Zeitschrift: Die Eisenbahn = Le chemin de fer

Band: 14/15 (1881)

Heft: 14

Inhaltsverzeichnis

Zur Cycloidentheorie des Herrn Oppikofer

(vide Nr. 6 dieses Jahrganges der „Eisenbahn").

Von *J. Wey*, Ingenieur.

(Mit einer Tafel.)

Die höhere Mathematik lehrt, dass wenn ein mathematischer Körper von einem höher gelegenen Punkte a (Fig. 2) zu einem tiefer gelegenen b hinabrollt, diess in der kürzesten Zeit geschieht wenn die Linie $a\,b$ eine gemeine Cycloide und a der Anfangspunkt derselben ist.

Legt man durch diesen Punkt a ein rechtwinkliges Coordinatensystem, bezeichnet die Axen mit x und y, den Radius des rollenden Kreises mit r und den Rollwinkel mit φ, so erhält man für einen beliebigen Punkt der Cycloide

$$x = r\,(\varphi - \sin\varphi)$$

$$y = r\,(\cos\varphi - 1)$$

durch Einführen des *arcus* aus $\cos\varphi = \frac{r+y}{r}$, woraus $\varphi = arc\cos\frac{r+y}{r}$, in die Formel für x, erhält man für x als Function von y

$$x = r\left[arc\cos\frac{r+y}{r} + \frac{1}{r}\sqrt{y\,(2\,r - y)}\right].$$

Für die Zeit, die ein solcher mathematischer Körper braucht, um von einem höheren Punkte hinabzurollen, gilt die Formel

$$T = \pi\sqrt{\frac{r}{g}}$$

wo g die Acceleration der Schwere bedeutet.

Da hierin die Höhe, von welcher der Körper herabzurollen hat, nicht figurirt, so folgt als zweites Gesetz, dass er dieselbe Zeit braucht, um nach c zu gelangen, gehe er von a, b, b_1 oder jedem beliebigen Punkte zwischen a und c aus.

Diese beiden Sätze gelten aber nur für ideelle oder mathematische Körper, bei denen ausser der Schwere keine einwirkenden variabeln Kräfte thätig, also auch keine Reibung vorhanden ist.

Wir sagen keine andern variabeln Kräfte, denn es handelt sich nur um solche. Wären dieselben constant, so würde dadurch nur die Schwere g alterirt, vermindert oder vermehrt und das Gesetz müsste dann auch noch für einen andern Himmelskörper mit einer andern Gravitation g gelten.

Sollte es möglich sein, eine cycloidenförmige Bahn und einen Körper herzustellen, für welche die Reibung null oder für alle verschiedenen Lagen des rollenden Körpers constant — nicht variabel — wäre, so hätten die obbenannten zwei Gesetze ihre volle Geltung, wie aber die Reibung mit der Lage des Körpers wechselt, muss sie alterirend auf seine Geschwindigkeit einwirken und das Gesetz gilt nicht mehr.

Aus dem zweiten der beiden angeführten Gesetze geht ohne Weiteres hervor, dass dem herabrollenden Körper eine Acceleration innewohnen muss, sonst wäre z. B. nicht möglich, dass er dieselbe Zeit brauchte, um zu c zu gelangen, ob er von a, b, b_1 ausgehe.

Vermöge der Acceleration ist die Geschwindigkeit eines z. B. von a ausgehenden Körpers, wenn er bei b, b_1 passirt, so gross, dass er dieselbe Zeit braucht, um nach c zu kommen, wie wenn er von b, b_1 . . . mit der Anfangsgeschwindigkeit Null ausgegangen wäre.

Wird nun die Acceleration z. B. durch Reibung ganz oder theilweise aufgezehrt, so kann das Gesetz nicht mehr gelten. Ein Körper könnte von b aus nicht in derselben Zeit nach c kommen, wie von b_1 . . . .

Herr Oppikofer wendet nun diese Eigenschaft der Cycloide auf fliessende Wasser, ja geschiebführende Bäche, Flüsse, Ströme an, indem er sagt: „als naturgesetzliche Curve für die Gefällsvertheilung der Flüsse hat die gemeine Cycloide die meiste Berechtigung, weil sie diejenige Linie ist, in welcher ein Körper in der kürzesten Zeit von einem höheren zu einem niedrigeren und zugleich entfernteren Punkte fällt und in welcher ein Körper stets dieselbe Zeit braucht, um den tiefsten Punkt zu erreichen, von welcher Höhe er auch zu fallen angefangen haben möge."

Bei der Prüfung dieser Behauptung handelt es sich lediglich darum, ob das fliessende Wasser sammt Geschiebe und sein Gerinne — Fluss- und Bachbette — solche mathematische Körper resp. Bahnen seien, wie dies bei Ableitung der Eigenschaften der Cycloide angenommen wurde und da muss man sich sofort sagen, dass dies in keiner Weise zutrifft. Bei dem Fliessen des Wassers wirkt nicht nur die Schwere, sondern es tritt als höchst gewichtiger Factor auch die Reibung auf. Dieselbe hängt nicht allein von der Form und Beschaffenheit des Bettes, sondern sogar von der Geschwindigkeit des Wassers ab und ist so gross, dass sie die Acceleration, die bei dem theoretischen Satze über die Cycloide die Hauptrolle spielt, consumirt.

Eine Geschwindigkeitszunahme des Wassers in Folge Herabfliessens von bedeutender Höhe findet also gar nicht statt, sondern die Geschwindigkeit ist eine gleichförmige. So fliesst in einem gleichmässigen Canal, sei er 100 oder 1000 *km* lang, das Wasser überall, zu oberst, in der Mitte, wie zu unterst, mit derselben Geschwindigkeit ab; dieselbe erleidet also keine Zunahme.

Eine Cycloide kann man sich nun in viele kleinere Strecken zerlegt denken. Auf jeder derselben fliesst das Wasser mit einer constanten Geschwindigkeit ab, langt also auf deren unteren ohne Acceleration an. Da die Gefälle von oben nach unten abnehmen, so muss auch die Geschwindigkeit stets eine kleinere statt eine grössere werden.

Es ist daher die Anwendung des für mathematische Körper und Bahnen gültigen Cycloiden-Gesetzes auf fliessende Wasser, geschiebführende Flüsse etc. völlig unrichtig und total haltlos.

Es liesse sich dies ohne alle und jede Theorie einfach an der Hand von Beobachtungen folgern. Bei sehr grossen Gefällen wird die Geschwindigkeit des Wassers stark beeinflusst, indem sich in Folge der Reaction an Sohle und Wänden etc. Sprudel bilden und dadurch Störungen im Laufe entstehen, anderntheils weil es sich in Schaum auflöst und an der Luft starken Widerstand findet.

Man würde daher weit fehlen, wenn man annähme, dass z. B. bei einem cycloidenförmigen Längenprofil das Wasser die oberste, steilste Strecke der Cycloide mit der Geschwindigkeit eines andern herabrollenden physischen, nicht mathematischen Körpers, z. B. einer Kugel, passiren würde. Während diese unten mit einer bedeutenden Acceleration ankäme, wäre dies beim Wasser nicht der Fall. Die Reibung an der Einfassung, Sohle, Wände und an der Luft liesse gar keine Geschwindigkeits-Zunahme zu und weiter abwärts in dem flachen Theil der Cycloide müsste, wie schon gesagt, die Geschwindigkeit mit der Verringerung des Gefälles abnehmen.

Es verfolgt die Natur hier, wie überall, eine treffliche Gesetzmässigkeit. Oder was würde aus unserem aus Alluvium bestehenden Flachland werden, oder besser, wie hätte dasselbe entstehen können, wenn das Wasser mit der rasenden Geschwindigkeit einer Kugel auf einer Cycloide herabstürzen würde!

Herr Oberingenieur Ganguillet hat im X. Band dieser Zeitschrift sich dahin geäussert, dass 10 *m* wohl die grösste vorkommende Geschwindigkeit des Wassers sein werde.

Wollte man Wasser in der kürzesten Zeit von a nach b führen, so müsste dies sicherlich in einem Canale mit constantem Gefälle, also auf einer Geraden geschehen und nicht auf einer Cycloide oder andern krummen Linie.

Es lässt sich dies auch aus der allgemeinen Formel für die Abflussgeschwindigkeit herleiten.

Angenommen, es habe ein Gewässer vom höher gelegenen Punkt a (Fig. 3) zu einem tieferen b zu fliessen, so erhält man für die Geschwindigkeit

$$v = c\sqrt{R\,J}$$

wo J das relative Gefälle in Promillen, R der Profilradius und c ein Coefficient bedeutet, der abhängig ist:

1. vom Querprofil resp. Profilradius,
2. von der Rauhigkeit des Bettes,
3. vom Gefälle J