

Zeitschrift: Die Eisenbahn = Le chemin de fer
Herausgeber: A. Waldner
Band: 14/15 (1881)
Heft: 6

Artikel: Versuche der Umkehrung des graphischen Potenzirens
Autor: Smreker, Oscar
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-9341>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 03.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

dieser Marke für die folgende Messung leicht wieder an ihre Stelle gesetzt werden.

Sobald 50 Stangenlängen, also nahe 200 m, gemessen sind, werden die Beobachtungsbüchlein dem Rechenbureau eingeschickt, welches, bestehend aus vier Rechnern, mit ihrem Chef in einem in der Nähe gelegenen Locale oder Zelte installirt ist. Die sämtlichen Reductionen zur Ermittlung der wahren, gemessenen Länge sind so einfach, dass die Rechnung stets mit der Messung selbst gleichen Schritt halten kann, so dass unmittelbar nach Beendigung der zweiten Messung auch das Resultat und seine Abweichung von der ersten Messung bekannt sind. Dies bietet den grossen Vortheil, wenn irgendwo ein Versehen vorgekommen sein sollte, die betreffenden Sectionen sofort noch ein Mal nachmessen zu können.

Nennt man

F_{LR} = die durch Vergleichung ermittelte Länge des Stabes bei der Temperatur t_R

φ = den Ausdehnungscoefficienten der eisernen Messstange.

$c = \frac{1}{2} \sin^2 J \cdot F_{LR}$ = Correction wegen der Neigung J der Messstange, abgelesen am Gradbogen des Niveau's.

t = Temperatur während der Messung;

so ist die einer Stablänge entsprechende, wahre, horizontale Entfernung

$$p = F_{LR} - (t_R - t) \varphi - c$$

und nach n Stangenlängen die wahre, gemessene Länge

$$D = n F_{LR} - (n t_R - [t]) \cdot \varphi - [c].$$

Die Werthe von c sind in Tafeln gebracht, welche von 10'' zu 10'' fortschreiben. Da die Neigung am Gradbogen bis auf 10'' abgelesen wird, so können alle Werthe von c direct diesen Tafeln entnommen werden und ist keinerlei Interpolation nothwendig. n ist in der Regel gleich 100, da alle 400 m ein Fixpunkt gemacht wurde. F_{LR} , t_R und φ sind constant.

Die ganze Rechnung beschränkt sich daher auf das Aufschlagen und Addiren der Werthe für c , das Bilden der Temperaturmittel und ihrer Summe, und die Multiplication mit φ . Zur Controle wird die Rechnung gleich doppelt ausgeführt.

Nachtrag.

Herr Professor Wolf hatte die Freundlichkeit, mich darauf aufmerksam zu machen, dass nicht nur das Princip des Ibañez'schen Basisapparates mit dem des Hassler'schen, wie Eingangs erwähnt, übereinstimmt, sondern dass die Basis zwischen Sugy und Walperswyl, welche die Grundlage für die Längen der Dufourkarte bildet und unter Leitung von Eschmann und Theilnahme der HH. Professoren Wolf und Wild 1834 gemessen wurde, bereits Ende des vergangenen Jahrhunderts von Tralles und Hassler mit einem Hassler'schen Microscop-Apparate gemessen worden ist. Dieser Apparat findet sich ausführlich beschrieben in „Papers on various subjects connected with the survey of the coast of the United States. By F. R. Hassler. Philadelphia 1824.“ Es heisst dort auf Seite 56: „Ich will hier noch einige Bemerkungen hinzufügen, welche ich in der Schweiz zu machen Gelegenheit hatte, als ich mit Tralles, jetzigem Mitgliede der Berliner Academie, in den Jahren 1791 und 1797 eine Basislinie von 42 000 Fuss Länge maass, auf welche die dortige Triangulation gegründet wurde. Diese Basis wurde zwei Mal gemessen, das erste Mal mit einer Kette, ähnlich derjenigen, welche Ramsden für die englische Landesvermessung anfertigte und das zweite Mal mit einem Apparate mit Stangen von vier Toisen Länge, wie ich ihn eben beschrieben habe.“ Die dann folgenden Bemerkungen beziehen sich hauptsächlich auf Einschaltung von Zwischenpunkten, um die Messung jederzeit in case of accident bei einem solchen wieder aufnehmen zu können. Er betont ferner die Nothwendigkeit, vor jeder Messung alle Einzelheiten des Apparates noch einmal genau zu prüfen und zu verificieren, gibt Anweisung, wie die begleitenden Umstände am practischsten notirt werden und schliesst mit folgendem, seither zur vollen Geltung gekommenen Grundsatz: „Die Messung einer Basislinie sollte mit so wenig Unterbrechungen durchgeführt werden als nur immer möglich. Alle grösseren Störungen, schnelle und ungleiche Aenderungen der Temperatur etc. sollten absolut vermieden werden. Ich würde dem Beobachter rathen, jede Tagesmessung (in welche die Basis vorher einzutheilen ist) ohne Unter-

brechung zu beendigen und wo dies nicht möglich ist, lieber die Arbeit auf eine günstigere Zeit zu verschieben.“

Zwischen der Messung des General Ibañez und der von Hassler ausgeführten liegt beinahe ein volles Jahrhundert. Die Fortschritte, welche die Technik des Apparates durch General Ibañez gemacht, sind ungeheuer gross. Hassler benutzte noch Senkel mit Schnüren zum Uebertragen der Fix- und der Endpunkte. Die Objective seiner Microscope bestanden aus zwei Linsenhälften mit verschiedener Brennweite, um das durch einen ausgespannten Spinnfaden bezeichnete Ende seiner 8 m langen Messstange mit der senkrecht darunter liegenden, auf dem Stativ angebrachten festen Marke im Gesichtsfelde des Microscopes zur Coincidenz bringen zu können. Die Bewegung der Stange war eine sehr complicirte; sie hatte drei besondere Unterlagen, welche vermittelt Rollen eine Verschiebung in zwei auf einander senkrechten Richtungen zulassen. Der ganze Apparat war in einen hölzernen Kasten eingespannt, auf dem am einen Ende ein Fernrohr befestigt war und am andern Ende eine Spitze. Die letztere wurde mit Hülfe des Fernrohrs in die Basislinie gebracht. Von einer entsprechenden Organisation der vorbereitenden Arbeiten und Ineinandergreifen derselben mit der eigentlichen Messung zur Erreichung der grösstmöglichen Leistungsfähigkeit ist noch nicht die Rede. Das Princip des Apparates und die wesentlichsten Momente für seine richtige Anwendung sind hingegen von Hassler bereits klar und bestimmt hervorgehoben worden. Das Resultat seiner Messung stimmte sehr nahe mit dem 1834 gefundenen überein. Wie weit dies in Bezug auf die Aarberger Basismessung der Fall ist, wird das Anschlussnetz für diese Basis ergeben, da in dasselbe einige der früheren Dreieckspunkte aufgenommen worden sind.

(Fortsetzung folgt.)

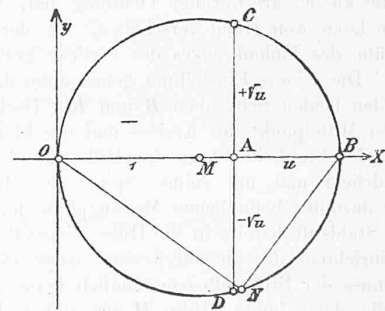
Versuche der Umkehrung des graphischen Potenzirens.

Von Oscar Smreker, Ingenieur, in Prag.

(Fortsetzung.)

5. Nachdem die im Vorhergehenden durchgeführte theilweise Untersuchung der in den Gleichungen I und II enthaltenen Curvenschaar schon auf mehrere interessante Eigenschaften derselben geführt hat, dürfte es als nicht unmotivirt erscheinen, wenn die allgemeine Construction in einzelnen Beispielen erläutert und die obigen Untersuchungen in einem Specialfall vollständig durchgeführt würden.

Fig. 3



In Fig. 3 ist die Aufgabe gelöst, aus der Grösse

$$AB = u$$

die Quadratwurzel zu ziehen; als Einheit ist

$$OA = c = 1$$

angenommen. Die Curve, die man nach der allgemeinen Construction erhält, ist, wie bekannt, ein Kreis, der durch die beiden Punkte O und B geht und die y -Axe im Punkte O tangirt. Der Mittelpunkt dieses Kreises liegt selbstverständlich in der Mitte zwischen den Punkten O und A . Die von der Verticalen im Punkte A durch diesen Kreis abgeschnittenen Strecken AC und AD liefern das gesuchte Resultat, indem nämlich

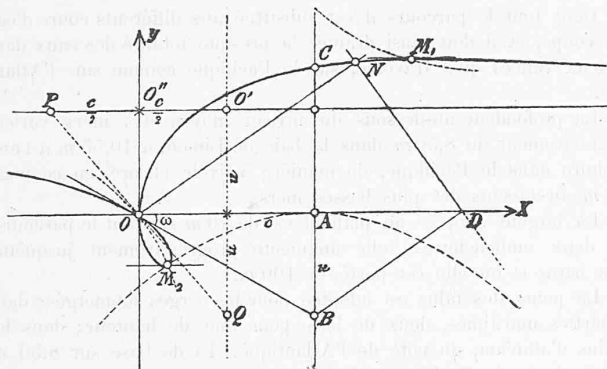
$$AC = +\sqrt{u}$$

$$AD = -\sqrt{u}$$

ist.

Wie bekannt, kann man durch wiederholte Anwendung dieser Construction mittelst des Cirkels alle jene Wurzelgrößen construiren, deren Exponenten Potenzen von 2 sind.

Fig. 4.



6. In Fig. 4 ist jene Curve construirt, welche dazu dient, die dritte Wurzel einer Grösse zu bestimmen.

Es ist daselbst:

$$AB = u$$

$$OA = c$$

gemacht. Zieht man von B aus einen beliebigen Strahl BD, in D eine Senkrechte DN dazu und zieht durch O eine Parallele ON zu BD, so gibt der Schnittpunkt N dieser beiden letzteren Strahlen einen Punkt der gesuchten Curve. Dieselbe schneidet, nach früher, von der Senkrechten im Punkte A die Strecke AC ab, welche das gewünschte Resultat vorstellt, denn es ist:

$$\frac{AC}{c} = \sqrt[3]{\frac{u}{c}}$$

Ist ferner noch

$$OA = c = 1$$

angenommen, so erhält man direct:

$$AC = \sqrt[3]{u}$$

Da die Absicht vorliegt, von dieser Curve später, anlässlich der graphischen Lösung der Gleichungen dritten Grades, eine ausgebreitere Anwendung zu machen, so scheint es hier am Platze, diese Curve genau zu untersuchen und dadurch gleichzeitig ein Beispiel für die vollständige Discussion einer speciellen Curve der erhaltenen Schaar zu geben.

Die Gleichung dieser Curve, bezogen auf dasselbe Coordinatensystem, welches bei Ableitung der Gleichung I zu Grunde gelegt wurde, lautet:

$$C \equiv y^3 + y(x^2 - cx) - ux^2 = 0 \quad \text{III.}$$

Die durch vorstehende Gleichung dargestellte Curve ist identisch mit der mittelst des Punktes O als Pol erhaltenen Fusspunkts-Curve einer gewöhnlichen Parabel, deren Scheitel der Punkt A und deren Parameter gleich der Grösse u ist. Dieselbe ist auch in Fig. 4 punkirt angegeben.

Man erhält die trigonometrische Tangente des Winkels alpha, welchen die geometrische Tangente in einem beliebigen Punkte der Curve mit der positiven x-Axe einschliesst, nach der bekannten Relation:

$$tg \alpha = \frac{dy}{dx}$$

Die Gleichung III enthält y als implicite Function von x; differentiirt man nun diese Gleichung III nach x und lässt die Variable y implicit darin, so folgt:

$$\frac{dC}{dx} = 3y^2 \frac{dy}{dx} + (x^2 - cx) \frac{dy}{dx} + y(2x - c) - 2ux = 0$$

Hieraus bestimmt sich nun der Differentialquotient $\frac{dy}{dx}$ einfach zu

$$\frac{dy}{dx} = tg \alpha = \frac{-2ux + 2xy - cy}{-3y^2 - x^2 + cx}$$

Da sich für den Anfangspunkt O, der, wie früher gezeigt wurde, zugleich Doppelpunkt der Curve und deshalb von Wichtigkeit ist, dieser obige Differentialquotient unter unbestimmter Form zeigt, so thut man besser, wenn man aus Gleichung III, die in Bezug auf die Variable x nur quadratisch ist, dieses x als explicite Function von y ausdrückt und dann bei der Differentiation y als Urvariable betrachtet, was unter allen Umständen gestattet ist.

Aus Gleichung III folgt für x der Ausdruck:

$$x = y \cdot \frac{c \pm \sqrt{c^2 + 4y(u-y)}}{2(y-u)}$$

dies differentiirt, ergibt:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{c + \sqrt{c^2 + 4y(u-y)}}{2(y-u)}$$

$$+ y \frac{+2(y-u)(u-2y) - c\sqrt{c^2 + 4y(u-y)} + [c^2 + 4y(u-y)]}{2(y-u)^2 \sqrt{c^2 + 4y(u-y)}}$$

Damit ist aber auch die Tangente des Winkels alpha bestimmt, welchen die geometrische Tangente an einem beliebigen Curvenpunkte mit der positiven x-Axe einschliesst, denn es ist:

$$tg \alpha = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\left(\frac{dx}{dy}\right)}$$

Sei omega der Winkel, den die zweite Haupttangente an den Doppelpunkt O mit der x-Axe einschliesst, so erhält man die trigonometrische Tangente dieses Winkels, indem man in den obigen Ausdruck für tg alpha, die Coordinaten des Anfangspunktes O, also:

$$x = 0$$

$$y = 0$$

einsetzt; es wird alsdann:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{c+c}{-2u}$$

daraus erhält man zwei Werthe für diesen Differentialquotienten:

a) $\left(\frac{dx}{dy}\right)_1 = -\frac{c}{u}$

woraus folgt:

$$tg \omega = \frac{1}{-\frac{c}{u}} = -\frac{u}{c}$$

d. h. man erhält einfach die zweite Haupttangente an den Doppelpunkt O, indem man diesen Punkt mit dem Punkte B verbindet (Fig. 4).

b) $\left(\frac{dx}{dy}\right)_2 = 0$

d. h. dieser Werth bestätigt einfach nur das schon früher gefundene Resultat, dass die y-Axe die zweite Haupttangente ist.

Schon durch die Construction der Curve wird man darauf hingewiesen, dass die Parallele zur x-Axe im Abstände u von derselben die einzige reelle Asymptote ist, welche die Curve nach dem Criterium in Art. 4 haben kann; dies lässt sich auch ohne Schwierigkeit analytisch nachweisen.

Setzt man in Gleichung III

$$y = u$$

was die Gleichung einer Parallelen zur x-Axe im Abstände u von derselben darstellt, so folgt:

$$u^3 + ux^2 - ucx - ux^2 = 0$$

Hieraus ergibt sich:

$$x = \frac{u^2}{c}$$

Die Parallele zur x-Axe im Abstände u von derselben schneidet die Curve nur in einem einzigen endlichen Punkte; weil sie parallel zur x-Axe ist, so hat sie im Unendlichen schon einen reellen Schnittpunkt mit der Curve gemein. Da für zwei Schnittpunkte dieser Parallelen mit der Curve die Realität nachgewiesen erscheint, so muss bedingungslos auch der dritte reell sein; dies ist jedoch

nach dem obigen Resultat nur möglich, wenn dieser Schnittpunkt im Unendlichen liegt; es hat also die Parallele zur x -Axe im Abstände u von derselben mit der Curve im Unendlichen zwei Punkte gemeinsam, folglich ist sie eine Asymptote und nach 4. die einzige reelle Asymptote, welche diese Curve hat.

(Schluss folgt.)

Le Canal interocéanique à travers de l'Isthme de Panama.

Par M. J. L. Weber, ingénieur, à Paris.

(Avec une planche.)

Si l'on jette les yeux sur une mappemonde ou sur un globe terrestre, on est frappé d'un fait dont la loi échappe encore à la science. On voit, en effet, toutes les terres du globe, massées en deux vastes continents, largement séparés par deux grandes vallées océaniques entre lesquelles ne s'ouvre aucun passage. Ce sont deux mondes terrestres et deux mondes maritimes, que tout semble contraindre à séparer, sans communications possibles.

Cet état des choses, particulier à notre époque géologique, est cependant le lent résultat de tous les changements survenus pendant les époques précédentes dans la distribution des terres et des mers. On dirait qu'une intention maligne en a préparé la réalisation, juste au moment où l'homme, établissant son règne sur le globe, devait voir se heurter contre cet obstacle ses tentatives les plus hardies pour établir entre ses divers groupes ethniques des communications rapides et faciles.

L'isthme de Suez, percé d'un canal navigable à nos plus grands vaisseaux, est là pour répondre, avec les tunnels ouverts à travers les alpes, que la nature ne peut plus opposer d'impossibilités absolues, aux desseins persévérants et aux efforts collectifs de l'humanité.

Il y a un quart de siècle à peine que cette grande idée d'ouvrir un chemin nautique à travers le banc de sable de Suez, c'est-à-dire en réalité, à travers l'ancien détroit, depuis comblé, qui reliait autrefois la Méditerranée au golfe arabique, semblait encore une utopie. Un homme, pourtant, se trouva, qui en fut enthousiasmé, qui en crut la réalisation possible, qui dévoua sa vie, son activité à cette œuvre gigantesque.

Mais cette œuvre est-elle complète? Est-elle achevée? Non, ou seulement pour une de ses moitiés. L'autre reste à accomplir. Car aujourd'hui encore la grande route des grands calmes, la route des vents alizés, réguliers ou constants, se trouve interrompue par une muraille qui bien qu'étroite, reste pour le moment infranchissable; c'est la muraille de l'isthme de Panama.

Le percement de l'isthme américain abrégera de 3 000 lieues, en moyenne, la route des navires allant d'un océan à l'autre.

Le tracé général adopté par le congrès de Paris en mai 1879, dont voici la conclusion: „La Commission technique, se plaçant au point de vue pour lequel elle a été instituée, est d'avis que le Canal interocéanique devra être dirigé du golfe de Limon à la baie de Panama, et elle recommande spécialement l'établissement d'un canal maritime à niveau dans cette direction,“ a été étudié l'hiver dernier sur place par une commission technique internationale; nous n'en donnons ici pour le moment que les dispositions principales du projet avec une carte d'ensemble et une coupe géologique du Canal.

Du côté de l'Atlantique, le canal prend son point de départ dans la partie orientale du golfe de Limon par les profondeurs naturelles de 8,50 m; il traverse les marais du Mindi et se dirige vers le fleuve Chagres qu'il atteint, après deux alignements, aux environs de Gatun; il se maintient alors dans le voisinage du Chagres dont il coupe le cours sinueux en plusieurs endroits, et, au moyen de sept alignements, il arrive à Matachin, où il se sépare du Chagres qui remonte vers le nord-est.

Dans cette partie du trajet le canal traverse une seule fois la ligne du chemin de fer, à Barbacoas.

A partir de Matachin le canal s'engage dans la vallée de l'Obispo, affluent qui descend du col de la Culebra. Après avoir traversé une profonde tranchée sur une longueur d'environ de 7 700 m, le canal emprunte la vallée du Río Grande, et, après trois alignements, dé-

bouche dans le golfe de Panama, près des îles Naos et Flamenco, par les fonds de 7,30 m au-dessous des plus basses mers.

En résumé, le canal a en totalité 13 alignements reliés par des courbes qui n'ont pas moins de 3 000 m de rayon, et sa longueur totale est de 73 km.

Dans tout le parcours il est substitué aux différents cours d'eau qu'il coupe, et il doit ainsi drainer la presque totalité des eaux dans les deux vallées qu'il traverse, sur le Pacifique comme sur l'Atlantique.

La profondeur au-dessous du niveau moyen des mers variera progressivement de 8,50 m dans la baie de Limon, à 10,55 m à l'embouchure dans le Pacifique, de manière à avoir encore en ce point 7,30 m au-dessous des plus basses mers.

La largeur adoptée au plafond est de 20 m sur tout le parcours; aux deux embouchures, elle augmente progressivement jusqu'aux fonds naturels où elle est portée à 100 m.

La pente des talus est adoptée pour les berges submergées dans les parties maritimes, deux de base pour une de hauteur; dans les terrains d'alluvion, du côté de l'Atlantique, 15 de base sur 8,50 de hauteur; près du Pacifique, 15 de base sur 10 de hauteur; dans les parties rocheuses elle est de 3 de base sur 6,50 de hauteur, ce qui réduit à 32 m la largeur de la cuvette au niveau moyen des mers.

Le nombre de mètres cubes à enlever pour l'exécution du canal, divisés en trois sections, et la classification des déblais, suivant la nature des terrains et suivant leurs différentes hauteurs au-dessus et au-dessous du niveau des mers, se trouve établi dans le tableau suivant:

Cube à extraire.

Sections	Au-dessous de l'eau		
	Terres	Terrains durs	
		draguables	Roches dures
Atlantique	9 330 000	300 000	3 775 000
Culebra	"	"	3 634 000
Pacifique	2 675 000	"	377 000
Totaux partiels	12 005 000	300 000	6 786 000

Sections	Au-dessus de l'eau		
	Terres	Roches	
		demi-dures	Roches dures
Atlantique	23 710 000	825 000	3 060 000
Culebra	2 167 000	"	23 199 000
Pacifique	1 473 000	"	1 475 000
Totaux partiels	27 350 000	825 000	27 734 000
Total général	75 000 000 m ³ environ.		

Devis des dépenses.

1^o Déblais (garages compris).

a) Déblais à sec:

	m ³	fr.	Approx. fr.
Terres	27 350 000 à	2.50	68 760 000
Roches moyennement dures	825 000 à	7. —	5 775 000
Roches dures	27 734 000 à	12. —	332 808 000
Enlèvement de roches à l'aide d'épuisements	6 409 000 à	18. —	115 362 000

b) Dragages et travaux sous l'eau:

Vases et alluvions	12 005 000 à	2.50	30 500 000
Terrains durs pouvant être dragués	300 000 à	12. —	3 600 000
Enlèvement de roches sous l'eau	377 000 à	35. —	13 195 000

	570 000 000
2 ^o Barrage de Gamboa	100 000 000
3 ^o Rigoles de dérivation du Chagres, de l'Obispo et du Río-Trinidad	75 000 000
4 ^o Portes de marée sur le Pacifique	12 000 000
5 ^o Jetée dans la baie de Limon sur l'Atlantique	10 000 000
	767 000 000
6 ^o A ajouter pour imprévu, environ 10 p. 100	76 000 000
Total	843 000 000