

Zeitschrift: Die Eisenbahn = Le chemin de fer
Herausgeber: A. Waldner
Band: 12/13 (1880)
Heft: 10

Artikel: Beitrag zur Theorie der Fachwerke
Autor: Ritter, W.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-8525>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 11.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

eine Mächtigkeit der Scheidewand von 1,6 m., somit betrug die Differenz in der Länge $9,3 - 1,6 = 7,7$ m. Ob diese Längendifferenz, die übrigens nur 0,0005164 der ganzen Tunnellänge entspricht, durch eine in Folge der Temperaturverhältnisse im Innern bewirkte Ausdehnung der Masse entstanden, oder ob dieselbe auf die Triangulation zurückzuführen ist, werden erst später eingehende Untersuchungen zeigen können. Selbstverständlich sind die Längenverhältnisse nicht von der bedeutenden Wichtigkeit, wie dies bei den Richtungs-Verhältnissen der Fall ist, auf welche bei der Absteckung das Hauptaugenmerk gerichtet werden musste.

Beitrag zur Theorie der Fachwerke.

Von Professor W. Ritter in Riga.

(Schluss.)

2. Entwicklung der Gleichung für den Minimalzug.

Im Bisherigen war zunächst nur vom Maximum der Strebenkraft die Rede; fragen wir nun zweitens auch nach derjenigen Streckbaumform, welche das Minimum von S bewirkt.

Diese Aufgabe lässt sich mit wenig Worten lösen. Da nämlich die kleinste Spannung in der Strebe dann eintritt, wenn das Fachwerk rechts mit totaler und links mit constanter Last versehen wird, so brauchen wir in unserer bisherigen Berechnung nur t mit c zu vertauschen; da aber diese Grössen als constante anzusehen sind, so werden unsere Schlussresultate der Form nach ganz dieselben bleiben und nur bezüglich des Inhaltes eine Verwechslung der Grössen t und c aufweisen.

Nun enthält aber die Gleichung (7), welche die Form des Streckbaumes festlegt, weder t noch c , bleibt also auch für den Minimalzug ganz dieselbe. Nur der Ausdruck für k in Gleichung (6) erleidet eine kleine Aenderung; beachtet man nämlich, dass $v = t - c$ ist und vertauscht nun t mit c , so kommt

$$k = \frac{-v l - a h (t + c)}{4 h} \quad (6^*)$$

3. Entwicklung der Gleichung für nach rechts fallende Diagonalen.

Wir haben der Einfachheit halber in Figur 1 nur diejenigen Diagonalstreben eingezeichnet, die nach rechts steigen; nun kann man aber leicht auch den Fall berücksichtigen, wo die Streben die umgekehrte Richtung haben, d. h. nach rechts fallen.

Beachten wir nämlich, dass in der Gleichung (7) keine höhere Potenz von x als die zweite vorkommt und dass das Glied mit x^1 das einzige ist, welches den Factor a enthält, so folgt, dass ein Zeichenwechsel von a gleichbedeutend ist mit einem Zeichenwechsel von x ; wechselt aber x sein Zeichen, so stellt die Gleichung (7) eine Curve dar, welche in Bezug auf die y -Axe zur frühern Curve *symmetrisch* liegt. Dabei laufen immer noch die schiefen Streben nach rechts aufwärts und erleiden, wenn sonst nichts geändert wird, ihre grösste Zugspannung.

Nun hindert uns aber nichts, die neue Fachwerksform wieder umzukehren, d. h. in die ursprüngliche Form, jetzt aber mit nach rechts fallenden Streben, zurückzuführen, ohne dass in den Voraussetzungen und Formeln sich irgend etwas ändert.

Daraus folgt, dass auch für die grösste Zugspannung der fallenden Streben die Gleichung des obern Streckbaumes dieselbe bleibt und nur das Vorzeichen von a in der Gleichung (6) zu wechseln ist.

Alles Bisherige fassen wir nun kurz wie folgt zusammen:

Damit in einem Fachwerk die grösste sowohl wie kleinste Beanspruchung der schiefen Streben der Länge dieser Streben proportional sei, muss, sowohl für steigende wie fallende Streben, der obere Streckbaum gekrümmt sein nach der Gleichung

$$y = \frac{(l^2 - x^2) h}{a h x + l^2} \quad (7)$$

in welcher a eine beliebige constante Grösse bezeichnet.

Dabei berechnet sich der Factor k , mit welchem man die Strebenlänge multipliciren muss, um die Strebenkraft zu erhalten, nach folgenden Gleichungen:

Bei nach rechts *steigenden* Streben:

Für den Maximal-Zug oder den Minimal-Druck

$$k = \frac{v l - a h (t + c)}{4 h} \quad (6a)$$

Für den Minimal-Zug oder den Maximal-Druck

$$k = \frac{-v l - a h (t + c)}{4 h} \quad (6b)$$

Bei nach rechts *fallenden* Streben:

Für den Maximal-Zug oder den Minimal-Druck

$$k = \frac{v l + a h (t + c)}{4 h} \quad (6c)$$

Für den Minimal-Zug oder den Maximal-Druck

$$k = \frac{-v l + a h (t + c)}{4 h} \quad (6d)$$

4. Specialfälle.

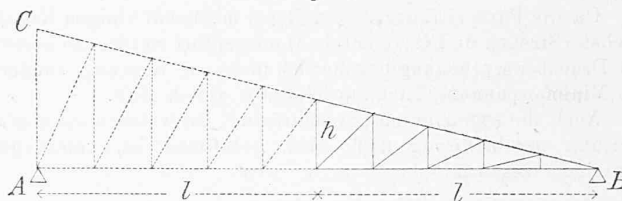
Mit Hülfe der Gleichungen (6) und (7) lassen sich nun dadurch, dass man für a bestimmte Werthe einsetzt, verschiedene Specialfälle ableiten, von welchen folgende 3 practische Bedeutung besitzen.

$$1. \text{ Fall: } a = \frac{l}{h}$$

Hieraus folgt als Streckbaumgleichung

$$y = \frac{(l - x) h}{l}$$

Fig. 4.



Der Kegelschnitt degenerirt hier in zwei gerade Linien und zwar in die Linien CA und CB, Fig. 4. Die Fachwerksform, welche wir in diesem Fall erhalten, ist (wenn man die linke Hälfte ausser Acht lässt) unter dem Namen des *englischen Dachstuhles* wohlbekannt.

Der Factor k wird mit Rücksicht auf Figur 4

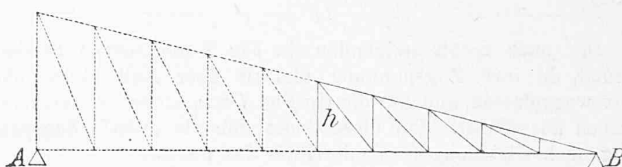
$$\text{für den Maximalzug } k = -\frac{c l}{2 h}$$

$$\text{für den Minimalzug } k = -\frac{t l}{2 h}$$

Da beide Werthe negativ sind, so folgt, dass die Diagonalen hier nur auf Druck beansprucht werden; die kleinste Druckspannung verhält sich zur grössten wie $c : t$.

Lässt man die Streben nach rechts fallen, so wird (Fig. 5)

Fig. 5.



$$\text{für den Maximalzug } k = \frac{t l}{2 h}$$

$$\text{für den Minimalzug } k = \frac{c l}{2 h}$$

Hier findet somit nur Zugbeanspruchung statt; absolut genommen sind indessen die Werthe k bei fallenden und steigenden Streben gleich gross.

(Da die Streben in Figur 4 kürzer sind als in Figur 5, so ist erstere Form, was die Streben betrifft, offenbar vortheilhafter).

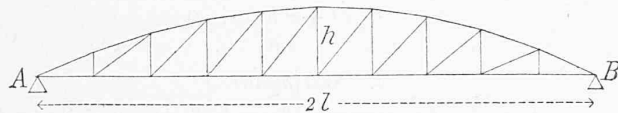
In der Regel bekommen die englischen Dachstühle einen unteren Streckbaum, der nach der Mitte hin schwach ansteigt. Wir wollen indessen diese Abweichung nicht extra untersuchen, sondern uns auf die Bemerkung beschränken, dass, wie sich ohne Schwierigkeit zeigen lässt, die Formeln hierbei ganz dieselben bleiben, sobald man nur unter h stets die Entfernung der beiden Streckbäume in der Mitte versteht.

2. Fall: $\alpha = 0$.

Diese Annahme führt zur Gleichung

$$y = \frac{(l^2 - x^2)h}{l^2}$$

also zum sogenannten *Parabelträger* (Fig. 6)



Die grösste Zugspannung der Streben findet sich, wenn man ihre Länge multiplicirt mit

$$k = \frac{vl}{4h}$$

die kleinste Zugspannung (grösste Druckspannung), wenn man die Länge der Streben multiplicirt mit

$$k = -\frac{vl}{4h}$$

Ganz dieselben Werthe erhält man für k bei fallenden Streben.

Da die Parabelträger in der Regel mit bandförmigen Kreuzstreben (Streben und Gegenstreben) ausgeführt werden, so kommt die Druckbeanspruchung bekanntlich nicht zur Wirkung, sondern die Minimalspannung ist ohne Weiteres gleich Null.

Auch die sogenannten „Sichelträger“, bei welchen die untere Gurtung parabelförmig nach oben gekrümmt ist, unterliegen denselben Gesetzen.

$$3. \text{ Fall: } \alpha = \frac{vl}{(t+c)h}$$

Nach dieser Annahme ergibt sich die Curvengleichung

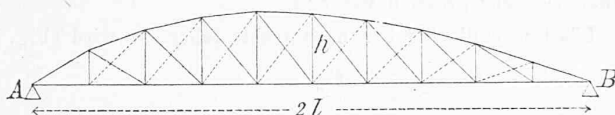
$$y = \frac{(t+c)(l^2 - x^2)h}{(vx + cl + tl)l}$$

Zur Berechnung des Maximalzuges der nach rechts steigenden Streben findet sich der Factor k nach Gleichung (6a)

$$k = 0;$$

folglich haben wir hier diejenige Fachwerksform (Fig. 7) vor uns, die schon längst unter dem Namen der *Schwedler'schen* bekannt ist.

Fig. 7.



Die nach rechts steigenden (in Fig. 7 punktirten) Streben werden, da ihre Zugspannung niemals über Null hinausgeht, ganz weggelassen und nur die (in Fig. 7 ausgezogenen) fallenden Streben ausgeführt. Für diese findet sich die grösste Zugspannung nach Gleichung (6c) mit Hülfe des Factors

$$k = \frac{vl}{2h}$$

während die kleinste Zugspannung, wie es nicht anders sein kann, ebenfalls gleich Null wird.

Beachtenswerth ist, dass k hier gerade doppelt so gross wird, als beim Parabelträger; es folgt hieraus, dass die Diagonalen des Schwedler'schen Fachwerks mehr Material erfordern, als diejenigen des parabelförmigen Fachwerks; denn, wenn auch

das doppelt so grosse k durch die um die Hälfte geringere Strebenzahl aufgewogen wird, so ist doch bei gleicher Mittelhöhe h die Länge der Streben beim Schwedlerträger durchgehend grösser als beim Parabelträger. Wenn daher bei ersterem ein kleinerer Materialaufwand erzielt wird, so kann derselbe nur in geringerer Beanspruchung der Streckbäume seinen Grund haben.

Andere Fälle als diese drei haben kaum practischen Werth; alle sonstigen Annahmen von α führen auf Hyperbeln, die weder günstige Formen, noch sonst irgendwelche Vortheile aufweisen.

Von den sonst in der Praxis vorkommenden Fachwerksformen passt, ausser den behandelten, keine mehr in unsere Schablone hinein; der Halbparabelträger z. B. ist von vornherein ausgeschlossen, da sein oberer Streckbaum nicht durch die Endpunkte des untern geht; auch ellipsenförmige Gurtungen können von die uns gestellte Bedingung nicht erfüllen, da die Gleichung (7) für constante α niemals eine Ellipse darstellen kann.

5. Nachweis der Richtigkeit der gefundenen Resultate bei endlicher Fachlänge.

Es kann unserer Untersuchung der Vorwurf gemacht werden, dass sie nur für stetig gekrümmte Streckbäume, d. h. für unendlich kleine Fachlängen gültig sei. Dass die gefundenen Resultate auch bei Fachlängen von endlicher Grösse wenigstens annähernd richtig sind, haben wir zwar oben schon gezeigt; indessen soll zum Schluss noch nachgewiesen werden, dass unsere Grundbedingung auch in diesem Fall *genau* erfüllt wird, so bald man constante Fachlänge voraussetzt und — wie dies von mehreren Autoren geschehen ist — bei der Bestimmung der Fachwerkskräfte ausschliesslich mit *ganzen* Knotenpunktsdrucken rechnet.

Indessen beschränken wir unsern Beweis auf den Fall des Zugmaximums und steigender Streben.

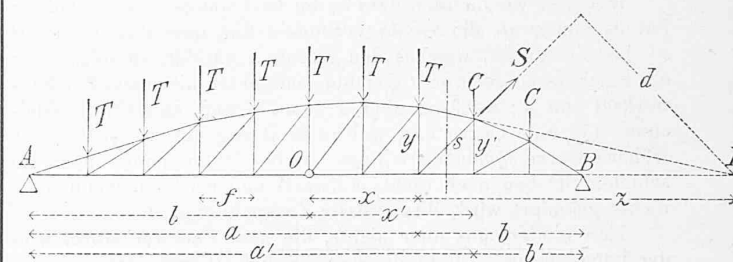
Wir nehmen an, es sei der obere Streckbaum des Fachwerks AB , Fig. 8, einer Curve von der Gleichung

$$y = \frac{(l^2 - x^2)h}{ahx + l^2} \quad (7)$$

eingeschrieben und zeigen, dass hierdurch unsere Grundbedingung erfüllt wird, d. h. dass die Strebenkraft S der Strebenlänge s proportional wird.

Die Knotenpunktsbelastungen seien links vom Schnitt $T = t \cdot f$, rechts davon $C = c \cdot f$, wobei f die Fachlänge bezeichnet.

Fig. 8.



Die Abscissen der beiden Verticalpfosten unmittelbar links und rechts vom Schnitt seien x und x' , ihre Längen y und y' ; letztere sind durch obige Gleichung (7) bestimmt; um indessen bequemer rechnen zu können, setzen wir

$$\begin{aligned} l + x &= a, \\ l - x &= b, \\ l + x' &= a', \\ l - x' &= b'; \end{aligned}$$

dann werden die beiden Pfostenlängen

$$y = \frac{ab h}{ah a - ah l + l^2} \quad (8)$$

und

$$y' = \frac{a'b' h}{ah a' - ah l + l^2} \quad (9)$$

Fasst man nun wieder, wie früher, erst die Belastung rechts vom Schnitt in's Auge, so ergibt sich eine ausserhalb wirkende Kraft im linken Auflager, deren Grösse sich berechnet, indem man sämtliche Belastungen C mit ihren resp. Entfernungen von B multiplicirt, die Producte addirt und die Summe durch die

Spannweite dividirt. Liegen nun rechts vom Schnitt beispielsweise μ ganze Fächer (in Fig. 8 ist $\mu = 2$), so findet sich die gesuchte Kraft

$$A = \frac{C(f + 2f + 3f + \dots + \mu f)}{2l}$$

$$A = \frac{\mu(1 + \mu) Cf}{4l}$$

Auf dieselbe Weise erhält man unter Berücksichtigung der links vom Schnitt wirkenden Belastung die äussere Kraft in B und die Grösse derselben, wenn links vom Schnitt ν Fächer liegen,

$$B = \frac{T(f + 2f + 3f + \dots + \nu f)}{2l}$$

$$B = \frac{\nu(1 + \nu) Tf}{4l}$$

Das Moment bezüglich D (Fig. 8) wird nun

$$\mathfrak{M} = B(z - b) - A(z + a)$$

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{4l} \{ \nu(1 + \nu) Tf(z - b) - \mu(1 + \mu) Cf(z + a) \}$$

Dieses Moment ist gleich demjenigen der Kraft S , bezogen auf D , oder

$$\mathfrak{M} = S \cdot d.$$

Setzt man wieder

$$S = k \cdot s$$

und beachtet, dass

$$s : y' = z : d,$$

so kommt

$$\mathfrak{M} = k \cdot y' \cdot z.$$

Beide Werthe von \mathfrak{M} einander gleichgesetzt und nach k aufgelöst, gibt

$$k = \frac{\nu(1 + \nu) Tf(z - b) - \mu(1 + \mu) Cf(z + a)}{4ly'z}$$

Nun ist

$$\nu = \frac{a}{f}$$

und

$$\mu = \frac{b'}{f}$$

führt man diese Werthe in die Gleichung von k ein und multiplicirt Zähler und Nenner mit f , so erhält man

$$k = \frac{a a' T(z - b) - b b' C(z + a)}{4lfy'z}$$

Die Grösse z findet sich aus der Proportion

$$z : y = z - f : y'$$

$$z = \frac{fy}{y - y'}$$

somit wird, wenn man diesen Ausdruck einführt und Zähler und Nenner mit $y - y'$ multiplicirt,

$$k = \frac{a a' T(fy - by + by') - b b' C(fy + ay - ay')}{4lf^2 y y'}$$

$$= \frac{a a' T(b y' - b' y) - b b' C(a y - a y')}{4lf^2 y y'}$$

Setzt man endlich die Werthe von y und y' aus den Gleichungen (8) und (9) ein, so folgt nach gehöriger Ausrechnung

$$k = \frac{T(l - ah) - C(l + ah)}{4fh}$$

Man sieht, dass in der That k constant, d. h. von der Lage des betreffenden Faches unabhängig ist; überdies stimmt dieser Werth ganz mit demjenigen von Gleichung (6) überein, sobald man $T = t \cdot f$, $C = c \cdot f$ und $t - c = v$ setzt.

Revue.

Revue générale des chemins de fer. Livraison de Septembre 1879.

Note sur la limitation de la vitesse des trains en égard au tracé de la voie, par M. E. Vicairé, ingénieur des mines.

Comme conclusion des considérations qu'il présente sur l'influence des pentes sur le maximum de vitesse admissible, M. Vicairé propose

l'échelle suivante basée sur une réduction de 15 km. pour 5 mm. de pente:

Pente	Maximum de vitesse
de 0,000 m. à 0,005 m.	100 km.
" 0,005 " " 0,010 "	85 "
" 0,010 " " 0,015 "	70 "
" 0,015 " " 0,020 "	55 "
" 0,020 " " 0,025 "	40 "
" 0,025 " " 0,030 "	25 "

Note sur le chauffage des voitures à voyageurs sur les chemins de fer français, par M. Personne, attaché au service du matériel et de la traction du chemin de fer de l'Ouest.

Sauf la Compagnie du Nord qui a fait des essais de chauffage avec des briquettes de combustibles agglomérés, toutes les Compagnies françaises emploient exclusivement le chauffage à l'eau chaude pour les voitures à voyageurs, mais dans les dernières années on a recherché les perfectionnements à apporter au système des chaufferettes à eau chaude, pour le rendre applicable aux voitures de toutes classes et à tous les trains de voyageurs à long parcours. M. Personne expose les diverses solutions de ce problème adoptées par les différentes Compagnies, et exposées à Paris en 1878; il en compte trois principales. Les Compagnies de Paris-Orléans, Paris-Lyon-Méditerranée, du Nord et de l'Ouest réchauffent l'eau des chaufferettes par l'injection de vapeur à haute pression; la Compagnie de l'Est a adopté le mode d'immersion des chaufferettes dans l'eau bouillante, les chaufferettes sont alors mobiles, et, pour réchauffer les chaufferettes fixes qu'elle essaie aussi en grand, elle emploie la circulation d'eau chaude au moyen d'appareils à thermo-syphon.

Dans le réchauffage par injection de vapeur, on amène les chaufferettes par un tricycle à casier sous un bâti portant un système de tuyaux pouvant se mouvoir dans le sens vertical et auquel est reliée une série de tubes distributeurs en nombre égal à celui des chaufferettes à réchauffer par opération, on abaisse le système mobile et dans chaque chaufferette, préalablement presque entièrement remplie d'eau, vient plonger un tube distributeur; on ouvre le robinet principal et en 2 ou 3 minutes l'eau est portée à 90° par la vapeur fournie par une chaudière à haute pression.

Ce procédé exige un débouchage et un bouchage des chaufferettes; la Compagnie de l'Est a construit un appareil à noria qui réchauffe les chaufferettes par immersion dans une cuve d'eau maintenue en ébullition par un jet de vapeur; la cuve est en tôle et a 4,30 m. de profondeur, elle est placée dans un puits en maçonnerie recouvert d'un plancher à niveau du sol et dans lequel sont pratiquées les ouvertures par où entrent et sortent les chaufferettes; la noria est verticale et les augets sont remplacés par des paniers recevant les chaufferettes; l'immersion dure 5 minutes et suffit pour obtenir le réchauffage complet.

La Compagnie de l'Est a en outre obtenu un brevet pour le réchauffage par circulation d'eau chaude ou appareil à thermo-syphon. Chaque voiture est munie d'une chaudière à foyer intérieur, les chaufferettes sont encastrées dans le plancher des voitures et reçoivent l'eau chaude par une canalisation partant du haut de la chaudière; une canalisation de retour sur laquelle sont branchées les chaufferettes à leur autre extrémité ramène l'eau refroidie à la chaudière où elle se réchauffe à nouveau pour recommencer le circuit. La Compagnie du Midi a seule conservé le système de réchauffage par évacuation de l'eau froide et remplissage d'eau chaude qui est le troisième des systèmes décrits par M. Personne. Le mémoire se termine par la description du chauffage avec combustibles agglomérés en essai sur la Compagnie du Nord, concurremment avec l'emploi des chaufferettes à eau; tous les systèmes décrits sont représentés par des dessins, et l'auteur incline vers l'opinion que la question du chauffage des voitures est résolue en France d'une façon assez satisfaisante pour les voyageurs et ne compliquant pas trop l'exploitation.

Electrische Beleuchtung. — Von der *Société générale d'électricité procédés Jablotchkoff* sind bis jetzt folgende Installationen erstellt worden: In Paris 29, in Frankreich 35, in Deutschland 13, in England 11, in Belgien 12, in Indien 7, in Russland 25 und in den übrigen Ländern 30, somit zusammen über 160 Installationen, von welchen einzelne aus 80 bis 100 Lampen bestehen. Etwa 30 Einrichtungen dienen zur Beleuchtung von industriellen Etablissements und eine namhafte Zahl für Bahnhöfe. Die Lebensfähigkeit dieses Beleuchtungssystems wird durch die stark zunehmende Zahl der Installationen