Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 1/2 (1883)
Heft: 1

Artikel: Statische Berechnung der Versteifungsfachwerke der Hängebrücken
Autor: Ritter, W.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-11011

selben hinauf genug Luft zur Feuerschicht gelangen kann, die einzig bei stark backenden Kohlen hie und da leicht durchbrochen werden muss. Sonst aber bei gewöhnlichen Kohlen können Schürhaken und Krücke den ganzen Tag unberührt bleiben.

d) Während des Aufgebens kann keine kalte, die Temperatur im Feuerraum unnöthig reducirende und dem Verbrennungsprocess *schädliche Luft einströmen und*

e) der Heizer ist gezwungen, die Kohlen in angemessen kleine Stücke zu zerschlagen. Ohne dies Zerschlagen kann er grössere Stücke gar nicht verfeuern.

Obige Hauptvortheile, die sämmtlich — unstreitbar und durch die bisherigen Versuche bewiesen — bessere Verwerthung des Brennmaterials gestatten, haben noch weitere Vortheile im Gefolge, deren wir kurz einige anführen:

1. *der Rost wird weniger angegriffen,*
2. *der Kessel mehr geschont,*
3. *dem Heizer die Arbeit erleichtert,*
4. *es kann eher geringwerthiges Brennmaterial* verfeuert und
5. nöthigenfalls per *Quadratmeter Rostfläche und Stunde mehr als sonst verbrannt werden* u. s. f.

Zum Schluss mögen noch folgende Bemerkungen Platz finden:

Eine *besondere Anlernung der Behandlung des Apparates ist nicht nöthig,* auch der ungeübteste Heizer wird von Stund an denselben richtig handhaben können.

Nennenswerthe Abnützung kann nicht vorkommen, daher werden auch *Reparaturen zur Seltenheit* gehören und wenn es auch welche geben sollte, der ausserordentlichen Einfachheit des Apparates wegen sehr leicht auszuführen sein. Der Apparat ist für Kessel aller Systeme anwendbar, welche Planrostfeuerung haben.

Die *Anschaffungskosten sind verhältnissmässig gering.* Bei einer mittelmässig gut bedienten Anlage und täglichem Gebrauch werden sämmtliche Anschaffungskosten durch den Minderverbrauch an Kohlen in $1^1/_2$ bis 2 Jahren gedeckt sein, bei vorheriger ganz guter Bedienung etwas später, bei schlechter verhältnissmässig früher.

Wo nicht besondere Verhältnisse namentlich localer Natur ein Hinderniss bilden, oder nicht gewisse Kessel- und Feuerungseinrichtungen Vortheile bieten, die den obigen vorangestellt werden müssen, darf diese mechanische Feuerung der Handfeuerung vorgezogen werden, immerhin unter der Voraussetzung, dass der Kohlenverbrauch einen erheblichen Theil der Betriebsausgabe bildet und Ersparnisse an demselben als von Bedeutung erachtet werden.

Statische Berechnung der Versteifungsfachwerke der Hängebrücken.

Von Professor *W. Ritter* in Zürich.

Im Jahrgang 1877 der „Zeitschrift für Bauwesen" (S. 189) sind von mir Formeln zur statischen Berechnung der bei Hängebrücken häufig angewandten Versteifungsfachwerke abgeleitet worden. Die Resultate jener Entwickelungen sind zwar verhältnissmässig recht einfach, können indessen insofern nur als angenäherte bezeichnet werden, als dabei die elastische Ausdehnung der Kette vernachlässigt und auch auf den Einfluss der Temperaturschwankungen keine Rücksicht genommen worden ist. Dass infolge dieser beiden Umstände die am Versteifungsfachwerke angreifenden Kräfte und Momente sich ganz wesentlich ändern, habe ich erst einige Zeit nach der Veröffentlichung obigen Artikels eingesehen. Die hier folgenden Entwickelungen haben nun den Zweck, das dort Fehlende zu ergänzen; indessen soll auch das Wesentlichste jener Arbeit für solche Leser, die dieselbe nicht kennen, in möglichst knapper Form vorausgeschickt werden.

I. Orientirung.

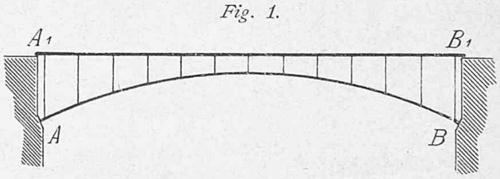
Die Construction, deren statische Berechnung in Nachfolgendem behandelt werden soll, besteht in der Combination einer Kette oder eines Drahtseils als tragendem Theil mit einem horizontalen Fachwerke als versteifenden Theil. Die grosse Flexibilität der zu Hängebrücken in der Regel verwendeten Ketten und Drahtseile macht diese zu Brückenconstructionen mit variabler Belastung ungeeignet, wenn nicht durch passende Nebentheile für genügende Steifigkeit gesorgt wird. Die am häufigsten angewendete Steifigkeitsconstruction besteht in einem geradlinigen, horizontalen, gewöhnlich als Fachwerk ausgebildeten Balken, der mit der Kette derart verbunden ist, dass er alle verticalen Bewegungen dieses letzteren mitmachen muss. Durch sein Widerstandsvermögen gegen Biegungsmomente mässigt dieser Balken die bei unregelmässigen Belastungen sonst auftretenden Deformationen der Kette und führt dieselben auf ein unbedeutendes Minimum zurück. Die statische Untersuchung dieser combinirten Construction kann selbstverständlich nur auf Grund der Elasticitätstheorie stattfinden, und zwar müssten streng genommen die verticalen Einsenkungen der Kette und des Balkens an sämmtlichen Punkten der Spannweite einander gleichgesetzt werden. Diese Forderung führt jedoch zu äusserst complicirten, für die praktischen Bedürfnisse unbrauchbaren Formeln, so dass man zu vereinfachenden Annahmen gezwungen wird.

Diese bestehen nun zunächst darin, dass man die Kette oder das Drahtseil als einen umgekehrten, vollkommen flexibeln Bogen ansieht. Wir werden somit zuerst den mit einem Versteifungsfachwerke verbundenen Bogen zu untersuchen haben; von diesem gehen wir sodann zur Kette über und führen hier den Einfluss der Längen-Ausdehnung ein; die Formeln, die sich dabei ergeben, gestatten dann ohne Mühe die Berechnung der ungünstigten Belastungen, der Maximal-Kräfte und -Momente, sowie die Berücksichtigung der Temperaturschwankungen.

II. Der mit einem Versteifungsfachwerke combinirte Bogen.

Wir denken uns hier einen flachen Bogen AB (Figur 1) mit einem horizontalen Balken A_1B_1 durch verticale Stützen derart verbunden, dass sich bei vorkommenden Belastungen zwei im Bogen und Balken correspondirende Punkte in verticaler Richtung stets um dieselbe Strecke bewegen müssen.

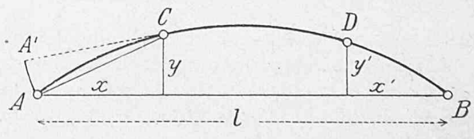
Fig. 1.



Um nun zu untersuchen, in welcher Weise eine gegebene Belastung die combinirte Construction beansprucht, müssen wir vor Allem ein Mittel finden, um die verticalen Einsenkungen der beiden Einzelconstructionen bei gegebener Beanspruchung zu ermitteln.

Betrachten wir zu diesem Zweck zunächst den Bogen *AB* (Figur 2) für sich und denken wir uns, derselbe sei derart belastet, dass sich für den Punkt *C* im Biegungs-

Fig. 2.



moment M gebildet hat, so ist der Deformationswinkel eines Bogenelementes von der Länge Δs

$$\Delta \tau = \frac{M . \Delta s}{\varepsilon' . J}, \qquad (1)$$

worin ε' den Elasticitätscoefficienten des Materials und J das Trägheitsmoment des Bogenquerschnitts bezeichnet. Denkt man sich nun den Bogen in B festgehalten und im A frei schwebend, so wird sich der Punkt A infolge der Deformation des in C befindlichen Bogenelementes nach A' bewegen, wobei AA' ein unendlich kleiner Kreisbogen mit dem Mittelpunkt C darstellt. Die Länge dieses Bogens ist $AC \cdot \Delta\tau$, seine Verticalprojection $x \cdot \Delta\tau$, seine Horizontalprojection $y \cdot \Delta\tau$.

Die Biegungsmomente haben nun die Bedingung zu erfüllen, dass die Summe aller Horizontalbewegungen von A, d. h. $\Sigma y \cdot \Delta\tau = 0$ wird. Uns interessiren indessen vorerst die *verticalen* Bewegungen der Bogenpunkte.

Denkt man sich, der Bogen drehe sich um B so weit, dass der vorhin nach A' verschobene Punkt A wieder in die Bogensehne zurückgeht, so wird sich ein beliebiger Punkt D des Bogens vertical um ein Stück senken, das sich zur Bewegung des Endpunktes A verhält wie x' zu l; mit anderen Worten: Die Einsenkung des Punktes D infolge der Deformation bei C ist

$$\Delta y' = \frac{x' \cdot x \cdot \Delta\tau}{l} = \frac{x' \cdot x \cdot M \cdot \Delta s}{l \cdot \varepsilon' \cdot J}. \qquad (2)$$

Liegt der Punkt D links von C, so entsteht ganz derselbe Ausdruck; nur bezeichnet dann x die Horizontaldistanz der Punkte A und D, x' den horizontalen Abstand der Punkte C und B.

Obiger Ausdruck hat eine sehr einfache statische Bedeutung: Denkt man sich einen geradlinigen Balken von der Länge l in A und B aufgelagert und belastet ihn vertical unter C mit $\Delta\tau = \frac{M \cdot \Delta s}{\varepsilon' \cdot J}$, so ist $\Delta y'$ das Moment der ausserhalb wirkenden Kraft vertical unter D.

Theilt man nun den ganzen Bogen in Elemente Δs ein, bestimmt für jedes den entsprechenden Werth von $\Delta y'$ und summirt diese letzteren, so bekommt man die Gesammteinsenkung des Punktes D. Dasselbe gilt aber nicht allein für einen bestimmten Punkt D, sondern für sämmtliche Punkte des Bogens, sodass das Gesetz allgemein lautet:

Belastet man einen geraden, in A und B aufgelagerten Balken an jedem Punkte mit dem ihm entsprechenden Werthe $\Delta\tau = \frac{M \cdot \Delta s}{\varepsilon' \cdot J}$, so stellen die sich bildenden Momente der ausserhalb wirkenden Kräfte die verticalen Einsenkungen der Bogenpunkte dar.

Noch fasslicher wird dieses Gesetz, wenn man die vereinfachende Annahme macht, dass das Trägheitsmoment J des Bogenquerschnitts sich der Secante des Neigungswinkels der Bogenaxe proportional ändere, d. h. dass, wenn mit Δx die Horizontalprojection von Δs bezeichnet wird, J dem Werthe $\frac{\Delta s}{\Delta x}$ proportional sei. Nennt man nämlich das Trägheitsmoment des Scheitelquerschnitts J', so wird jetzt $\Delta\tau = \frac{M \cdot \Delta x}{\varepsilon' \cdot J'}$. Diese Annahme ist freilich bei Bogenconstructionen nicht immer zutreffend, dagegen bei flach gespannten Hängebrücken, bei denen sich der Querschnitt nur unwesentlich ändert, stets gestattet.

Denkt man sich schliesslich noch die Drucklinie des Bogens gezeichnet, nennt die Fläche zwischen dieser und der Bogenaxe „Momentenfläche", so sind die verticalen Ordinaten dieser letzteren den Momenten M proportional, und man kann vom grapho-statischen Standpunkte aus sagen:

Betrachtet man die Momentenfläche des Bogens als Belastungsfläche und construirt hierzu ein Seilpolygon, so sind die Ordinaten dieses letzteren, bezogen auf seine Schlusslinie, den verticalen Einsenkungen des Bogens proportional.

Wie man sieht, kommt bei dieser ganzen Betrachtung die Pfeilhöhe des Bogens nirgends vor; das entwickelte Gesetz gilt also für Bogen von jeder beliebigen Pfeilhöhe, somit auch für ganz flache, geradlinige Balken, und ebenso für nach unten hängende Bogen.

Combinirt man nun zwei solcher Bogen, sagen wir einen Bogen und einen geraden Balken miteinander, indem man sie durch verticale Stützen verbindet (siehe Figur 1), und sollen die verticalen Bewegungen in beiden Einzelconstructionen einander gleich sein, so ist hierzu nichts anderes nöthig, als dass die Momente des Bogens und des Balkens an zwei übereinander liegenden Punkten einander jeweilen proportional sind, und zwar muss sich das Moment des Bogens zu demjenigen des Balkens verhalten wie das Product $\varepsilon' J'$ des Bogenscheitels zu dem entsprechenden Product des Balkenquerschnitts. Je stärker der Balken und je schwächer der Bogen, desto grösser sind (bei gleichem Material) die Biegungsmomente, welche den Balken beanspruchen, desto kleiner diejenigen für den Bogen, und umgekehrt.

Hat man die statische Berechnung für einen bestimmten Fall durchzuführen, so construirt (oder berechnet) man zuerst die Drucklinie des Bogens, als ob er unversteift wäre, theilt dann die Ordinaten der Momentenfläche auf der ganzen Spannweite in zwei Theile, die sich jeweilen zueinander verhalten wie die beiden Werthe εJ und erhält so zwei Theile der Momentenfläche, von denen der eine dem Bogen, der andere dem Balken zukommt.

Aus den Ordinaten der Momentenfläche findet man, wie unschwer zu zeigen ist, die Momente selbst, indem man sie mit dem der Drucklinie entsprechenden Horizontalschub multiplicirt.

Was die ausserhalb wirkenden Kräfte betrifft, so finden sich dieselben leicht aus den für die Momente gültigen Gesetzen.

III. Die versteifte Hängebrücke.

Der Uebergang von der Bogen- zur Hängebrücke ist nun sehr einfach. Da das Hängseil, ob es als Drahtseil oder Kette ausgeführt ist, Biegungskräften so gut wie keinen Widerstand entgegensetzt, so können wir das Trägheitsmoment seines Querschnitts gleich Null setzen. Dann aber gehen die Biegungsmomente nicht nur theilweise, sondern vollständig auf das Fachwerk über; die Drucklinie fällt vollständig mit der Axe des Bogens zusammen und dieser hat nur Druckkräften, resp. das Hängseil nur Zugkräften zu widerstehen.

Das Verhältniss zwischen Kette und Versteifungsfachwerk besteht somit darin, dass letzteres als Vermittler dient, die unregelmässig aufgelegten Lasten aufnimmt und sie als gleichförmig vertheilte an die Hängeisen und damit an die Kette abgibt. Jede Art von Belastung, auch jede concentrirte Einzellast wird vom Fachwerk in gleichförmige Belastung verwandelt, sodass die Kette ihre ursprüngliche parabolische Form stets beibehält und grössere Auf- und Abschwankungen der Fahrbahn vermieden werden.

Das versteifende Fachwerk steht nun immer unter dem Einfluss einer doppelten Belastung: Von oben wirken die wirklichen Eigengewichts- und Verkehrslasten, von unten wirkt der Zug der Hängeisen; erstere sind unregelmässig, letzterer stets gleichförmig vertheilt.

Diese von unten nach oben wirkende Belastung, welche zugleich die Belastung der Kette darstellt, wollen wir in Zukunft *Reactionsbelastung* nennen und pro Längeneinheit mit r, resp. r' bezeichnen.

(Fortsetzung folgt.)

Literatur.

Der eiserne Oberbau mit besonderer Berücksichtigung einer rationellen Schienenbefestigung für Lang- und Querschwellen. Von Georg Schwartzkopff. Berlin. Verlag von Julius Springer. 1882.

Dieses Werk bildet in gewisser Beziehung eine Ergänzung des bekannten Werkes: „Der eiserne Oberbau" von J. Lehwald (Berlin 1881. Ernst Toeche). Der Herr Verfasser benützt die in dieser Schrift mitgetheilten Resultate, um auf Grund derselben weiter zu bauen. Insbesondere aber führt er aus, dass das Prinzip, *leichte Fahrschienen* zu verwenden, nicht erschüttert sei, wie dies in der Lehwald'schen Schrift nachgewiesen werden will, und dass die Lehwald'schen Berechnungen eben nur für gewisse Fälle passen. Der Herr Verfasser hält vielmehr an dem bezeichneten Principe fest, indem er nicht nur die Bedenken, welche sich dem in neuester Zeit hin und wieder zu weit getriebenen Anhäufen von Material in dem Kopfe der gewöhnlichen breitbasigen Schienen entgegenstellen, sondern auch eine sehr sinnreiche und einfache von ihm erfundene Construction zur sichern Befestigung der Fahrschiene auf der Unterschiene oder eisernen Langschwelle mittheilt. Die Erörte-