

**Zeitschrift:** Die Eisenbahn = Le chemin de fer  
**Herausgeber:** A. Waldner  
**Band:** 12/13 (1880)  
**Heft:** 15

## **Inhaltsverzeichnis**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 09.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

INHALT: Beitrag zur Bogentheorie. Von Dr. J. B. Gæbel, Ingenieur der hessischen Ludwigs-Eisenbahn in Mainz. Mit Zeichnungen. (Schluss). — Zur Sicherung des Eisenbahn-Betriebes. — Bericht über die Arbeiten an der Gotthardbahn im August 1880. — Revue: Nouvelle invention; Brücke bei Garabit. — Miscellanea: Concurrenz über den Entwurf einer festen Strassenbrücke über den Rhein bei Mainz; Neue Patente in Amerika. — Vereinsnachrichten: Stellenvermittlung.

## Beitrag zur Bogentheorie.

Von Dr. J. B. Gæbel, Ingenieur der hessischen Ludwigs-Eisenbahn in Mainz.

(Schluss.)

12. Wir benützen nämlich die beiden charakteristischen Punkte  $B$  und  $B'$  des Polarsystems, in Bezug auf welche sogenannte rechtwinklige Involutions harmonischer Pole und Polaren entstehen, und die gewissermassen als die Brennpunkte des durch das Polarsystem dargestellten imaginären Kegelschnitts angesehen werden können. Dieselben liegen auf der verticalen oder auf der horizontalen Polaraxe, je nachdem  $z_h > z_v$  ist.<sup>7)</sup> Der Abstand  $\eta$  derselben vom Mittelpunkt  $S$  findet sich aus der Formel

$$(22) \quad \eta = \sqrt{\pm z_h^2 + z_v^2} = \sqrt{\pm \frac{(\lambda m)^2}{3} + y_\sigma (y_\sigma - y_\sigma)}$$

worin die oberen oder unteren Zeichen zu nehmen sind, je nachdem  $z_h > z_v$ , d. h. je nachdem die Strecke  $\eta$  vertical nach oben und unten oder horizontal nach rechts und links aufzutragen ist. Eine entsprechende Regel gilt offenbar bezüglich der Abstände  $\eta'$ , welche die den Brennpunkten  $B$  und  $B'$  im Polarsystem entsprechenden Geraden (Directrixen)  $b$  und  $b'$  vom Mittelpunkte  $S$  haben. Liegen die Punkte  $B$  und  $B'$  auf der verticalen Polaraxe, so finden sich die (Vertical-) Abstände der entsprechenden Directrixen vom Mittelpunkte  $S$  aus

$$(23a) \quad \eta' = \frac{z_v^2}{\eta} = \frac{z_v^2}{\sqrt{z_h^2 + z_v^2}}$$

Liegen die Brennpunkte auf der horizontalen Polaraxe, so ergeben sich die (Horizontal-) Abstände

$$(23b) \quad \eta' = \frac{z_h^2}{\eta} = \frac{z_h^2}{\sqrt{z_h^2 + z_v^2}}$$

Die constructive Verwendbarkeit eines solchen Punktes  $B$  ist evident. Soll z. B. zu irgend einem Punkte  $Q$  im Polarsystem die entsprechende Gerade  $q$  gefunden werden, so liefert die zum Strahl  $BQ$  im Punkte  $B$  Normale, durch ihren Schnittpunkt  $V$  mit der betreffenden Directrix  $b$  bereits einen Punkt der Geraden  $q$ . Die Anwendung der beiden Punkte  $B$  führt also ebenfalls zur vollständigen Lösung.

Die im Vorhergehenden skizzierte Rechnungsmethode soll nunmehr am Beispiel eines bestimmten symmetrischen Polygons practisch durchgeführt werden.

Der Deutlichkeit wegen wurde (Fig. 5) ein Polygon von nur sechs Seiten<sup>8)</sup> gewählt; man wird jedoch finden, dass auch bei einer grossen Anzahl von Polygonseiten die benötigten Widerlagerreactionen ohne Schwierigkeit und verhältnissmässig rasch ermittelt werden können.

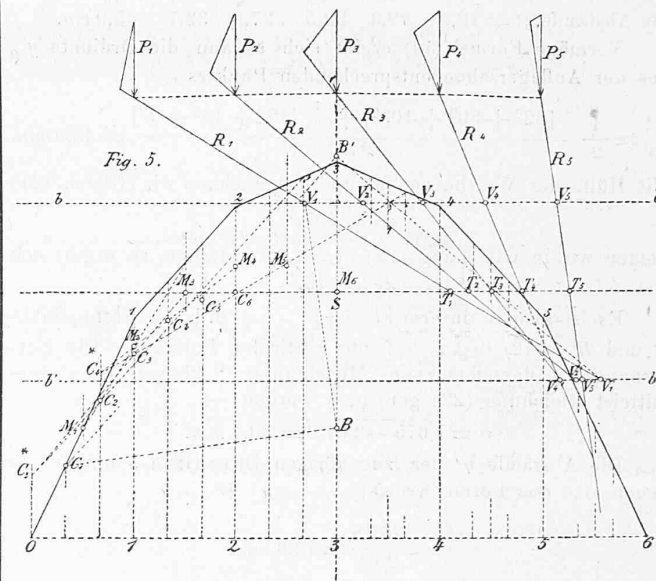
In der Figur beträgt die Längeneinheit  $\lambda$  (der Bogen kann in beliebigen Längen- und Höhenmassstäben gezeichnet sein) 15 mm. Ferner wurden angenommen

$$y_1 = y_5 = 32 \text{ mm}, y_2 = y_4 = 48 \text{ mm}, y_3 = 55 \text{ mm}.$$

7) Auf Seite 84 in letzter Nummer ist statt  $z_h$  und  $z_v$  überall  $z_h$  und  $z_v$ , ebenso ist auf gleicher Seite, Spalte 1 Seite 20 von unten,  $z_h$  anstatt  $z_v$  zu lesen.

8) In den practischen Fällen kann von dem Einflusse der Unstetigkeitsstellen (Eckpunkte) einer solchen Trägeraxe jedenfalls abgesehen werden.

Den in den §§ 4 und 5 angeführten Relationen gemäss wird man damit beginnen, jede der einzelnen Theilstrecken  $\lambda$  nochmals in zwei und in drei gleiche Theile zu theilen.



Auf den Theilverticalen  $x = \frac{i\lambda}{2}$  ( $i = 1 \dots 6$ ) liegen die Momentancentra  $(0, i)^*$ , welche ebenso leicht graphisch (§ 10) wie rechnerisch (Gleich. 10) erhalten werden können. Rechnend wird man in jedem Falle (eventuell zur Controle der graphischen Ermittlungen) den Mittelpunkt  $S$  (Gleich. 11) bestimmen. Die Momentancentra  $(0, i)^*$  sind mit  $M_i$  bezeichnet.

Auf den Theilverticalen  $x = \frac{i\lambda}{3}$  ( $i = 1 \dots 6$ ) liegen die Momentancentra  $(0, i)$ , deren Bestimmungsweise in § 9 erläutert ist und welche die Bezeichnungen  $C_i$  tragen.

Da bei symmetrischem Bogen die „Schnittlinie der Kräfte“ gleichfalls eine symmetrische Curve ist, so braucht man zur Construction der Widerlagerreactionen nur die Momentancentra  $(0, i)$  von  $i = 1$  bis  $i = m$ . Es wurden jedoch in der Figur, um ein Bild der „Curven der Momentancentra“ zu geben, die sämtlichen Punkte  $M_i$  und  $C_i$  bestimmt. Für Bogenstücke  $(0, i)$  von symmetrisch gelegenen Endpunkten  $i$  resultiren Momentancentra, die nicht unabhängig von einander sein können. Man findet in dieser Hinsicht leicht, dass die Abstände zweier solcher Momentancentra  $M_i$  und  $M_{2m-i}$  von der horizontalen Polaraxe sich umgekehrt verhalten wie die Zahlen  $i$  und  $2m-i$  und dass die Abstände zweier solchen Momentancentra  $C_i$  und  $C_{2m-i}$  von der horizontalen Polaraxe sich umgekehrt verhalten wie die Quadrate jener Zahlen. Je zwei solcher Momentancentra  $M_i$  liegen auf entgegengesetzten Seiten, alle Momentancentra  $C_i$  auf der gleichen Seite der horizontalen Polaraxe.<sup>9)</sup>

Es soll nun zunächst die Ordinate  $y_\sigma$  des Mittelpunktes  $S$ , d. h. die Ordinate der Punkte  $M_6$  und  $M_3$  berechnet werden. Durch Einführung der gegebenen Zahlenwerthe in Formel (11) erhält man

$$y_\sigma = \frac{2.32 + 2.48 + 55}{2.3} = \frac{215}{6} = 35.8 \text{ mm}.$$

Die Lage der horizontalen Polaraxe ist hierdurch vollständig bestimmt. Die auf derselben liegenden Punkte  $T_1$  der Widerlagerreactionen  $R_i$  können demnach mittelst Gleichung (20) schon an dieser Stelle gefunden werden. Setzen wir in dieser Gleichung  $\lambda = 15$ ,  $m = 3$ , so ergibt sich

$$\xi' = \frac{135}{9 - i}$$

9) Etwas abweichend von der üblichen Terminologie sind in der vorliegenden Arbeit als „auf ein Bogenstück wirkende (äussere) Kräfte“ kurz die ausserhalb des unbeweglich gedachten (linken) Endquerschnitts des betreffenden Bogenstücks angreifenden Kräfte bezeichnet, was jedoch zu Missverständnissen kaum Veranlassung gegeben haben dürfte.