

<b>Zeitschrift:</b>	Die Eisenbahn = Le chemin de fer
<b>Herausgeber:</b>	A. Waldner
<b>Band:</b>	14/15 (1881)
<b>Heft:</b>	16
<b>Artikel:</b>	Construction der Einsenkung einfacher Balken-Fachwerke
<b>Autor:</b>	Tetmajer, L.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-9378">https://doi.org/10.5169/seals-9378</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 15.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

I N H A L T : Erfindungsschutz. — Construction der Einsenkung einfacher Balkenfachwerke, von Herrn Professor L. Tetmajer in Zürich. — Les carrières d'Agiez et Montcherand près d'Orbe (Ct. de Vaud). — Miscellanea: Gotthardbahn; Vom Arlberg. — Literatur: Beiträge zur Critik der projektierten Abänderung des deutschen Eisenbahngüttertarifsystems.

## Erfindungsschutz.

In Nr. 88 des Winterthurer „Landbote“ vom 13. d. M. findet sich eine Petition an die h. Bundesversammlung veröffentlicht, welche nach der Versicherung des betreffenden Einsenders mit „fast verschwindender Ausnahme“ von sämtlichen „chemischen Industriellen“ der Schweiz gebilligt und unterzeichnet worden ist.

Die Eingabe bemüht sich darzuthun, dass ein Gesetz für den Schutz der Erfindungen *für die chemische Industrie* nicht wünschenswerth sei, indem derselben aus einem solchen keine Vortheile, sondern höchstens ungünstige Nachwirkungen erwachsen würden.

Die „gewichtigen Argumente, welche in's Feld geführt werden“, um den Beweis hiefür zu leisten, lassen sich wie folgt zusammenfassen :

Einem Patentgesetz könne überhaupt keine anderer Werth beigelegt werden, als der eines *Schutzes für die Erfinder*<sup>1)</sup>, dagegen habe ein solches keinen günstigen Einfluss auf den industriellen Fortschritt. Die „eigennützige“ Anregung der Patentgesetzgebung werde durch die „geistige Genügsamkeit des Monopols“ d. h. durch die Enthaltung vieler — besonders der wissenschaftlichen — Kräfte gegenüber patentirten Gegenständen paralysirt. Der wahre Erfinder sei oft schwer auszumitteln. Wer einer Erfindung den Schlussstein aufsetze und dadurch zum Patente gelange, ziehe aus allen Vorarbeiten einen ungehörlichen Vortheil. Der Erfinder müsse erhebliche Taxen und Spesen für seine Erfindung auslegen und dieselbe in peremptorischer Frist zur Ausführung bringen. Nur in Ausnahmefällen sei er Fabricant oder Capitalist, weshalb er sich, um diese Gebühren bezahlen oder allfälligen Processe die Stirne bieten zu können, „einem grossen Fabricanten in die Arme werfen müsse“ (wie rührend!), sofern er nicht vorziehe, auf das Patent zu verzichten.<sup>2)</sup> Durch den Patentschutz werde die Geheimnisskrämerei nicht beseitigt. Da nach verschiedenen Patentgesetzen nur *Herstellungsverfahren*, nicht aber Producte, patentirbar sind, so sei es unmöglich, am fertigen Producte zu constatiren, nach welchem Verfahren dasselbe hergestellt worden sei. In Folge dessen sei es möglich, dass ein Fabricant, der ein Product nach einem eigenen, nicht patentirten, weil schon „theoretisch publicirten“ Verfahren herstelle, von einem Concurrenten, der zur Herstellung *dieselben Productes* ein *anderes* Verfahren patentirt habe, durch langwierige Processe verfolgt werden könnte. Setze man nun den Fall, dass zur Herstellung eines gewissen Körpers *nur ein einziges* Verfahren existire, so habe der Patentnehmer auf dieses Verfahren eine ungeheure Macht in seinen Händen (Beispiel: Patent für künstliches Alizarin); werde ein solcher Fall auch noch auf die Nahrungsmittel ausgedehnt, so wären die Folgen für die industriellen und landwirtschaftlichen Kreise höchst verderbliche. Deshalb möge man alle Verhältnisse sorgfältig prüfen, ehe man zum Erlass eines Patentschutzgesetzes schreite, das einem bedeutenden Theil der schweizerischen Industrie keinen Nutzen, wohl aber sehr viel Nachtheil bringen würde.

Das sind im Wesentlichen die Argumente, auf welche sich die Petition stützt. Dieselben lassen sich ohne weiteres in zwei Gruppen trennen. In der einen Gruppe finden sich diejenigen Gründe vereinigt, welche einzlig vom Standpunkt der chemischen Industrie aus die Erlassung eines Patentschutzgesetzes für nachtheilig erklären, in der andern wird jedoch ganz allgemein gegen die Nützlichkeit des Erfindungsschutzes argumentirt.

Uns scheint, die Herren Vertreter der chemischen Industrie hätten besser daran gethan, wenn sie sich in ihrer Beweisführung ausschliesslich auf die Gründe der ersten Categorie gestützt hätten,

anstatt aus der Rüstkammer der Patentgegner aller Zeiten und Länder die alten verrosteten Speere hervorzuholen, mit welchen man heutzutage keinen erfolgreichen Krieg mehr führen kann. Genau die gleichen Gründe sind schon früher von allen Patentgegnern und in der Schweiz schon vor 20 Jahren speciell von den HH. Professoren Bolley und Kronauer geltend gemacht worden. Im Ausland sind diese und ähnliche Befürchtungen längst durch die Erfahrung widerlegt; in der Schweiz belustigt man sich, wie es scheint, noch damit, den alten Rossinante neuerdings zu satteln und zum Kampf gegen die Windmühlen anzusporren. Dadurch gewinnt aber die Petition den Anschein, als wolle sie sich überhaupt gegen den Schutz der Erfindungen *und gegen Alles was damit zusammenhängt* (Literar. Eigenthum, Urheberrecht an Werken der Kunst, Muster- und Modellschutz, Patentschutz für Erzeugnisse der Maschinen- und Uhrenindustrie etc.) wenden, was sie doch kaum bezeichnen will, denn es wäre höchst unbillig, wenn wegen einiger Uebelstände, die sich bei der Patentirung chemischer Verfahren zeigen können, alle andern Industrien auf den längst ersehnten Erfindungsschutz verzichten sollten.

Was die letzterwähnten Uebelstände anbetrifft, so sind wir weit entfernt, denselben *alle* Berechtigung abzusprechen. Wir glauben in unserer Zeitschrift schon wiederholt die Andeutung gemacht zu haben, dass bei der Aufstellung eines schweizerischen Patentgesetzes der chemischen Industrie ein ganz besonderer Standpunkt gewahrt bleiben müsse. Die gerügten Uebelstände bestehen namentlich bei der *deutschen* Patentgesetzgebung, an welche sich der am 15. Juli 1877 von Herrn Bundesrath Droz veröffentlichte Entwurf bekanntlich anlehnt. Es ist aber gar nicht gesagt, dass bei einer schweizerischen Patentgesetzgebung *gerade dieser Entwurf* unverändert angenommen werden soll. Von Herrn Droz selbst ist schon mehrfach in unzweideutiger Weise hervorgehoben worden, dass eine schweizerische Gesetzgebung über diese Materie noch bedeutender Studien und umfassender Erhebungen bei den Vertretern der schweizerischen Industrien bedürftig sei. *Dann* ist es die richtige Zeit für die Herren Chemiker, ihren Standpunkt mit allem Nachdruck zu wahren, und wir hegen auch die volle Ueberzeugung, dass den Bedürfnissen der chemischen Industrie von Seiten unserer Bundesbehörden *volle* Berücksichtigung geboten werde.

Jetzt aber (wo durch den Beschluss des Nationalrathes dem Erlass eines schweizerischen Patentgesetzes endlich nach mehr als 30 Jahre langem Kampfe eine Aussicht eröffnet wird und wo es sich nur noch um die Zustimmung des Ständerathes handelt, um die Sache zu befriedigendem Abschluss zu führen) wegen einiger geringfügiger und später leicht zu berücksichtigender Sonderinteressen die Ueberinstimmung der beiden Räthe zu gefährden, den Erisapfel in die Berathungen hineinzuwerfen und die Hoffnungen und Wünsche der übrigen schweizerischen Industrien zu durchkreuzen, scheint uns wenig collegialischen Sinn und wenig Aufopferungsfähigkeit für das allgemeine Wohl zu verrathen.

## Construction der Einsenkung einfacher Balkenfachwerke.

Von Herrn Professor L. Tetmajer in Zürich.  
(Mit einer Tafel.)

Zur Ermittelung der Einsenkung frei gelagerter, beliebig geformt und belasteter Balkenträger, benützt man gewöhnlich die von Prof. Mohr angegebene Methode der Construction der elastischen Linie. Die Ergebnisse derselben stimmen mit denjenigen der unmittelbaren Messung bei vollwandigen, mehrfach gegitterten oder genieteten Balkenfachwerken recht gut überein. Weniger befriedigend dürfte sich die erwartete Uebereinstimmung der Theorie und Messung bei solchen Balkenfachwerken erweisen, bei denen die Vernachlässigung der Füllungsglieder nicht unbedingt zulässig ist oder die Knoten, nach americanischer Bauart, Beweglichkeit besitzen.

Zweck dieser Zeilen ist nun, in Anschluss an die thatsächliche Wirkungsweise genannter Balkenfachwerke, eine einfache Construction der elastischen Deformation anzugeben, die in wünschbarer Genauigkeit das Maass der Lagenänderung der einzelnen Fachwerktheile liefert.

In der zweiten Auflage seiner graphischen Statik entwickelt Prof. Culmann die Grundgleichungen der elastischen Deformation einer Construction.

<sup>1)</sup> Es wird auch gar nichts Anderes verlangt.

<sup>2)</sup> Bei 30 Fr. Prüfungskosten und einer Jahrestaxe von 30 resp. 20 Fr.?

Gleichung 1):

$$\delta = \Sigma Q \frac{\Delta s}{\epsilon J}$$

liefert das Maass der Verdrehung irgend eines, mit einem Punkte  $(x_1 y_1)$  der Construction fest verbundenen Stabes.

Gleichung 2) und 3):

$$h = \Sigma Q (y - y_1) \frac{\Delta s}{\epsilon J} ; \quad k = \Sigma Q (x - x_1) \frac{\Delta s}{\epsilon J}$$

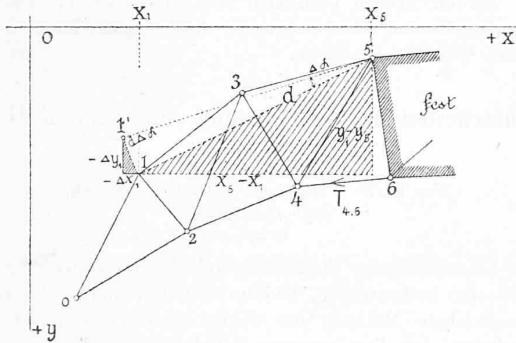
geben die Verschiebungen dieses Punktes parallel den Axen des Coordinatensystems, herrührend vom Momente  $Q$  der ausserhalb wirkenden Kräfte.

Vorstehende Gleichungen beziehen sich zunächst auf vollwandige Balkenelemente  $\Delta s$ . Gelegentlich der Ausbildung seiner bereits in weiten Kreisen benützten Bogentheorie, hat Prof. Culmann diese Gleichungen auch auf den Fall des Fachwerks ausgedehnt und Methoden zur Construction der elastischen Deformation beliebig geformter Bogenfachwerke gegeben; die Anwendung dieser Grundgleichungen zur Ermittlung der Einsenkung von Balkenfachwerken ist Gegenstand folgender Erörterung.

Zunächst wäre anzuführen, dass so lange Balkenfachwerke, also Fachwerke die ausschliesslich in verticaler Richtung reagiren, Gegenstand der Betrachtung bilden, die horizontale Verschiebung der Knoten kein Interesse bietet; sie ist in allen Fällen sehr gering und zu vernachlässigen. Wir abstrahieren daher auch von den horizontalen Lagenänderung der Fachwerknoten und bemerken, dass zu ihrer Ermittelung die anzuführende Construction unverändert dient, wofern man die Angriffsrichtung der Knotenbelastungen um  $90^\circ$  dreht.

Zur Kennzeichnung des allgemeinen Ganges der Construction der Einsenkung, denken wir ein einfaches Fachwerk beliebiger Form unter Einwirkung jener Belastung, für die die Bestimmung der Einsenkung zu erfolgen hat. Der Effect dieser Belastung besteht in spannenden oder pressenden Kräften in den einzelnen Fachwerktheilen, die elastische Längenänderungen derselben, also eine allgemeine Lagenänderung der Knoten, nach sich ziehen. Denken wir ferner, unter Festhalten der jeweilen rechtseitigen Balkenhälften (nach Culmann's Schnittmethode), die Wirkung der Längenänderung der einzelnen Fachwerktheile auf die Höhenlage der Knoten des linksseitigen Fragments successive bestimmt und die algebraische Summation der zusammengehörigen Änderungen ausgeführt, so wird das Resultat dieser Operation:

Fig. 1.



1) Die totale Änderung der Höhenlage, — und nach Zurückführen des ausgewichenen, linksseitigen Trägerendes auf sein Lager,

2) Das Maass der Einsenkung der verschiedenen Knoten des Systems, ergeben.

Die angedeutete Summation führen wir mittelst Kräfte- und Seilpolygon aus und zeigen, dass letzteres mit Umgehung der sub 1) angeführten Operation, direct das Maass der Einsenkung der einzelnen Knoten liefert.

Bevor wir zur Erläuterung des Verfahrens an einem speciellen Beispiele schreiten, dürfte es nützlich sein, das Gesetz der Deformation einer Fachwerk-Construction in Folge Längenänderung eines ihrer Theile, voraus zu senden. Zu diesem Ende stelle Fig. 1 einen Theil

eines statisch bestimmten Fachwerks dar. Alle Spannungen des Systems seien für die zu Grunde gelegte Belastung vorangehend ermittelt; es ist also auch die Spannung  $R$  im Stabe 2,4 vom Querschnitte  $F$  bekannt.

Die spezifische Inanspruchnahme des Stabes beträgt

$$\varrho = \frac{R}{F}$$

und wäre nach dem Hook'schen Gesetz seine Längenänderung:

$$\Delta l_{2,4} = \frac{\varrho}{\epsilon} \cdot l_{2,4}$$

sofern:

$l_{2,4}$  die ursprüngliche Länge des Stabes 2,4.

$\epsilon$  den Elastizitätsmodul des Materials bedeutet.

Unter Festhalten des rechtseitigen, in Fig. 1 schraffirten Balkenfragments, erhält man für die ausschliessliche Längenänderung des Stabes 2,4 die Lagenänderung des linksseitigen Balkentheiles dadurch, dass man den vom Knotenpunkte 4, mit einer Zirkelloffnung  $= l_{2,4} - \Delta l_{2,4}$  beschriebenen, unendlich kleinen Kreisbogen mit dem aus 3, mit dem Radius  $l_{2,3}$   $=$  der Stablänge 2,3 beschriebenen Kreisbogen, schneidet. Der Schnitt 2' ist der geometrische Ort des Knotens 2 nach Einwirkung der Kraft  $R$ ; 2',3 somit die geänderte Lage des Stabes 2,3. An 2',3 reiht man das System unveränderter Stäbe des linksseitigen Fragments und ersieht ohne weitere Betrachtungen, dass in Folge Längenänderung des Stabes 2,4 sämtliche Knoten des linksseitigen Balkentheiles sich um den günstigsten Momentendrehpunkt (Schnitt der beiden andern Theile) als augenblicklichen Drehmittelpunkt im positiven Sinne (entsprechend der Drehrichtung von  $R$ ) und das Maass  $\Delta \alpha$  fortbewegten.

Die Grösse des Centriwinkels liefert nach Fig. 1 die Relation:

$$\operatorname{tg} \Delta \alpha = \frac{a}{l_{2,3}} = \frac{\Delta l_{2,4}}{l_{2,3} \sin \alpha},$$

da wegen dem in Fig. 1 schraffirten rechtwinkligen Dreieck

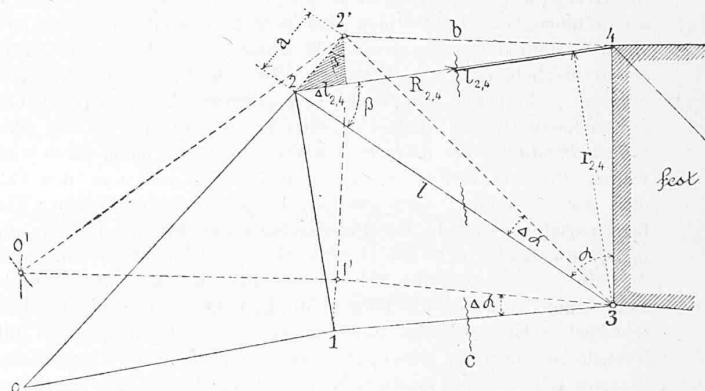
$$\Delta l_{2,4} = a \sin \alpha \text{ ist.}$$

Obiger Ausdruck schreibt sich auch in der Form:

$$\operatorname{tg} \Delta \alpha = \Delta \alpha = \frac{\Delta l_{2,4}}{r}$$

weil einerseits der Winkel  $\Delta \alpha$  sehr klein ist, anderseits  $l_{2,3} \sin \alpha = r$  den Hebelarm der Kraft  $R$  für ihren günstigsten Momentendrehpunkt bedeutet.

Fig. 2.

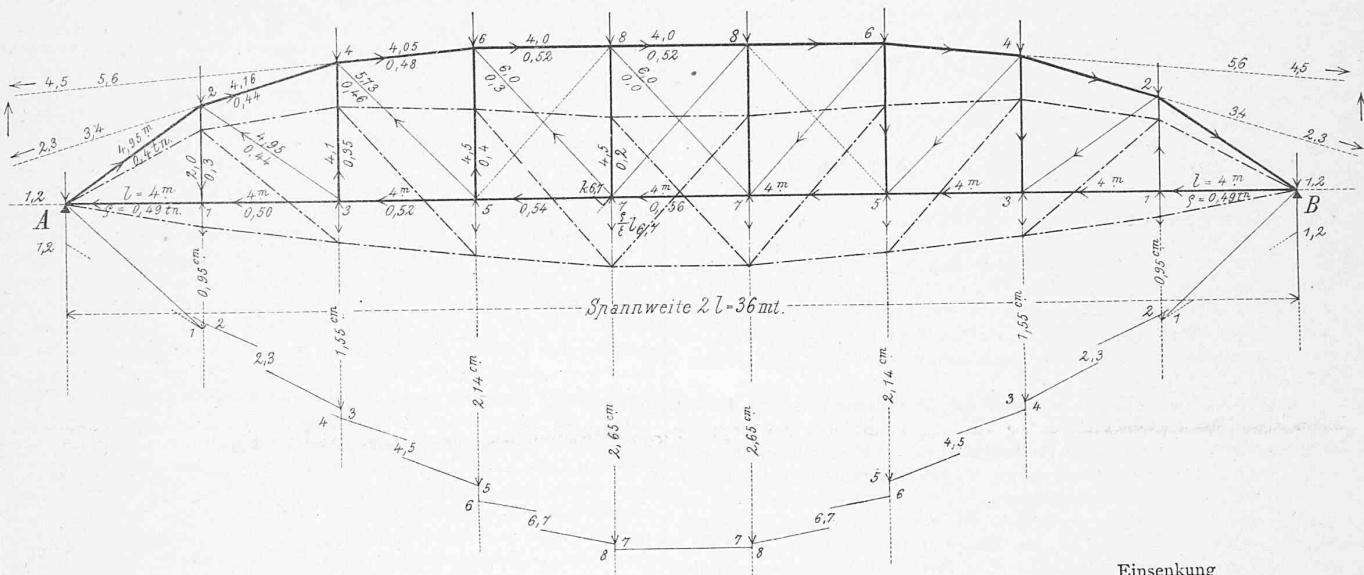


Zu gleichen Resultaten führt die Betrachtung der Wirkung der Längenänderung irgend eines andern der durch den Schnitt  $b-c$  getroffenen Constructionstheile; daher lässt sich allgemein sagen, dass: „Durch Längenänderung irgend eines Stabes eines einfachen Fachwerks jeder mit ihm fest verbundene Punkt des linksseitigen Balkenfragments um den günstigsten Momentendrehpunkt im Sinne der innern Spannung gedreht wird. Das Maass des Drehwinkels gibt der Quotient der Grösse der Längenänderung durch den Abstand des Stabes von seinem günstigsten Momentendrehpunkte.“

Obiges Gesetz gestattet nun die Lagenänderung der bewegten Knoten auszudrücken; beispielsweise wird Knoten 1 in Fig. 2 in Folge Längenänderung des Stabes 4,6 um den Momentendrehpunkt 5 als Centrum einen unendlich kleinen Kreisbogen von

## CONSTRUCTION DER EINSENKUNG

für eine symmet. Totalbelastung



Maassstab der Zeichnung

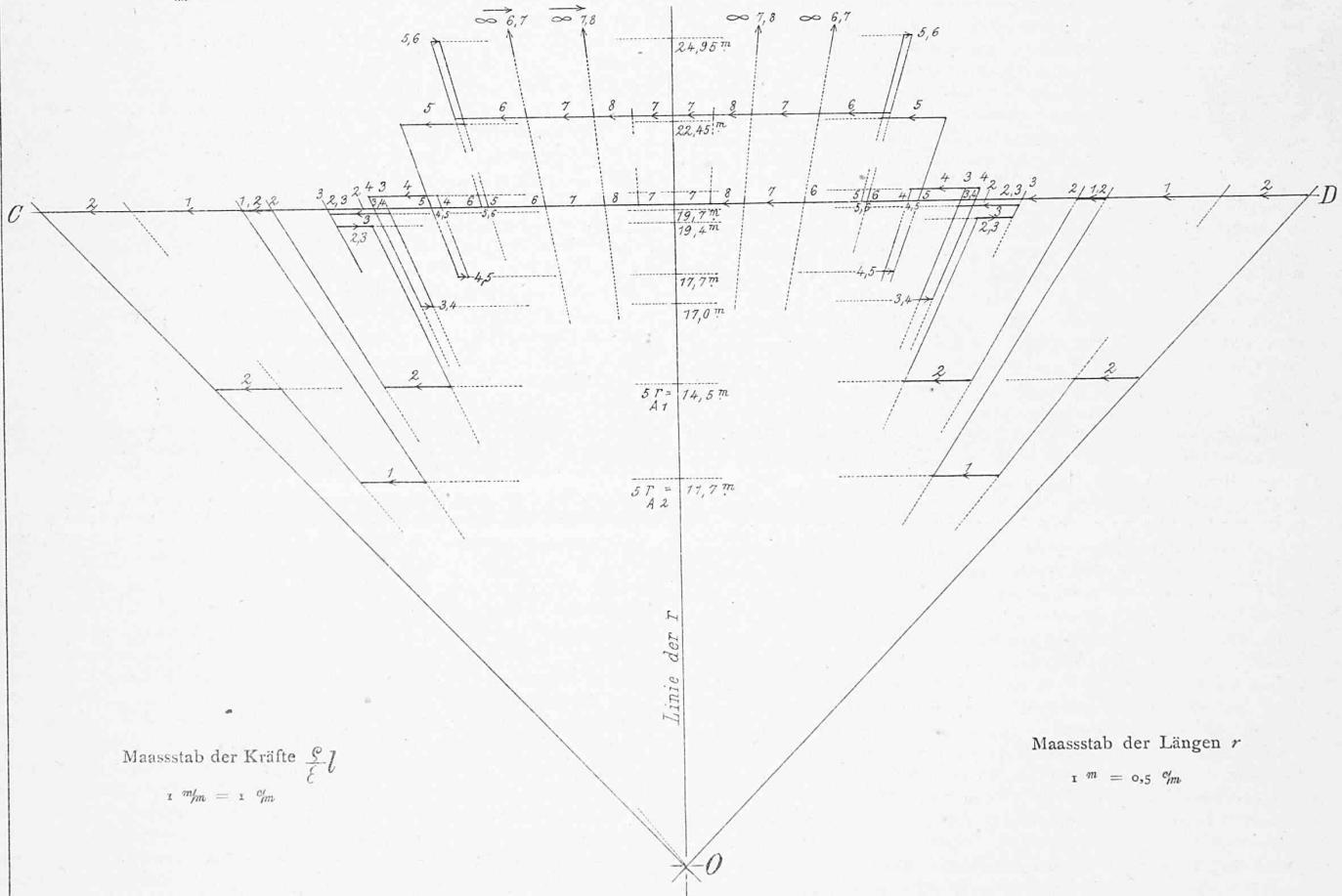
$$1 \text{ cm} = 2 \text{ m}$$

Einsenkung

doppelt natürl. Grösse

$$1 \text{ cm} = 5 \text{ mm}$$

## KRÄFTEPOLYGON

(um  $90^\circ$  gedreht)Maassstab der Kräfte  $\frac{c}{l}$ 

$$1 \text{ mm} = 1 \text{ cm}$$

Maassstab der Längen r

$$1 \text{ m} = 0,5 \text{ cm}$$

Seite / page

92(3)

leer / vide /  
blank

d.  $\Delta \alpha$ 

Länge beschreiben und nach 1' gelangen. Knotenpunkt 1 hat sich somit im Sinne der Coordinatenachsen um  $-\Delta x_1$  und  $-\Delta y_1$  bewegt, wofern  $\Delta x_1$  und  $\Delta y_1$  die Änderungen der Coordinaten  $(x_1 y_1)$  des Knotens 1 bedeuten. Man erhält ihre Grösse aus Gründen der Ähnlichkeit der in Fig. 2 schraffirten Dreiecke aus den Verhältnissen:

$$\frac{-\Delta x_2}{d \Delta \alpha} = \frac{y_5 - y_1}{d} ; \quad \frac{-\Delta y_2}{d \Delta \alpha} = \frac{(x_5 - x_1)}{d}$$

zu:

$$-\Delta x_1 = (y_5 - y_1) \Delta \alpha = (y_5 - y_1) \frac{\Delta l_{4,6}}{r_{4,6}}$$

$$-\Delta y_1 = (x_5 - x_1) \Delta \alpha = (x_5 - x_1) \frac{\Delta l_{4,6}}{r_{4,6}}$$

und mit Rücksicht auf den Werth von  $\Delta l_{4,6}$ :

$$-\Delta x_1 = (y_5 - y_1) \frac{\varrho l_{4,6}}{\varepsilon r_{4,6}}$$

$$-\Delta y_1 = (x_5 - x_1) \frac{\varrho l_{4,6}}{\varepsilon r_{4,6}}$$

Bezeichnet man allgemein mit:

$(x_d y_d)$  die Coordinaten des variablen Drehpunktes, mit  
 $(x_k y_k)$  diejenige des betrachteten, bewegten Knotens

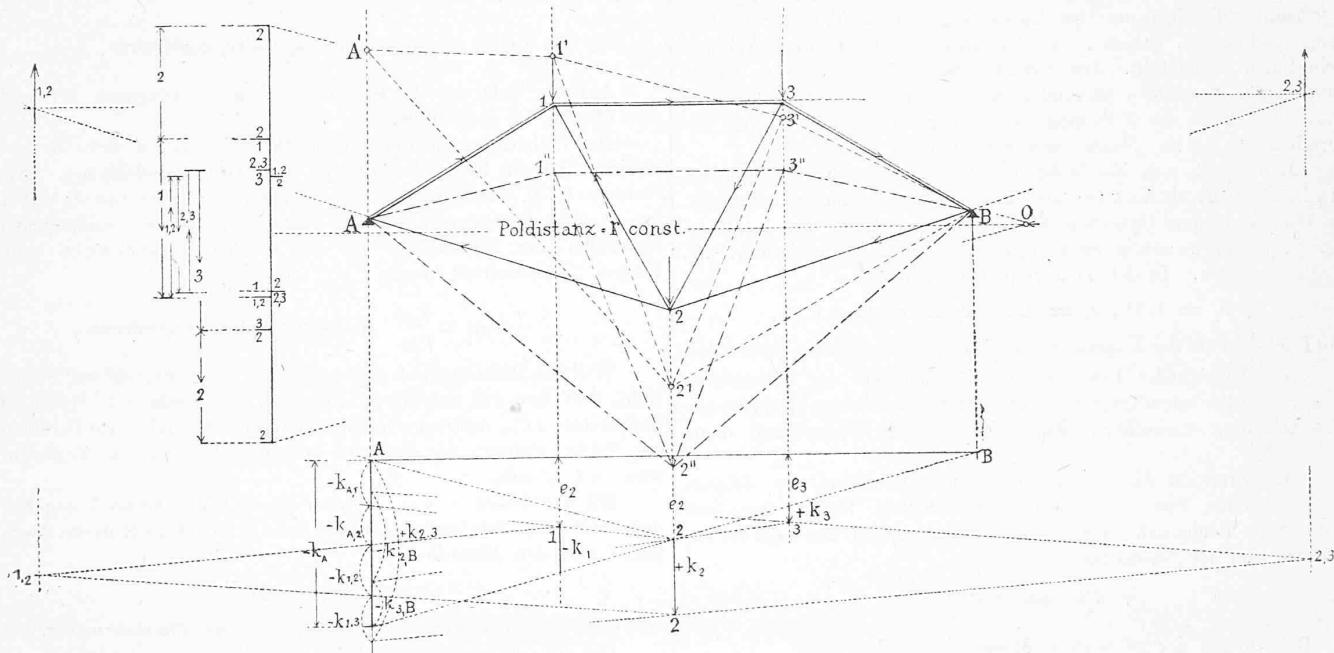
als Belastungen der respectiven, günstigsten Momentendrehpunkte verbinden. Als variable Poldistanzen des Kräftepolygon's sind die Hebelarme  $r$  einzuführen. In Uebereinstimmung mit dem Baue der Gleichung für  $\mp k$  geht als Bedingung der Construction dieser Grössen hervor, dass die genannten Belastungen *positiv*, also *abwärts* gerichtet anzunehmen sind, so oft der Drehsinn der elastischen Längenänderung, beziehungsweise die innere Spannung eines Stabes hinsichtlich des günstigsten Momentendrehpunktes, mit der Bewegung des Uhrzeigers übereinstimmt.

Zur Erklärung der hier allein in Betracht fallenden Construction der Einsenkung, diene die schematische Figur 3. Das einfache Trägersystem mit absolut beanspruchten Füllungsgliedern ist unter Einwirkung einer symmetrischen Belastung gedacht. Die Längenänderungen  $\Delta l = \frac{\varrho}{\varepsilon} l$ , also auch die Segmente der Kräftelelinie im Kräftepolygon, sind willkürlich, ebenso die Poldistanz const.  $= r$  angenommen worden.

Folgende Zusammenstellung gibt die Reihenfolge der Zusammensetzung, Grösse und Sinn der Belastungen, Hebelarme etc.

Constructions-Theil.	Momentendrehpunkt.	Belastungsgrösse.	Poldistanz.
A,1	2	$2 = + \Delta l_{A,1}$	$r_{A,1}$
A,2	1	$1 = + \Delta l_{A,2}$	$r_{A,2}$
1,2	1,2	$1,2 = - \Delta l_{1,2}$	$r_{1,2}$

Fig. 3.



und denkt die Summation der Coordinatenänderung des bewegten Knotens für die Längenänderungen aller voranliegender Fachwerktheile ausgeführt, so erhält man:

$$1) \sum \Delta x_1 = \mp h = \sum_m^n (y_d - y_k) \frac{\varrho l}{\varepsilon r}$$

$$2) \sum \Delta y_1 = \mp k = \sum_m^n (x_d - x_k) \frac{\varrho l}{\varepsilon r}.$$

Die Construction dieser Ausdrücke erfolgt in der Form:

$$\mp h = \sum_m^n (y_d - y_k) \frac{\varrho l}{\varepsilon r}$$

$$\mp k = \sum_m^n (x_d - x_k) \frac{\varrho l}{\varepsilon r}$$

durch Seilpolygone, die die Längenänderungen der Fachwerktheile

$$\Delta l = \frac{\varrho}{\varepsilon} l$$

1,3	2	$2 = + \Delta l_{1,3}$	$r_{1,3}$
2,3	2,3	$2,3 = - \Delta l_{2,3}$	$r_{2,3}$
2,B	3	$3 = + \Delta l_{2,B}$	$r_{2,B}$
3,B	2	$3 = + \Delta l_{3,B}$	$r_{3,B}$

Fig. 3 enthält nun das zugehörige Kräfte- und Seilpolygon. Hinsichtlich der Bildung des erstern verweisen wir auf das Beispiel am Schluss und bemerken, dass dasselbe als Punktgebilde aufgefasst und bezeichnet wurde; d. h. die Endpunkte jeder Strecke, die einer Kraft entspricht, tragen ihre Nummer, die überdiess mit derjenigen des Angriffspunktes, also des Momentendrehpunktes übereinstimmt.

Bei ähnlichen Ausführungen ist auf die oben angegebene Reihenfolge der Zusammensetzung der Belastungen streng zu achten und es scheint ratsam, die hier gewählte Bezeichnung beizubehalten.

Mit dem Pole  $O (r = \text{const.})$  ist das Seilpolygon mit horizontaler Schlusslinie  $A-B$  construit, dessen aufeinander folgende Seiten auf Verticalen durch die Knoten die gesuchten Segmente  $k$  mit richtigen Vorzeichen herausschneiden.

Für die Längenänderungen sämmtlicher Fachwerktheile sind in Fig. 3 die fraglichen Segmente auf der linksseitigen Auflagerverticalen

angegeben. Sie tragen als Index die Ziffer desjenigen Constructionstheils, durch dessen Längenänderung sie veranlasst sind. So gehört  $-k_{A,1}$  dem Stabe  $A,1$  an; seine Längenänderung dreht positiv um den Knoten 2, welcher als Träger der gleichnamigen Belastung

$$+2 = \frac{\varrho}{\epsilon} l_{A,1}$$

erscheint.

Von Constructionswegen ist nun das Dreieck mit der Basis 2—2 und der Spitze  $O$  des Kräftepolygons ähnlich demjenigen mit der Basis  $-k_{A,1}$  und der Spitze 2 im Seilpolygon; mithin:

$$\frac{-k_{A,1}}{x_2 - x_A} = \frac{\frac{\varrho}{\epsilon} l_{A,1}}{r}, \text{ oder:}$$

$$-k_{A,1} = (x_2 - x_A) \frac{\varrho l}{r} = (x_d - x_k) \frac{\varrho l}{r},$$

wie es sein soll.

Die algebraische Summe der  $k$  auf der linksseitigen Auflagervertikalen liefert  $-k_A$ , die verticale Gesammtverschiebung des Auflagerpunktes  $A$ . In ähnlicher Weise liefert das Seilpolygon in den Segmenten zwischen den äussersten Seilpolygonseiten und den Ecken 1, 2, 3, die Verschiebungen der übrigen, gleichnamigen Knoten des System's; sie sind in Fig. 3 kräftig ausgezogen und zur Ermittelung des deformirten Trägers  $A', 1', 2', 3', B$  von den Ecken der Originalfigur, entsprechend ihrem Sinne, auf den Knotenverticalen auf- oder abwärts abgetragen worden. Die deformirten Träger  $A', 1', 2', 3', B$  hat man schliesslich um das bisher festgehaltene Trägerende  $B$  so lange gedreht zu denken, bis der ausgewichene Endpunkt  $A'$  auf sein Lager zurückfällt. Das Resultat der Zurückführung ist der im bestimmten Maassstabe verzerrt dargestellte Träger  $A, 1'', 2'', 3'', B$ ; die Unterschiede der Höhenlage seiner Knoten gegenüber jenen der Originalfigur ist das Maass ihrer Einsenkung.

Man spart sich die Mühe der Construction der Deformation  $A', 1', 2', 3', B$ , als auch die der Zurückführung, wenn man bemerkt, dass durch letztere Operation die Knoten des Systems um das Maass der Segmente zwischen Seilpolygon und deren Schlusslinie  $A-B$ , gesenkt werden. In der That stellen die Strecken:

$$e_1 = 1, 1''; e_2 = 2, 2''; e_3 = e_2 = 3, 3''$$

mit Rücksicht auf den Maassstab, schon die gesuchten Einsenkungen dar.

Auf beiliegender Tafel ist die Construction der Einsenkung eines Schwedler'schen Trägers von 36 m Stützweite für eine symmetrische Totalbelastung ausgeführt. Zur Erklärung der Operationen diene Folgendes :

Man ermittelt die der angenommenen Belastung des Trägers entsprechenden Spannungen seiner sämmtlichen Theile, berechnet mittelst des Rechenschreibers ihre Längenänderungen und fasst sie zur Construction der Ausdrücke

$$+k = (x_d - x_k) \frac{\varrho l}{r}$$

als Belastungen der günstigsten Momentdrehpunkte auf.

$\pm \Delta l$  sind also als Kräfte, die resp.  $r$ , als variable Poldistanzen zur Construction des Kräftepolygons zu benutzen. Da es nur auf das Verhältniss  $\frac{\varrho l}{r}$  ankommt, wird man von einem

Punkte  $O$  einer beliebig gewählten Linie, auf der Tafel ist es die *verticale Linie der r*, im Massstabe der Zeichnung (Längen) die unterschiedlichen Hebelarme, oder deren beliebig vielfache ( $5r$  auf der Tafel) auftragen und in diesen Abständen, mit Rücksicht auf das Vorzeichen, die  $\Delta l$  in beliebig aber rund zu wählendem Maassstabe ansetzen. Man reiht nun von einem ersten Strahl ausgehend in der Reihenfolge Belastungen

$$2, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4 \text{ etc.}$$

Verhältniss an Verhältniss und erhält so das eigentliche Kräftepolygon.

In den meisten Fällen, namentlich wenn die Strahlen des Kräftepolygons mit der Kräferichtung scharfe Schnitte geben, wird man die Projectionen der  $\Delta l$  von  $O$  auf eine beliebige, der Kräferichtung entsprechende Linie, auf der Tafel  $CD$  genannt, construire. Man ist dann nicht mehr auf den Punkt  $O$  beschränkt, sondern kann nach Massgabe der Güte der Schnitte,  $O$  auf einer zu  $CD$

durch  $O$  geführten Parallelen entsprechend verlegen und die Projectionen der Kräfte scharf bestimmen. Mit  $O$  als gemeinsamem Pol wird nun das Seilpolygon construit, welches jenem der Textfigur 3 entspricht. Auf der Tafel ist die Lage des fraglichen Seilpolygons derart gewählt, dass der horizontale Zugbaum des Trägers zur Schlusslinie wird. Die Construction des Seilpolygons bietet bis auf die Felder mit parallelen Streckbäumen nichts Bemerkenswerthes. Für die Füllungsglieder dieser Felder ist in Gleichung  $\mp k$

$$x_d = \infty = x_\infty$$

$$r = \infty = x_\infty;$$

somit geht fragliche Gleichung über in :

$$\mp k = \frac{x_\infty}{r_\infty} \Delta l;$$

sind die Füllungsglieder speciell *vertical*, so ist

$$x_\infty = r_\infty$$

somit die Verschiebung

$$\mp k = \Delta l.$$

Für *Parallel-Träger* oder *Trägersysteme mit Parallelfächern* wird man also nach wie vor die Knoten des Systems mit den, den Längenänderungen der gegenüberliegenden Gurtstücke entsprechenden Belastungen behaften und das Seilpolygon unter stetiger Parallelverschiebung der Seilpolygonseiten im Betrage von

$$\frac{x_\infty}{r_\infty} \cdot \Delta l \text{ für beliebig geneigte Diagonalen, oder}$$

$$\Delta l = \frac{\varrho l}{r} \text{ für verticale Füllungsglieder, construire.}$$

Auf der Tafel ist die Construction für die Diagonale 6,7 und den Pfosten 7,8 ausgeführt.

Das Seilpolygon ist von  $A$  ohne Weiteres bis zur Ecke 6 construit. Auf 6 folgt die Strebe 6,7 des Parallelfaches. Die Seelseite 6—6,7 läuft parallel mit dem Strahl  $O$  zwischen 6 und 7 des Kräftepolygons und ist mit Rücksicht auf den vorhandenen Maassstab der Einsenkung um den in der Trägeransicht beim Knoten 7 construirten Werth

$$-k_{6,7} = \frac{x_\infty}{r_\infty} \Delta l_{6,7} \text{ parallel zu verschieben.}$$

Weil die Richtung von  $x_\infty$  horizontal,  $r_\infty$  senkrecht zur Strebe steht, darf man nur auf die im Knoten 7 zur Strebe 6,7 errichtete Senkrechte  $\Delta l_{6,7}$  auftragen und durch ihren Endpunkt eine Parallele zur Strebe ziehen; das Segment auf dem horizontalen Zugbaum wird  $-k_{6,7}$  sein.

Mit der Grösse  $-k_{6,7}$  ist auch die Seilpolygonseite 7 gegeben und erhält man schliesslich auch die Ecke 8, somit die Seelseite 8—8, indem man den Abstand

$$7-8 = -k_{7,8} = \Delta l_{7,8}$$

dem gerechneten Werthe der Verlängerung des Pfostens macht.

Das so construirte Seilpolygon gibt in seinen Ordinaten die Einsenkungen der Fachwerknoten und zwar entspricht der *Maassstab* der doppelten natürlichen Grösse, weil der Maassstab der Kräfte  $\frac{\varrho l}{r}$  zu

$$1 \text{ mm} = 1 \text{ cm}$$

angenommen war und im Maassstabe der Zeichnung die fünfachen Hebelarme  $r$  aufgetragen wurden; somit ist

$$1 \text{ cm der Zeichnung} = 5 \text{ mm Einsenkung.}$$

### Les carrières d'Agiez et Montcherand près d'Orbe (Ct. de Vaud).

Monsieur le Rédacteur,

La pierre blanche de St-Paul et Tarascon ayant été beaucoup employée à Zurich ces dernières années, au Centralhof entre autres, j'ai pensé que cela intéresserait les lecteurs de votre journal d'avoir des renseignements sur une pierre similaire, et que les essais per-