herausgabe sich die zwei hervorragendsten ehemaligen Schüler Culmann's entschlossen und geeinigt haben, nicht mehr zur Behandlung kommen wird, glaubte ich um so mehr nachstehende kleine Abhandlung in dieser Weise veröffentlichen zu sollen.

Um nicht allzuweit ausholen zu müssen, stützen wir uns auf folgende bekannte Thatsachen, dass

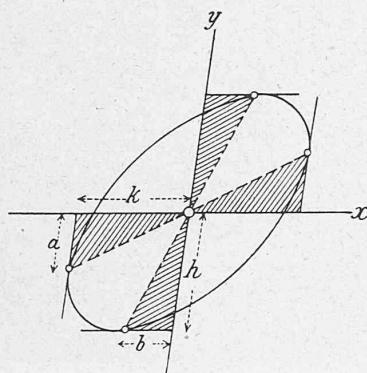
- 1) das  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Trägheits-} \\ \text{Centrifugal-} \end{array} \right\}$  moment mehrerer Flächen gleich der Summe der  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Trägheits-} \\ \text{Centrifugal-} \end{array} \right\}$  momente der Einzelflächen in Bezug auf ein und dasselbe Coordinatensystem, dass
- 2) beim Uebergang von einem Coordinatensystem zu einem parallel verschobenen sich das

Trägheitsmoment ändert um das Product aus Fläche mal Centrifugalmoment um Quadrat des Abstandes um welchen die bezügliche Product der Abstände um welche die bezüglichen Axe verschoben, dass Axen

3) das Trägheitsmoment  $\mathfrak{J}$  einer Fläche gleich dem Product aus Fläche mal Quadrat des Abstandes der zur bezüglichen Trägheitsaxe parallelen Tangente an die Trägheitsellipse von ihrem Mittelpunkt ist.

Der unter 3 angeführte Satz ist nichts anderes als eine Specialisirung des allgemeinen Satzes, dass das Centrifugalmoment  $C$  einer Fläche in Bezug auf ein Coordinatenystem gleich dem Product aus Fläche mal dem Product der Coordinaten des Endpunktes eines Trägheitsellipsendurchmessers ist, der zur einen oder andern Coordinatenrichtung conjugirt läuft, woraus folgt, dass das Centrifugalmoment für bezüglich der Trägheitsellipse conjugirte Durchmesser als Coordinatenachsen gleich 0 ist. (Graphische Statik, I. Bd., pag. 401). Dass diese Sätze direct auch auf die Centralellipse angewendet werden können, ist klar.

Fig. 1.



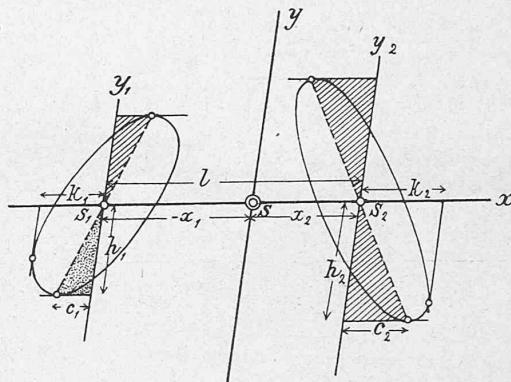
Also nach Fig. 1 ist  $\mathfrak{J}_x = Fb^2$ ;  $\mathfrak{J}_y = Fk^2$ ;  
 $C = F \cdot b \cdot b = F \cdot k \cdot a$

Sind  $S_1$  und  $S_2$  die Schwerpunkte zweier Einzelflächen  $F_1$  und  $F_2$ ,  $S$  der gemeinschaftliche Schwerpunkt beider d. h. der Gesamtfläche  $F$ , zugleich Ursprung eines Coordinatenystems mit der Verbindungsstrecke  $S_1 S_2$  als  $x$  Axe; —  $x_1$  und  $+x_2$  die Abscissen der Punkte  $S_1$  und  $S_2$  (ihre Ordinaten  $y_1$  und  $y_2$  sind natürlich null), so ist nach dem bereits erwähnten (Fig. 2)

- 1)  $\mathfrak{J}_x = \mathfrak{J}_{x_1} + \mathfrak{J}_{x_2} = b_1^2 F_1 + b_2^2 F_2$
- 2)  $\mathfrak{J}_y = \mathfrak{J}_{y_1} + \mathfrak{J}_{y_2} + F_1 x_1^2 + F_2 x_2^2 = F_1 (k_1^2 + x_1^2) + F_2 (k_2^2 + x_2^2)$
- 3)  $C = C_1 + C_2 = F_1 (b_1 c_1) + F_2 (b_2 c_2)$ ,

worin  $\mathfrak{J}_1$  und  $\mathfrak{J}_2$  die Trägheitsmomente,  $C_1$  und  $C_2$  die Centrifugalmomente der Einzelflächen in Bezug auf ihre eigenen Schwerpunktsachsen bezeichnen, während die in Fig. 2 eingezeichneten Ellipsen die Centralellipsen der beiden Einzelflächen bedeuten. Lassen wir einstweilen die Vorzeichen

Fig. 2.



der in der Figur vorkommenden Größen unberücksichtigt und setzen die Strecken

$$x_1 + x_2 = l, \text{ so ist, wenn } F_1 + F_2 = F$$

$$\text{selbstverständlich } \frac{F_1}{x_2} = \frac{F_2}{x_1} = \frac{F_1 + F_2}{x_2 + x_1} = \frac{F}{l}$$

$$\text{oder: } F_1 = x_2 \frac{F}{l} \text{ und } F_2 = x_1 \frac{F}{l}.$$

Wir setzen nun  $\mathfrak{J}_x = Fb_s^2$  und  $\mathfrak{J}_y = Fk_s^2$ , worin  $b_s$  und  $k_s$  sich auf die Centralellipse der Gesamtfläche beziehen, und auf deren Bestimmung wir eben hinzuwenden. Analog setzen wir  $C = C_s \cdot F$ .

Die Gleichungen 1—3 erhalten hierdurch folgende Form:

$$4) b_s^2 F = b_1^2 \frac{x_2}{l} \cdot F + b_2^2 \frac{x_1}{l} \cdot F;$$

$$b_s^2 = b_1^2 \frac{x_2}{l} + b_2^2 \frac{x_1}{l}$$

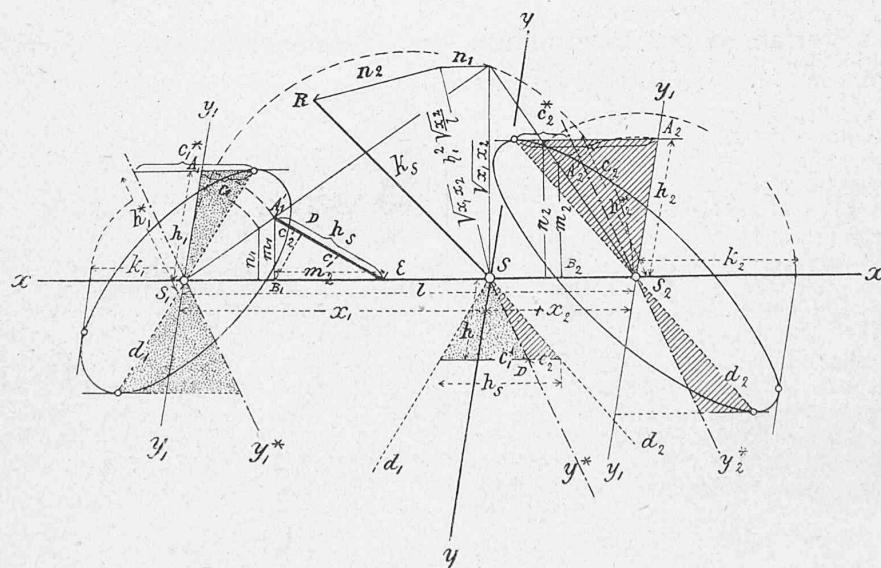
$$5) k_s^2 F = (x_1 + x_2) (x_1 x_2) \frac{F}{l} + k_1^2 \frac{x_2}{l} \cdot F + k_2^2 \frac{x_1}{l} \cdot F;$$

$$k_s^2 = (x_1 x_2) + k_1^2 \frac{x_2}{l} + k_2^2 \frac{x_1}{l}$$

$$6) C_s F = b_1 c_1 \frac{x_2}{l} \cdot F + b_2 c_2 \frac{x_1}{l} \cdot F;$$

$$C_s = b_1 c_1 \frac{x_2}{l} + b_2 c_2 \frac{x_1}{l}$$

Fig. 3.





Wir haben bis jetzt nur die absoluten Werthe der Strecken  $x_1$  und  $x_2$  betrachtet. Mit Berücksichtigung des Zeichens schreibt sich Gleichung 6) bezüglich der neuen  $y^*$  Axe

$$\mathfrak{C} = C, F = l_1 \cdot c_1 \cdot \frac{x_2 \cdot F}{l} - l_2 \cdot c_2 \cdot \frac{x_1 \cdot F}{l}$$

Da aber nach Gleichung 12) die absoluten Werthe der beiden Glieder auf der rechten Seite einander gleich sind, so ist bezüglich dieser neuen  $y^*$  Axe

$$\mathfrak{C} = C, F = 0$$

d. h. die  $x$  Axe und die  $y^*$  sind conjugirt. Damit ist an Hand der Figur 3 auch sogleich einleuchtend, dass die in der Gesamtcentralellipse zur  $x$  Axe conjugirte Richtung in Folge der ungleichen Vorzeichen der Coordinaten  $x_1$  und  $x_2$  immer zwischen den beiden in den Einzelcentralellipsen conjugirten Ellipsen liegen muss, und sind aus diesem Grunde zur Verdeutlichung auch die von der  $y^*$  Axe weg zu messenden Dreiecke  $y_1 \cdot d_1$  und  $y_2 \cdot d_2$  als negative und positive Flächen punctirt resp. schraffirt. Bezuglich des Theilens des Winkelraumes im Verhältniss  $c_1' : c_2'$  kann kein Zweifel obwalten, da von  $y^*$  aus  $c_1'$  nach derselben Seite zu messen ist wie das zu seiner Construction als eine der Ausgangsgrössen dienende  $x_1$ , also ist analog  $c_2'$  nach der Seite von  $x_2$  zu messen.

Durch die Schnittpunkte mit der  $y^*$  Axe sind nun die Berührungsstücke der beiden Tangenten an die Gesamtcentralellipse im Abstande  $h_s$ , und somit die Ellipse selbst mehr als eindeutig bestimmt. Um das Trägheitsmoment für irgend eine beliebige Axenrichtung zu haben, braucht man nur das Quadrat des Abstandes einer parallelen Tangente an die Centralellipse vom Schwerpunkt mit  $(F_1 + F_2)$  zu multipliciren.

Abgesehen davon, dass diese directe Construction der beiden conjugirten Durchmesser der Gesamtcentralellipse theoretisch recht einfach ist, mag sie auch manchmal von praktischem Werth sein.

Wir haben bei dieser Behauptung hauptsächlich diejenigen unsymmetrischen Querschnitte im Auge, die sich, ohne einen merklichen Fehler zu begehen, in 2 Flächen zusammenfassen lassen. Im Folgenden soll denn auch die Anwendung dieser mitgetheilten Construction auf ein ungleichschenkliges Winkeleisen noch kurz erläutert, und auf die dabei mögliche Vereinfachung hingewiesen werden. Nach Angabe der Schraffur wird der Querschnitt in die 2 Einzelflächen getheilt. Nachdem die Einzelcentralellipsen nach dem in Culmann's graph. Statik I. Bd., pag. 442—444 beschriebenen graphischen oder besser rechnerischen Verfahren eingetragen, — für den Fall der Praxis genügt wohl immer ein Einzeichnen nach Gefühl, in dem bei solchen Trapezen eine starke Abweichung von der wirklichen Ellipse gar nicht möglich — der Schwerpunkt aus dem Verhältniss der Strecken  $\frac{SS_1}{SS_2} = \frac{F_2}{F_1}$  bestimmt, vollführen wir genau die im vorigen erklärte Construction, nur wählen wir der grössern Einfachheit halber die erste  $y$  Axe normal zur Linie  $S_1 S_2$ , messen also  $b_1$  und  $b_2$ , somit auch  $h_s$  als senkrechte Abstände der Paralleltangenten; nun bestimmen wir sofort die zu  $S_1 S_2$  conjugirte Richtung und erhalten dann durch die zu ihr parallelen Tangenten an die Einzelellipsen diejenigen Strecken  $k_1$  und  $k_2$ , die uns durch die weitere Verwendung in der angegebenen Weise sofort die Länge des Durchmessers in der  $x$  Axe geben. Wir erhalten dadurch auf einfacher Weise 2 conjugirte Tangentenpaare und sofort alle 4 Berührungsstücke, womit wir die ganze Ellipse genügend genau einzzeichnen im Stande sind. Erlauben wir uns, die in Fig. 4 mit allen erforderlichen Linien angegebene Construction nur angenähert genau zu vollführen, indem wir nur mit freier Hand skizzirend construiren, so kommen wir wohl auf ein Resultat von ungefähr gleicher Genauigkeit, wie wenn wir uns bei der rechnerischen Bestimmung des Trägheitsmomentes die übliche und praktisch zulässige Annäherung gestatten. Handelt

es sich um eine Trägheitsaxe, die parallel ist zu einem der beiden Winkelschenkel, so wird auch der Zeitaufwand ungefähr der gleiche sein. Ist jedoch die Richtung der Axe, auf die wir das Trägheitsmoment beziehen, eine beliebige, ein Fall der immerhin etwa vorkommen mag, so führt die im obigen erläuterte constructive Methode mit Hilfe der Centralellipse entschieden am raschesten zum Ziel.

## Miscellanea.

**Eisenbahnbau in Frankreich.** Die grossartigen Eisenbahn- und Canalbauten, welche auf Betreiben des früheren Ministers Freycinet vor einigen Jahren begonnen worden sind, und für welche programmatisch 5 bis 6 Milliarden Franken verwendet werden sollten, werden unter dem Einfluss einer ungünstiger gewordenen Finanzlage vom Lande sehr drückend empfunden, so dass man nach Mitteln sucht, die Last entweder abzuwälzen oder doch erheblich zu verringern. Insbesondere wird dabei auf die Hülfe der bestehenden 6 grossen Eisenbahngesellschaften gerechnet; diese will man mit der Vollendung der theils begonnenen, theils noch projectirten 15000 km neuer Eisenbahnen belasten, indem man ihnen vertragsmässig die Pflicht zuweist, ihre Ueberschüsse in den Bau dieser Bahnen zu stecken und zwar in der Form von Zinsen für neu aufzunehmende Baukapitalien. Ein Correspondent der „N. Fr. Pr.“ rechnet nun heraus, dass diese Ueberschüsse in den nächsten Jahren etwa 4 bis 5 Millionen Franken betragen werden — ausreichend zur Verzinsung von etwa 100 Millionen Baukapital. Hierfür würden pro Jahr höchstens 400 km neuer Eisenbahnen erbaut werden können, d. h. nur ein Bruchteil von dem, was nach dem Plane von Freycinet geschaffen werden sollte.

## Concurrenzen.

**Concurrenz zur Erlangung von Plänen für den Bau einer Wahl- und Tonhalle in St. Gallen.** Wir erhalten soeben von dem bezüglichen Initiativcomite die Concurrenzbedingungen und das Bauprogramm nebst einem Situationsplan des Bauplatzes im Maßstab von 1:500 für die projectirte Wahl- und Tonhalle. Aus den Concurrenzbedingungen heben wir Folgendes hervor: Die Concurrenten haben sich streng an das Bauprogramm zu halten. Jedes Project soll enthalten: Einen Situationsplan im Maßstab von 1:500, Grundrisse sämmtlicher Stockwerke, incl. Kellergeschoss im Maßstab 1:200, zwei Fassaden und mindestens zwei Schnitte im Maßstab 1:100, ein Detailblatt und eine summarische Kostenberechnung. Die Beurtheilung der Projekte erfolgt durch eine Jury von sieben Mitgliedern, bestehend aus den Herren Director Baumann, Präsident des Initiativcomites, Cantonsbaumeister Gohl, Architect Pfeiffer, Ingenieur Dardier in St. Gallen, ferner aus den Herren Professor Bluntschli und Architect Albert Müller, Director des Gewerbemuseums in Zürich und Professor Durm in Karlsruhe. Für die Prämierung der drei besten Projekte steht eine Summe von 3500 Fr. zur Verfügung mit der Bestimmung, dass für einen ersten Preis mindestens 2000 Fr. ausgeworfen werde. Der Termin für die Einlieferung der Projekte geht mit dem 2. September dieses Jahres zu Ende. Dieselbe hat an Herrn Ingenieur Dardier in St. Gallen zu erfolgen. Die eingelieferten Arbeiten werden während 14 Tagen öffentlich ausgestellt und das Urtheil des Preisgerichtes wird später ebenfalls öffentlich mitgetheilt werden. Die preisgekrönten Entwürfe gehen in das Eigenthum des Initiativcomite's über. Programme und Situationspläne können beim Präsidenten des Initiativcomite's, Herrn Dr. Baumann in St. Gallen bezogen werden. Wir stehen nicht an, diese Concurrenz, als mit den vom schweizerischen Ingenieur- und Architecten-Verein aufgestellten Normen im Grossen und Ganzen übereinstimmend, unsren Fachgenossen zu empfehlen.

**Concurrenz zur Erlangung von Plänen für einen Conferenz-Saal in Neuenburg.** Bei dieser Concurrenz, deren Programm uns bedauerlicher Weise nicht zukam, erhielten den ersten Preis Herr Eduard Colin, Architect der Société technique in Neuenburg, und den zweiten Preis „ex aequo“ die HH. Architecten A. Rychner und William Major ebendaselbst.

Redaction: A. WALDNER.  
Claridenstrasse 30, Zürich.