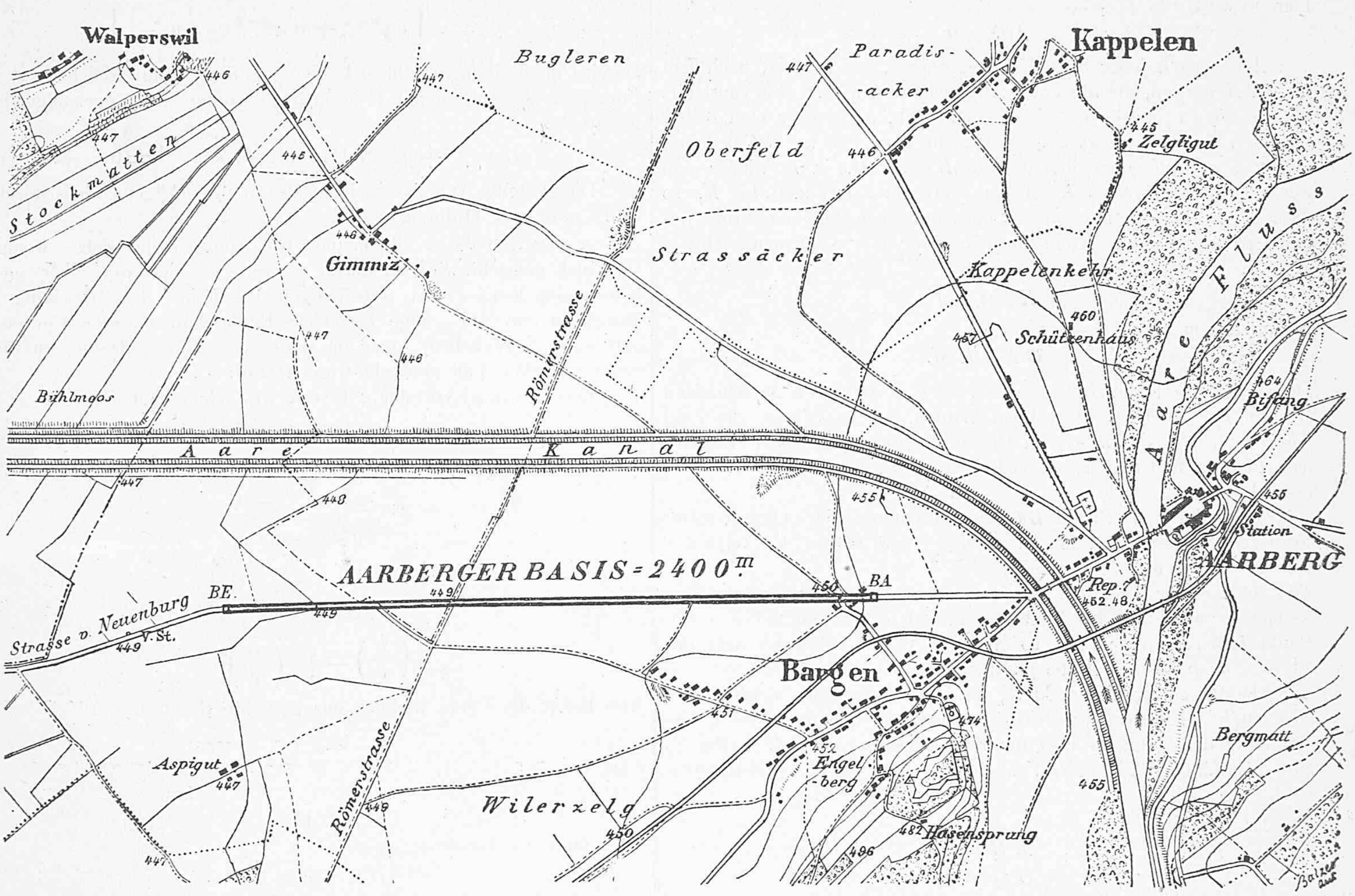
Zeitschrift: Die Eisenbahn = Le chemin de fer
Herausgeber: A. Waldner
Band: 14/15 (1881)
Heft: 5

Artikel: Versuche der Umkehrung des graphischen Potenzirens
Autor: Smreker, Oscar
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-9336



Einmessung der in der Linie errichteten Fixpunkte völlig beseitigt wurde.

Bei der Messung stehen die Stative nicht einander gegenüber, sondern die Microscopstative, welche 20 *m* höher sind als die Auflagsstative für die Messstange, stehen an den beiden Enden der Stange, die Auflagsstative bei etwa $^1/_4$ und $^3/_4$ Stangenlänge (Fig. 10). Die Messung geschieht in tragbaren Zelten, welche mit Leinwand bespannt gegen directe Sonnenstrahlen und auch gegen leichten Regen hinreichenden Schutz gewähren. Fig. 11 zeigt die Anordnung des gesammten Messapparates während der Messung. Zur gleichzeitigen Verwendung kommen vier Microscoptheodolithe, vier Auflagsdreifüsse für die Messstange, sechs grössere Holzstative für die Microscoptheodolithe, zehn kleine Holzstative für die Auflagsdreifüsse und zwei hölzerne 4 *m* lange Messschablonen. Zwei Beobachter und einige Gehülfen stellen mit Hülfe der Messschablonen sämmtliche Holzstative in der Linie, in den richtigen gegenseitigen Abständen und in der passenden Höhe auf; zwei weitere Beobachter mit ihren Gehülfen besorgen das genauere Einrichten in der Linie. Bei der Messstange selbst stehen vier Beobachter, je zwei auf jeder Seite; die ersteren zwei bringen den Null- und den Endstrich der Messstange unter die Fäden der Microscope, die andern zwei lesen die vier Thermometer und den Gradbogen ab und zwar machen die beiden letzteren Beobachter zur Controle beiderseits alle fünf Ablesungen und vergleichen sie zur Vermeidung von Schreib- und Ablesungsfehlern sofort an Ort und Stelle mit einander. Sind die Einstellungen und Ablesungen in der ersten Lage des Stabes beendigt, so ergreifen zwei Gehülfen auf Commando die Handhaben der Messstange und tragen sie vor auf die bereits fertig aufgestellten zwei folgenden Auflagerdreifüsse. Die Microscop-Theodolithe sind ebenfalls bereits an ihrem Platze, die Messstange hat sofort sehr nahe die richtige Lage und das Einstellen und Ablesen kann ohne Verzug beginnen. Die freigewordenen Apparate, Stative und Zelte werden vorgetragen, aufgestellt, eingewiesen, horizontirt u. s. f. Jeder Beobachter und jeder Gehülfe hat seine bestimmte Arbeit, die sich von Stangenlage zu Stangenlage wiederholt und eines jeden Aufgabe ist so berechnet, dass er Zeit hat sie auszuführen, ohne seinen Nachbar zu hindern und ohne die Arbeit zu verzögern. So schreitet die Messung gleichmässig fort, ruhig, stetig und rasch, geführt von den kurzen Commando-Worten der Beobachter und des Leiters der ganzen Unternehmung.

(Fortsetzung folgt.)

Versuche der Umkehrung des graphischen Potenzirens.

Von *Oscar Smreker*, Ingenieur, in Prag.

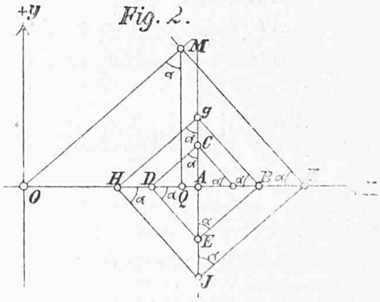
(Fortsetzung.)

3. Die Umkehrung der soeben durchgeführten Aufgabe lautet: Es sind die beiden Grössen u und c gegeben; man soll die $n$te Wurzel aus dem Verhältnisse $\left(\frac{u}{c}\right)$ oder den Ausdruck

$$\sqrt[n]{\left(\frac{u}{c}\right)}$$

graphisch construiren.

Fig. 2.



Nach dem Vorhergehenden ist bei Lösung dieser Aufgabe wie folgt zu verfahren:

Zunächst macht man in Fig. 2, analog wie in Fig. 1

$$O\,A = c,$$

hierauf wird

$$AB = u$$

von A aus nach jener Seite hin aufgetragen, auf welcher, nach dem obigen Kriterium, die $n$te Potenz abgeschnitten wird. Nun construirt man genau in derselben Reihenfolge zurück, in welcher man früher zur $n$ten Potenz gelangt ist. Man zieht also zunächst BC beliebig, errichtet in C eine Senkrechte auf BC bis D, in D wieder eine Senkrechte auf CD bis E und so fährt man fort z. B. bis K, so dass bis K die Construction der mittleren geometrischen Proportionalen $(n-3)$ mal wiederholt worden wäre; nun zieht man noch von K aus:

$$KM \perp KJ$$

und gleichzeitig von O aus:

$$OM \perp KM.$$

Diese beiden zuletzt construirten Geraden OM und KM schneiden sich im Punkte M unter rechtem Winkel, so dass jetzt die Zahl der rechten Winkel $(n-1)$ im Ganzen beträgt, woraus hervorgeht, dass hiermit die Construction nach rückwärts vollständig durchgeführt erscheint.

Wäre der erste Strahl BC seiner Richtung nach richtig gewählt worden, so müsste natürlicherweise der Punkt M auf der Verticalen vom Punkte A aus liegen; in der Regel wird dies jedoch nicht der Fall sein: es ist daher die Curve zu construiren und zu untersuchen, welche der Punkt M beschreibt, wenn sich der Strahl BC um den Punkt C herumdreht; diese so erhaltene Curve schneidet von der Verticalen im Punkte A die gesuchte $n$te Wurzel ab.

Die Gleichung dieser Curve, die jetzt aufgestellt werden soll, wird auf ein rechtwinkliges Coordinatensystem bezogen, dessen Ursprung in den Punkt O fällt und dessen positive x mit OA (Fig. 2) zusammenfällt, während OY als die positive y-Axe vorausgesetzt wird.

Es sind daher:

$$MQ = y$$
$$OQ = x$$

die Coordinaten des variablen Punktes M. α sei der Winkel, unter dem der Strahl BC gezogen wurde, der auch variabel ist.

Aus Dreieck OMQ folgt:

$$MQ^2 = OQ \cdot QK.$$

Es ist aber:

$$OQ = x$$
$$QK = OA + AK - OQ$$
$$QK = c + AK - x.$$

Wie man aus Fig. 2 ersieht, entsteht das Verhältniss $\left(\frac{AK}{AB}\right)$ einfach durch Potenziren des Verhältnisses $\left(\frac{AC}{AB}\right)$; da der rechte Winkel, wie früher nachgewiesen $(n-3)$ mal construirt wurde, so ergibt sich unter Bezugnahme auf die in 1 entwickelten Resultate:

$$\left(\frac{AK}{AB}\right) = \left(\frac{AC}{AB}\right)^{n-2}$$

Aus den beiden Dreiecken OMQ und ABC folgt:

$$AB = u$$
$$\frac{AC}{AB} = tg\,\alpha = \frac{x}{y}$$

dies eingesetzt ergibt:

$$\frac{AK}{AB} = \frac{AK}{u} = \left(\frac{x}{y}\right)^{n-2}$$

woraus:

$$AK = u\left(\frac{x}{y}\right)^{n-2}$$

Setzt man diesen Werth in die vorher aufgestellte Relation:

$$MQ^2 = OQ \cdot QK$$

ein, so erhält man:

$$y^2 = x\left[c + u\left(\frac{x}{y}\right)^{n-2} - x\right]$$

daraus folgt:

$$y^n = x\left[c\,y^{n-2} + u\,x^{n-2} - x\,y^{n-2}\right]$$

Durch Umschreibung ergibt sich hieraus als gesuchte Gleichung der Curve, die symbolisch mit C bezeichnet werden soll, der folgende Ausdruck:

$$C \equiv y^n + y^{n-2}(x^2 - c\,x) - u\,x^{n-1} = 0 \qquad \text{I.}$$

Die gestellte Aufgabe erscheint also in ihrer Allgemeinheit durch eine Curve $n$ter Ordnung gelöst.

4. Da von dieser allgemeinen Gleichung in der Folge wenig Gebrauch gemacht wird, so dürfte es genügen, hier von einer genauen, eingehenden und vollständigen Discussion der Gleichung I abzusehen und nur einige besondere Eigenschaften dieser Curvengattung hervorzuheben, zumal da später eine genaue Discussion für einen speciellen Fall gebracht werden wird.

Zunächst wird Gleichung I verificirt, indem man darin

$$x = c$$

setzt; für diesen Fall folgt aus I:

$$y^n - u\,c^{n-1} = 0$$

$$\frac{y^n}{c^n} = \frac{u}{c}$$

woraus:

$$\left(\frac{y}{c}\right) = \sqrt[n]{\left(\frac{u}{c}\right)}$$

Also liefert die Curve wirklich das gesuchte Resultat. Für

$$c = 1$$

folgt:

$$y = \sqrt{u}$$

d. h. unter der Annahme, dass

$$OA = c = 1$$

die angenommene Maasseinheit ist, schneidet die durch den Punkt M auf die oben angegebene Weise beschriebene Curve von der Senkrechten im Punkte A direct die $n$te Wurzel der gegebenen Grösse u ab.

Da die Variable x in der Gleichung I nur in der $(n-1)$ten Potenz erscheint, so sieht man, dass die x-Axe mit der Curve *einen* Punkt im Unendlichen gemeinsam hat.

Wird in Gleichung I

$$y = 0$$

gesetzt, d. h. sucht man die übrigen Schnittpunkte der Curve mit der x-Axe, so folgt:

$$u\,x^{n-1} = 0$$

Für die Schnittpunkte der Curve mit der y-Axe, erhält man, indem man in Gleichung I

$$x = 0$$

einsetzt, die folgende Relation:

$$y^n = 0$$

Aus diesen beiden Relationen ersieht man, dass der Anfangspunkt des gewählten Coordinatensystems in Bezug auf die Curve ein $(n-1)$facher Punkt ist, woran die y-Axe schon eine der $(n-1)$ Haupttangenten ist.

Je nachdem n gerade oder ungerade ist, sind von den $(n-1)$ durch den Anfangspunkt hindurchgehenden Aesten unserer Curve $(n-2)$ oder $(n-3)$ nicht reell; d. h. ist n gerade, so existirt *ein*, ist n hingegen ungerade, so existiren *zwei reelle* durch den Anfangspunkt hindurchgehende Aeste. Der Ast, an dem die y-Axe Haupttangente ist, muss selbstverständlich immer reell sein.

Stellt man die Gleichung I in homogenen Coordinaten dar, indem man

$$x = \frac{x_1}{x_3}$$

$$y = \frac{x_2}{x_3}$$

in dieselbe einsetzt, so ergibt sich:

$$C = x_2^n + x_1^2\, x_2^{n-2} - c\, x_1\, x_2^{n-2}\, x_3 - u\, x_1^{n-1}\, x_3 = 0 \quad \text{II.}$$

Diese Form der Gleichung eignet sich vorzüglich zur Aufsuchung der unendlich fernen Punkte der besprochenen Curve; man hat zu diesem Zwecke in Gleichung II einfach:

$$x_3 = 0$$

einzusetzen und erhält dann zur Bestimmung der Schnittpunkte der Curve mit der unendlich fernen Geraden die folgende Relation:

$$x_2^n + x_1^2\, x_2^{n-2} = 0$$

oder

$$x_2^{n-2}\,(x_2^2 + x_1^2) = 0.$$

Diese Gleichung ist nur dann erfüllt, wenn die beiden folgenden Relationen erfüllt sind:

$$x_2^{n-2} = 0$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 0.$$

Aus der ersten Relation ist zu ersehen, dass bei geraden n die unendlich ferne Gerade gleichzeitig Tangente an den unendlich fernen Punkt der x-Axe ist, dass die Curve also zwei unendlich ferne reelle Schnittpunkte mit der unendlich fernen Geraden gemeinsam hat.

Die zweite Relation ist identisch mit der Gleichung des unendlich fernen, imaginären Kreispunktepaares der Coordinatenebene; hieraus folgt: Sämmtliche Curven, deren Gleichungen unter den Formen I oder II enthalten sind, gehen durch das unendlich ferne imaginäre Kreispunktepaar ihrer Ebene hindurch.

Die beiden eben besprochenen Relationen kann man in eine einzige zusammenfassen, wenn man in Bezug auf n zwei Fälle unterscheidet:

a) Es sei:

$$0 < n \leqq 2.$$

In diesen Specialfällen reducirt sich die Curve auf einen Kreis und hat nur die beiden imaginären Asymptoten an die beiden unendlich fernen imaginären Kreispunkte der Ebene.

b) $$n > 2.$$

Hiebei hat die Curve stets eine reelle und $(n-1)$ imaginäre Asymptoten; ist n gerade, so ist die unendlich ferne Gerade gleichzeitig diese einzige reelle Asymptote und zwar tangirt sie den unendlich fernen Punkt der x-Axe, bei ungeradem n jedoch ist die reelle Asymptote stets eine Parallele zur x-Axe, die sich in jedem Specialfall leicht bestimmen lässt.

(Fortsetzung folgt.)

Einnahmen schweizerischer Eisenbahnen.

Laut der am Fusse unserer Zeitschrift veröffentlichten Uebersicht der Einnahmen schweizerischer Eisenbahnen betrug der approximative Gesammtertrag dieser Verkehrsanstalten im abgelaufenen Jahr **54 931 826** Franken. Hievon entfielen 53 791 501 Fr. oder 97,93 % auf die Normalbahnen und nur 1 140 325 Fr. oder 2,07 % auf die Specialbahnen. An dieser Gesammteinnahme participirte

	der Personenverkehr	der Güterverkehr	Total
b. d. Normalbahnen mit	Fr. 24 673 905 = 45,9 %	Fr. 29 117 596 = 54,1 %	100 %
„ „ Specialbahnen „	„ 932 916 = 81,8 %	„ 207 409 = 18,2 %	100 %
„ sämmtl. Bahnen „	Fr. 25 606 821 = 46,6 %	Fr. 29 325 005 = 53,4 %	100 %

Da sich die mittlere Betriebslänge in den beiden letzten Jahren nicht geändert hat, so lassen sich die absoluten Einnahmen als gleichartige Grössen einander gegenüber stellen. Es betrugen die Einnahmen sämmtlicher Bahnen aus dem

	Personenverkehr	Güterverkehr	Totalverkehr
1880	Fr. 25 606 821 = 46,6 %	Fr. 29 325 005 = 53,4 %	Fr. 54 931 826 = 100 %
1879	„ 24 536 649 = 46,3 %	„ 28 421 253 = 53,7 %	„ 52 957 902 = 100 %
mehr	Fr. 1 070 172 = 54,2 %	Fr. 903 752 = 45,8 %	Fr. 1 973 924 = 100 %

Von der gesammten Mehreinnahme im Jahr 1880, betragend 1 973 924 Fr., entfielen 1 070 172 Fr. oder 54,2 % auf den Personen- und 903 752 Fr. oder 45,8 % auf den Güterverkehr. Diese ziemlich gleichmässige Vertheilung vermochte, wie aus obiger Zusammenstellung ersehen werden kann, das Verhältniss zwischen Personen- und Güterverkehr nur unwesentlich, d. h. nur um 0,3 % zu Gunsten des ersteren zu verändern.

Es ist desshalb zum Mindesten übertrieben, wenn die unbedeutende Gesammtmehreinnahme von 3,8 %, deren sich die schweizerischen Eisenbahngesellschaften im abgelaufenen Jahre zu erfreuen hatten, beinahe ausschliesslich dem grösseren Fremdenverkehr des vergangenen Sommers zugeschrieben wird. Auch die constantere und desshalb wichtigere Quelle der Gütereinnahmen ist etwas weniger spärlich geflossen als letztes Jahr, was auf eine schwache Besserung in den Verhältnissen unserer darniederliegenden Industrie schliessen lässt. Immerhin ist nicht zu vergessen, dass die Materialbezüge zu den Bauten der Gotthardbahn einen nicht unbedeutenden Antheil zu den vermehrten Gütereinnahmen geliefert haben werden.

Gehen wir zu den kilometrischen Verhältnisszahlen über, so zeigt sich, dass das gesammte schweizerische Bahnnetz im letzten Jahre eine durchschnittliche Betriebslänge von 2 565 *km* umfasste; hievon entfallen 2 484 *km* oder 96,8 % auf die Normal- und 81 *km* oder 3,2 % auf die Specialbahnen. Es betrugen die kilometrischen Einnahmen:

in den Jahren	1880	1879	1878	1877	1876
b. d. Normalbahnen Fr.	21 665	20 879	20 789	22 578	26 530
„ „ Specialbahnen „	14 078	13 521	13 640	14 375	14 901
„ sämmtl. Bahnen „	21 416	20 646	20 599	22 330	26 128

In der zweiten Hälfte des letzten Decenniums hatte somit für die Gesammtheit der schweizerischen Eisenbahnen und für die Normalbahnen allein das Jahr 1878 und für die Specialbahnen das Jahr 1879 die ungünstigsten Ertragsverhältnisse. Gegenüber 1878 sind die kilometrischen Einnahmen für sämmtliche Bahnen um 4 % günstiger.

Zürich's Wohnungsverhältnisse.

Ueber die bei Anlass der schweizerischen Volkszählung am 1. December letzten Jahres in Zürich constatirten 128 leeren Wohnungen hat Herr Architect Alex. Koch eine höchst interessante statistische Zusammenstellung aufgenommen, die demnächst zur Veröffentlichung gelangen wird.[1]) Von den 128 leerstehend angegebenen Wohnungen hat Herr Koch 124 persönlich untersucht. Von diesen 124 Wohnungen erwiesen sich 5 als leerstehend, aber aus verschiedenen Gründen nicht disponibel und 18 als irrthümlich notirt, so dass nur noch 101 Wohnungen in Betracht kommen. Da nun ferner von diesen 101 Wohnungen 5 gar nicht öffentlich ausgeboten und 18 wegen Bauten und Reparaturarbeiten nicht bewohnbar waren, so reducirt sich, streng genommen, die Anzahl der öffentlich ausgebotenen leeren Wohnungen im Rayon der Stadt Zürich auf 82 (nämlich 78 + 4 nicht besuchte). Wird angenommen, dass die Anzahl der gezählten 5153 Haushaltungen gleich gross sei, wie die der besetzten Wohnungen, und dass am Zählungstage 110 (nämlich 82 + 18 + 5 + 5) Wohnungen leer gestanden seien, so beträgt das Verhältniss der ausgebotenen 82 Wohnungen zur Gesammtzahl 5263 (nämlich 5153 + 110 = 5263) bloss 1,56 %.

Nehmen wir jedoch die oben angegebenen 101 Wohnungen als Durchschnittszahl an, so hatten von denselben:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	Zimmer
1	12	21	27	18	12	4	4	2	Wohnungen

Wier sehen hieraus, dass ungefähr zwei Drittheile sämmtlicher leerer Wohnungen solche von drei bis fünf Zimmern (d. h. für mittelgrosse Familien bestimmt) waren.

Was den Miethzins anbetrifft, so waren im Preise von Franken:

200—400	400—600	600—800	800—1000	1000—1200	1200—1400	1400—3000
10	22	18	22	9	10	10

Wohnungen leer. Ueber 60 % der leer stehenden Wohnungen waren im Preise von 400 bis 1000 Franken, 10 % unter 400 und 30 % über 1000 Franken. — 55 Wohnungen waren in ganz alten und 46 in neueren Häusern (bis 20 Jahre alt). Als Grund des Verlassenseins wurde angegeben bei

1) Bei Lithograph Hofer in Zürich.