Zeitschrift: Die Eisenbahn = Le chemin de fer

Herausgeber: A. Waldner

Band: 12/13 (1880)

Heft: 14

Inhaltsverzeichnis

INHALT: Beitrag zur Bogentheorie. Von Dr. J. B. Gœbel, Ingenieur der hessischen Ludwigs-Eisenbahn in Mainz. Mit Zeichnungen. (Fortsetzung.) — Synagoge in St. Gallen. Von Chiodera & Tschudy, Architecten in Zürich. — Schweizerisches Eisenbahnwesen. — Revue: Die Vollendung des Strassburger Münsters; Durée des traverses des chemins de fer; Messung der Torsionsbeanspruchung von Triebwellen mittelst des Telepons. — Miscellanea: Oeffentliche Gebäude in Paris; Die Krupp'schen Werke in Essen; Schiffbau; Ausstellungen; Telephon-Einrichtungen; Zunahme der Production von Rohstoffen während der letzten hundert Jahre; Zur Bremsfrage. — Vereinsnachrichten: Schweizerischer Ingenieur- und Architectenverein; Section Waldstätte. — Einnahmen Schweizerischer Eisenbahnen.

Beitrag zur Bogentheorie.

Von Dr. *J. B. Gœbel*, Ingenieur der hessischen Ludwigs-Eisenbahn in Mainz.

(Fortsetzung.)

9. Auch die Ordinaten der Momentancentra $(0, n)\, n$ (das Symbol ist hier wieder in seiner gewöhnlichen Bedeutung aufzufassen) können mittelst der leicht nachweisbaren [Gl. (5) und (6)] Formel erhalten werden

$$(15) \qquad y_{(0,n)\,n} = \frac{-y_n + 3 \sum_{i=1}^{i=n} [2(n-i)+1](y_{i-1} + y_i)}{6n^2}$$

Da wir jedoch hier vorzugsweise die graphische Behandlungsweise unserer Aufgabe im Auge haben, so soll nunmehr eine Methode erläutert werden, wie mit Hülfe des als gegeben zu betrachtenden Momentancentrums $(0, n-1)\, n-1$ das Momentancentrum $(0, n)\, n$ graphisch ermittelt werden kann. Durch Anwendung derselben können dann, da das Momentancentrum $(0, 1)\, 1$ unmittelbar bekannt ist (§ 5), die übrigen Momentancentra $(0, n)\, n$ ebenfalls angegeben werden.

Als bekannt kann das leicht auffindbare (§§ 7 u. 10) Momentancentrum $(0, n)^*$ vorausgesetzt werden, welches wir kürzer mit M_n bezeichnen wollen. Ferner sind von vorneherein die Verticalen $\left(x = \frac{\lambda n}{3} \text{ und } x = \frac{\lambda (n-1)}{3}\right)$ gegeben, auf welchen die Momentancentra $(0, n)\, n$ und $(0, n-1)\, n-1$ liegen (§ 5). Die letzteren sollen abkürzungsweise als C_n und C_{n-1} bezeichnet werden.

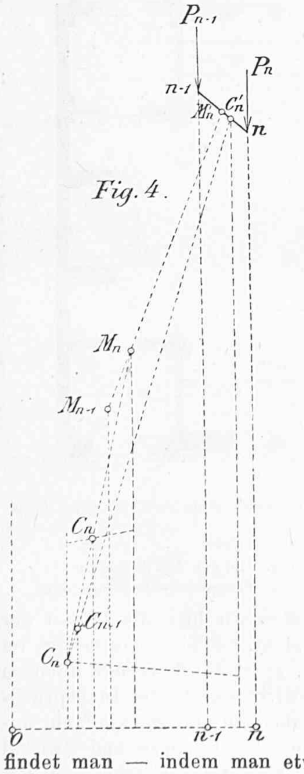

Fig. 4.

In Fig. 4 ist der Punkt 0 als „linker Bogenendpunkt" zu betrachten. Es wurde dort nicht das ganze Bogenstück $(0, n)$, sondern nur die Polygonseite $(n-1, n)$, deren Lage bei dieser Untersuchung allein von Interesse ist, gezeichnet, und zwar ist $(n-1, n)$ als „fünfte Polygonseite" gewählt.

Von Wichtigkeit ist nun die Ermittelung des Momentancentrums $(0, n)\, n-1$, welches mit C_n^* bezeichnet werden soll. Die Rotation $(0, n)\, n-1$ setzt sich offenbar zusammen aus den Rotationen $(0, n-1)\, n-1$ und $(n-1, n)\, n-1$.

Das Momentancentrum $(n-1, n)\, n-1$, welches wir mit C'_n bezeichnen, liegt auf der Verticalen $x = \lambda n - \frac{\lambda}{3} = \frac{\lambda}{3}(3n-1)$ (§ 5). Die (horizontal gemessene) Entfernung der Momentancentra C_{n-1} und C'_n ist $\frac{2}{3} n$. Bezeichnet nun $C_{n-1}\, C_n^*$ den horizontal gemessenen Abstand des Momentancentrums C_n^* von C_{n-1}, so findet man — indem man etwa bezüglich der Verticalen C_{n-1} das Moment der Rotation $(0, n)\, n-1$ gleich der Summe der Momente der Rotationen $(0, n-1)\, n-1$ und $(n-1, n)\, n-1$ setzt — unter Berücksichtigung, dass die Amplituden der drei Rotationen den Zahlen $(n-1)^2 - 1$, $(n-1)^2$ und -1 resp. proportional sind,

$$(16) \qquad C_{n-1}\, C_n^* = -\frac{2\lambda}{3(n-2)}$$

Setzt man $\lambda = 1$, so erhält man für

$n =$	2	3	4	5	6	7	8
$C_n^*\, C_{n-1} =$	∞	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{9}$

In ähnlicher Weise ergibt sich auch die Relation

$$(17 \qquad \frac{C_{n-1}\, C_n^*}{C'_n\, C_n^*} = \frac{1}{(n-1)^2}$$

Ferner ist, da (der Horizontalabstand)

$$C_n^*\, C_n = C_n^*\, C_{n-1} + C_{n-1}\, C_n = \frac{2\lambda}{3(n-2)} + \frac{\lambda}{3}$$

$$C_n^*\, C_n = \frac{n\lambda}{3(n-2)}$$

Da nun offenbar $C_n\, M_n = \frac{\lambda n}{6}$ so ergibt sich schliesslich

$$(18) \qquad \frac{C_n M_n}{C_n^*\, C_n'} = \frac{n-2}{2}$$

Es erübrigt noch zu zeigen, wie mit Hülfe der so gewonnenen Relationen bei gegebenem Punkt C_{n-1} der Punkt C_n^* und mit diesem der Punkt C_n graphisch sehr genau bestimmt werden kann. Für das Beispiel unserer Figur ist, wie erwähnt, $n = 5$, $C_{n-1}\, C_n^*$ also gleich $-\frac{2}{9}\lambda$ zu setzen, d. h. der Punkt C_n^* liegt auf einer Verticalen, deren Abstand von der Verticalen C_{n-1} (im Sinne der abnehmenden Abscissen von C_{n-1} aus gemessen) $^2/_9$ der Längeneinheit beträgt. Ausserdem muss C_n^* auf der Verbindungslinie der Momentancentra C_{n-1} und C_n (der componirenden Rotationen) liegen, ist also bereits bestimmt.

Es kommt nun zuweilen vor, dass, wie in Fig. 4, die Gerade $C_{n-1}\, C_n'$ und die durch C_n^* gehende Verticale sich unter sehr schiefen Winkeln schneiden. Für diesen Fall dient uns die Relation (17). Trägt man etwa vom Punkte C_{n-1} aus vertical abwärts eine passend zu wählende Strecke auf (in der Figur misst diese Strecke 5 *mm*), so ist vom Punkte C_n' aus vertical abwärts das $(n-1)^2$ fache jener Strecke (in der Figur 80 *mm*) aufzutragen. Die Verbindungslinie der so auf den durch C_{n-1}, resp. C_n' gehenden Verticalen erhaltenen Punkte muss durch C_n^* gehen.

Die Verbindungslinie der Punkte C_n^* und M_n schneidet nunmehr die Verticale $x = \frac{\lambda n}{3}$ in dem gesuchten Punkte C_n. Zu allenfalls erforderlicher genauerer Bestimmung kann hier die Relation (18) benutzt werden.

Das Maass des Abstandes $C_{n-1}\, C_n^*$ nimmt mit wachsendem n ziemlich rasch ab. In vielen Fällen wird demnach der Punkt C_n^* sehr bald mit dem Punkte C_{n-1} verwechselt werden können. Die Zwischenconstruction des Punktes C_n^* wird dann nur noch als Genauigkeitscontrole zu dienen haben.

10. Dass ein ganz ähnliches, noch einfacheres Verfahren zur Bestimmung des Momentancentrums M_n bei gegebenem Momentancentrum M_{n-1} (d. h. $(0, n-1)^*$) angewandt werden kann, ist ersichtlich. Die Verbindungslinie des Punktes M_{n-1} (Fig. 4) mit dem Mittelpunkt M_n' der $n$ten Polygonseite schneidet die Verticale $x = \frac{\lambda n}{2}$ im Punkte M_n. Es verhalten sich dabei die Abstände

$$\frac{M_{n-1}\, M_n}{M_n\, M_n'} = \frac{1}{n-1}$$

Den Ausgangspunkt der Construction bildet hier offenbar das unmittelbar bekannte Momentancentrum $(0,1)^*$.