Zeitschrift: Die Eisenbahn = Le chemin de fer
Herausgeber: A. Waldner
Band: 14/15 (1881)
Heft: 12

Artikel: Ueber den Canalwiderstand der Voll-Turbinen
Autor: Fliegner, Albert
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-9454

Ueber den Canalwiderstand der Voll-Turbinen.*)

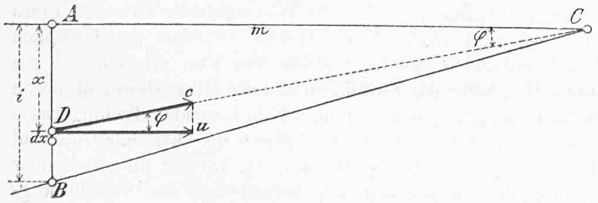
Von *Albert Fliegner*, Professor der theoretischen Maschinenlehre am eidgen. Polytechnikum in Zürich.

Die Widerstände, welche das Wasser bei seiner Bewegung durch die Canäle einer Voll-Turbine zu überwinden hat, sind schon vor einiger Zeit Gegenstand einer längeren, von mir angestellten, Versuchsreihe gewesen. Diese Versuche finden sich in der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure, Bd. XXIII, 1879, S. 459 bis 472 veröffentlicht. Aus denselben musste ich schliessen, dass die gebräuchliche Art der Einführung der Canalwiderstände in die Berechnung der Turbinen dem wirklichen Vorgange nicht entspricht. Namentlich zeigte sich die günstigste Eintrittsrichtung durchaus nicht parallel mit der Schaufeltangente an der Eintrittsseite. Die Abweichungen waren in einigen Fällen sogar sehr bedeutend, bis über 60°. Zu beiden Seiten dieser Richtung nahm der Widerstand zu, wenn auch nicht genau symmetrisch, doch so, dass man den Widerstandscoefficienten in Function der trigonometrischen Tangente des relativen Eintrittswinkels mit genügender Uebereinstimmung durch eine *Parabel* darstellen konnte. Ich habe es dort auch versucht, die gefundenen Beziehungen durch empirische Formeln darzustellen, habe aber den angegebenen Coefficienten und auch der Bauart der Formeln selbst kein zu grosses Gewicht beigelegt, weil ich die Versuche nur in sehr kleinem Maassstabe anstellen konnte und weil sich die Canäle nicht bewegten, die verschiedenen Eintrittsrichtungen vielmehr durch verschieden geneigte prismatische Einlaufcanäle erzeugt worden waren.

Unlängst wurde mir nun das Werk von *James B. Francis*: „Lowell hydraulic experiments" zugänglich. In demselben finden sich genaue Angaben über theilweise sehr umfassende Versuche an *drei* Voll-Turbinen. Dazu habe ich noch die bekannten im V. Bande (1861) der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure veröffentlichten Versuche genommen, welche *Hänel* an der von ihm construirten und nach ihm benannten Turbine in Rothenburg a. d. Saale durchgeführt hat. Andere ähnlich umfassende Versuche, deren Mittheilung auch von einer *vollständigen Zeichnung der Schaufelung der Turbine* begleitet ist, sind mir nicht bekannt. Es sind das also die einzigen Versuche, welche eine einigermassen sichere Berechnung des Canalwiderstandes gestatten. Diese Berechnung habe ich durchgeführt und dabei einige von den gewöhnlichen Angaben stark abweichende Ergebnisse gefunden.

Bei den untersuchten Radialturbinen waren die Schaufeltangenten am Austritt aus dem Leit- und Laufrade nicht parallel. Um die dadurch verursachte Contraction nicht nur abschätzen zu müssen, habe ich einen Contractionscoefficienten zu berechnen versucht. Dazu habe ich angenähert angenommen, dass in einem zur Schaufeltangente

Fig. 1.



AC, Fig. 1 und 2, normalen Querschnitte AB alle Geschwindigkeiten unter sich gleich sind, und zwar gleich c, sowie, dass alle ihre Richtungen nach demselben Punkte C convergiren. Die Länge AC ist mit m bezeichnet, die Neigung von c gegen AC mit φ. In einem Punkte D, der von A um

$$AD = x = m \tang \varphi \tag{1}$$

absteht, ist dann die zu AB senkrechte Geschwindigkeitscomponente $u = c \cos \varphi$. Wenn ferner e die zur Zeichnungsebene normale Dimension des Canals bedeutet, so strömt aus einem Flächenelement von der Breite dx eine Wassermenge aus:

$$dQ = e\, dx\, u = eic \frac{m}{i} \frac{d\varphi}{\cos\varphi}. \tag{2}$$

Dieser Ausdruck ist zu integriren von $\varphi = 0$ bis $\varphi = arctang\; i/m$. Da aber die Contraction nie stark, m also stets gross gegenüber i ist, so kann man mit genügender Genauigkeit die obere Grenze $\varphi = i/m$ setzen. Dann wird zunächst

$$Q = eic \frac{m}{i} \, lognat \, \frac{1 + tang\; i/2m}{1 - tang\; i/2m}. \tag{3}$$

Wegen des grossen Werthes von m kann man hier wieder anstatt $tang\; i/2m$ einfach $i/2m$ setzen. Multiplicirt man dann noch Zähler und Nenner unter dem *lognat* mit $1 + i/2m$, so kann man im Nenner $(i/2m)^2$ gegenüber 1 vernachlässigen und erhält in weiterer Annäherung:

$$Q = eic \frac{2m}{i} \, lognat \, \left(1 + \frac{i}{2m}\right). \tag{4}$$

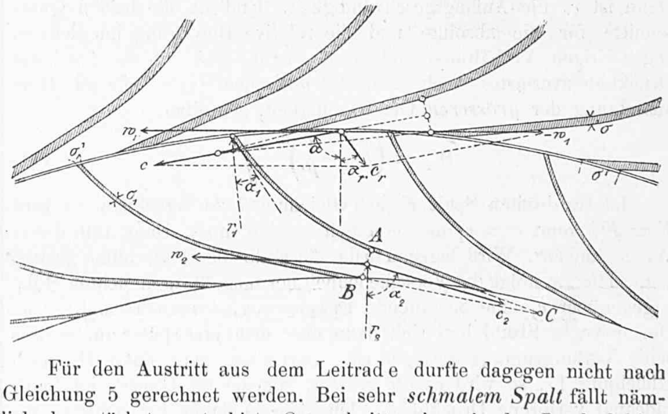
Sieht man nun c als die wirkliche mittlere constante Geschwindigkeit an, so wäre eic die Ausflussmenge ohne Contraction, und der Factor

$$\mu = \frac{2m}{i} \, lognat \, \left(1 + \frac{i}{2m}\right) \tag{5}$$

würde den *Contractionscoefficienten* vorstellen. In dieser Weise ist die Contraction beim Austritt aus dem Laufrade berücksichtigt worden. Als mittlere Richtung der Geschwindigkeit wurde die Verbindungslinie des Mittelpunktes von AB mit C in die Rechnung eingeführt.

Bei den Radialturbinen zeigte es sich noch nöthig, den Austrittsradius r_2 gleich dem Abstande dieses Mittelpunktes von der Drehaxe zu setzen. Der Versuch, r_2 gleich dem Radius nach dem äussersten Punkte der Schaufel, B, anzunehmen, ergab gelegentlich *negative* Werthe für den Widerstand im Laufradcanal. Die benutzte Anschauung ist auch jedenfalls desshalb die richtigere, weil sich der Druck des äusseren, umgebenden Wassers schon angenähert im Querschnitt AB eingestellt haben wird.

Fig. 2.



Für den Austritt aus dem Leitrade durfte dagegen nicht nach Gleichung 5 gerechnet werden. Bei sehr *schmalem Spalt* fällt nämlich der stärkst contrahirte Querschnitt schon in das Laufrad hinein. Dann dürfte es das Richtigste sein, den Austrittsquerschnitt aus dem Leitrade zu setzen gleich dem freien Umfange des Leitrades, vermindert um die Verengung durch die Schaufeln des Laufrades, und projicirt normal zu der wie vorhin bestimmten mittleren Richtung. Das gibt mit den Bezeichnungen der Fig. 2, wenn

Z die Anzahl der Schaufeln im Leitrade,

Z_1 dieselbe im Laufrade,

e die Radhöhe

bedeutet, für diesen Querschnitt bei *engem Spalt*

$$F = e\,(2\, r_1 \pi \cos \alpha - Z\sigma')\left(1 - \frac{Z_1 \sigma_1'}{2 r_1 \pi}\right). \tag{6}$$

Der letzte Factor berücksichtigt die Verengung durch die Schaufeln des Laufrades. Er ist stets nur sehr wenig kleiner als die Einheit.

Ist der *Spalt* in Folge einer Ringschütze zwischen Leit- und Laufrad sehr *breit*, und ist die Schütze, wie gewöhnlich, gut abge-

*) Im Anschluss an die von andern wissenschaftlichen Zeitschriften angenommene Schreibweise werden in Zukunft *Brüche im Text* mit schrägem Bruchstrich (a/b) gesetzt.

rundet, so kann man annehmen, dass sich die einzelnen Wasserstrahlen im Spalt hinreichend vereinigt haben, um einen Einfluss der Leitschaufeldicke unberücksichtigt lassen zu dürfen. Dann folgt aus Gleichung 6 mit $\sigma' = 0$

$$F = e\, 2 r_1 \pi \cos\alpha \left(1 - \frac{Z_1 \sigma_1'}{2 r_1 \pi}\right). \tag{7}$$

Ist die lichte Höhe des Laufrades $e_1 < e$, so ist in Gleichung 6 und 7 e_1 statt e einzusetzen.

Der Austrittsquerschnitt aus dem Laufrade ist stets:

$$F_2 = \mu_2\, e_2\, i_2\, Z_1. \tag{8}$$

In den folgenden Untersuchungen sind ausser den Bezeichnungen der Fig. 2 zunächst noch folgende benutzt:

h für das gesammte Gefälle; bei freihängenden Turbinen ist h bis zum Austritt aus dem Laufrade zu zählen;

ζ' für die Summe aller auf c reducirten Widerstandscoefficienten der Zu- und Ableitung des Wassers;

W für die im Laufrade verlorene Druckhöhe.

Dann besteht bekanntlich (s. z. B. *Redtenbacher*, Theorie und Bau der Turbinen) zwischen den Umfangsgeschwindigkeiten des Laufrades und den Wassergeschwindigkeiten folgende Gleichung:

$$\frac{c^2}{2g} + \frac{c_2^2}{2g} = \frac{c_r^2}{2g} + h - \zeta' \frac{c^2}{2g} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} + W. \tag{9}$$

Die im Laufrade verlorene Druckhöhe W setzt sich in der Weise, wie ich die Verhältnisse glaube auffassen zu müssen, im Allgemeinen aus zwei Theilen zusammen. Der eine Theil geht unmittelbar am Eintritt verloren, indem das Wasser nach dem Verlassen des Leitrades einen etwas grösseren Querschnitt vorfindet als F. Da nämlich die Schaufeln des Leitrades dann nicht mehr vorhanden sind, so ist der für die absolute Bewegung des Wassers verfügbare Querschnitt:

$$F' = e_1\, (2 r_1 \pi - Z_1 \sigma_1') \cos\alpha. \tag{10}$$

Das bewegte Wasser wird sich zwar vielleicht erst weiter innen allseitig an die Wandungen des Laufradcanals angelegt haben, es lässt sich aber nicht angeben, wo. Da die Erweiterung ausserdem nie besonders gross ist, so fällt dieser Verlust ziemlich klein aus, und es wird mit genügender Genauigkeit ein volles Anlegen schon in F' angenommen werden dürfen. Die verlorene Druckhöhe W bezieht sich auf die *Relativbewegung* des Wassers durch das Rad. Dann ist c_r die Anfangsgeschwindigkeit. Und da die beiden Querschnitte für die absolute und die relative Bewegung im gleichen gegenseitigen Verhältnisse stehen, so kann man diesen Theil des Druckhöhenverlustes nach dem *Carnot'*schen Satze, nur mit Heraussetzung der *grösseren* Geschwindigkeit, schreiben

$$W_1 = \left(1 - \frac{F}{F'}\right)^2 \frac{c_r^2}{2g}. \tag{11}$$

Ist für breiten Spalt F nach Gleichung 7 zu berechnen, so wird $F = F'$, wenn $e = e_1$ angenommen werden muss. Dann fällt dieser Widerstand fort. Wird dagegen in diesem Falle die Ringschütze gestossen, so tritt in Folge der Verschiedenheit der noch übrigen lichten Höhe e gegenüber e_1 eine bedeutende Erweiterung des Querschnittes ein. Der bewegte Strahl legt sich dann aber doch erst später an, so dass seine Verlangsamung geringer ist. Berechnet man dann W_1 nach Gleichung 11, so wird es oft grösser, als die im Ganzen im Laufradcanal verlorene Druckhöhe. Ich habe es daher für richtiger gehalten, auch bei gestossener Ringschütze $W_1 = 0$ zu setzen und das Laufrad als ein von e auf e_2 *erweitertes* anzusehen.

Der zweite, oder, wenn $W_1 = 0$ zu setzen ist, der einzige Widerstand beim Durchströmen des Laufradcanals rührt her von den Contractionen und Wiedererweiterungen des bewegten Wassers, sowie, aber im Allgemeinen nur zum kleinsten Theile, von eigentlicher Reibung an den Canalwandungen. Der dadurch hervorgerufene Druckhöhenverlust entzieht sich jeder Berechnung. Er geht nur durch einen Widerstandscoefficienten ζ einzuführen. ζ bezieht man dabei am einfachsten auf die Austrittsgeschwindigkeit c_2, so dass diese verlorene Druckhöhe wird:

$$W_2 = \zeta \frac{c_2^2}{2g}. \tag{12}$$

Der Werth von W in Gleichung 9 ist dann einfach

$$W = W_1 + W_2. \tag{13}$$

Aus Fig. 2 folgt nun die relative Eintrittsgeschwindigkeit

$$c_r^2 = c^2 + w_1^2 - 2\, c\, w_1 \sin\alpha. \tag{14}$$

Ferner verhält sich

$$w_2 : w_1 = r_2 : r_1, \tag{15}$$

und wegen der Continuität ist

$$Fc = F_2 c_2. \tag{16}$$

Setzt man die Werthe aus Gleichung 11 bis 16 in Gleichung 9 ein, so berechnet sich der *Widerstandscoefficient ζ für den eigentlichen Canalwiderstand* zu:

$$\zeta = \frac{2gh}{c_2^2} - 1 - \left[\zeta' + \left(1 - \frac{F}{F'}\right)^2\right]\left(\frac{F_2}{F}\right)^2 \tag{17}$$

$$+ \left[\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - \left(1 - \frac{F}{F'}\right)^2\right]\left(\frac{w_1}{c_2}\right)^2 - 2\left[1 - \left(1 - \frac{F}{F'}\right)^2\right] \frac{F_2}{F} \frac{w_1}{c_2} \sin\alpha.$$

In diesem Ausdrucke sind sämmtliche Dimensionen aus einer guten Zeichnung der Turbine genau oder doch, wie die Querschnitte, wenigstens mit genügender Annäherung bestimmbar. α geht auch nicht vollkommen sicher anzugeben, ein Fehler ist aber von unbedeutendem Einflusse, da α gross ist, der Sinus sich also nicht stark ändert. Der Werth von ζ' konnte dagegen nur geschätzt werden. Diese Unsicherheit beeinflusst den Werth von ζ aber nicht bedeutend, da das ζ' enthaltende Glied gegenüber einigen der übrigen Glieder gewöhnlich klein ist. Nur bei sehr starker Erweiterung kann es gross werden. Dann ist aber die ganze Rechnung auch aus einem anderen, später noch zu berührenden, Grunde weniger sicher.

Um die Abhängigkeit des Werthes ζ vom relativen Eintrittswinkel α_r besser übersehen zu können, habe ich noch die trigonometrische Tangente dieses Winkels berechnet. Sie folgt aus Fig. 2 sofort zu

$$\operatorname{tang} \alpha_r = \frac{w_1}{c \cos\alpha} - \operatorname{tang} \alpha. \tag{18}$$

So wird α_r in dem in Fig. 2 eingezeichneten Sinne positiv. Die negativen Werthe entsprechen kleineren Geschwindigkeiten der Turbine.

(Schluss folgt.)

Der Bergsturz in Elm.

Nach Mittheilungen von HH. Stadtingenieur *A. Bürkli-Ziegler* und Linthingenieur *Legler*.

Sonntags, den 11. September, zwischen 5 und 6 Uhr Abends wurde ein grosser Theil der wohlhabenden und blühenden, ca. 1000 Einwohner*) zählenden Gemeinde Elm im Canton Glarus durch einen Bergsturz verschüttet. Die in- und ausländische Tagespresse hat über diese Katastrophe, die einzig in den Zerstörungen von Plurs und Goldau ihres Gleichen findet, schon so einlässlich berichtet, dass wir uns auf die Mittheilung der hauptsächlichsten Daten beschränken können. Wir geben dieselbe auf Grundlage eigener Anschauung, sowie gewissenhafter und verlässlicher Mittheilungen von Augenzeugen.

Die Gemeinde Elm liegt in dem gegen Schwanden im Linthal sich öffnenden Sernfthal, ungefähr 14 *km* von Schwanden entfernt, an der Einmündung des Raminerbaches in den Sernft. Das Thal wird durch die vom Hausstock bis zur grossen Scheibe sich hinziehende Bergkette begrenzt, welche die Wasserscheide zwischen Linth und Rhein und zugleich auch die Grenze zwischen den Cantonen Glarus und Graubünden bildet. Südlich von Elm erheben sich als Glieder dieser Bergkette das Zwölfihorn und das Mittagshorn, als deren Ausläufer die Tschingelalp mit dem unterhalb liegenden Tschingelwald betrachtet werden können. An dem steil gegen die Ortschaft Unterthal abfallenden Abhang des Tschingelwaldes, da, wo auf untenstehender Karte „Steinbrüche" angegeben ist, befand sich das Schieferbergwerk „Plattenberg", welches von der Gemeinde Elm betrieben wurde und eine vorzügliche Qualität Schiefer lieferte. Derselbe wurde namentlich zu den Schiefertafeln der bekannten Firma A. W. Faber verwendet.

Schon geraume Zeit vor dem Unglückstage zeigten sich nun oberhalb des Plattenbergs Spalten und Risse. Das Resultat einer Untersuchung, die von Herrn Cantonsförster Seeli in Glarus unter

*) Das eigentliche Dorf Elm zählt nur 266 Einwohner.