Zeitschrift: Die Eisenbahn = Le chemin de fer

Herausgeber: A. Waldner

Band: 12/13 (1880)

Heft: 14

Inhaltsverzeichnis

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

INHALT: Beitrag zur Bogentheorie. Von Dr. J. B. Gœbel, Ingenieur der hessischen Ludwigs-Eisenbahn in Mainz. Mit Zeichnungen. (Fortsetzung.) — Synagoge in St. Gallen. Von Chiodera & Tschudy, Architecten in Zürich. — Schweizerisches Eisenbahnwesen. — Revue: Die Vollendung des Strassburger Münsters; Durée des traverses des chemins de fer; Messung der Torsionsbeanspruchung von Triebwellen mittelst des Telepons. — Miscellanea: Oeffentliche Gebäude in Paris; Die Krupp'schen Werke in Essen; Schiffbau; Ausstellungen; Telephon-Einrichtungen; Zunahme der Production von Rohstoffen während der letzten hundert Jahre; Zur Bremsfrage. — Vereinsnachrichten: Schweizerischer Ingenieur- und Architectenverein; Section Waldstätte. — Einnahmen Schweizerischer Eisenbahnen.

Beitrag zur Bogentheorie.

Von Dr. *J. B. Gœbel*, Ingenieur der hessischen Ludwigs-Eisenbahn in Mainz.

(Fortsetzung.)

9. Auch die Ordinaten der Momentancentra $(0, n)\,n$ (das Symbol ist hier wieder in seiner gewöhnlichen Bedeutung aufzufassen) können mittelst der leicht nachweisbaren [Gl. (5) und (6)] Formel erhalten werden

$$(15)\qquad y_{(0,n)\,n} = \frac{-y_n + 3\sum_{i=1}^{i=n}[2(n-i)+1](y_{i-1}+y_i)}{6\,n^2}$$

Da wir jedoch hier vorzugsweise die graphische Behandlungsweise unserer Aufgabe im Auge haben, so soll nunmehr eine Methode erläutert werden, wie mit Hülfe des als gegeben zu betrachtenden Momentancentrums $(0, n-1)\,n-1$ das Momentancentrum $(0, n)\,n$ graphisch ermittelt werden kann. Durch Anwendung derselben können dann, da das Momentancentrum $(0, 1)\,1$ unmittelbar bekannt ist (§ 5), die übrigen Momentancentra $(0, n)\,n$ ebenfalls angegeben werden.

Als bekannt kann das leicht auffindbare (§§ 7 u. 10) Momentancentrum $(0, n)^*$ vorausgesetzt werden, welches wir kürzer mit M_n bezeichnen wollen. Ferner sind von vorneherein die Verticalen $\left(x = \frac{\lambda\,n}{3}\right.$ und $\left.x = \frac{\lambda\,(n-1)}{3}\right)$ gegeben, auf welchen die Momentancentra $(0, n)\,n$ und $(0, n-1)\,n-1$ liegen (§ 5). Die letzteren sollen abkürzungsweise als C_n und C_{n-1} bezeichnet werden.

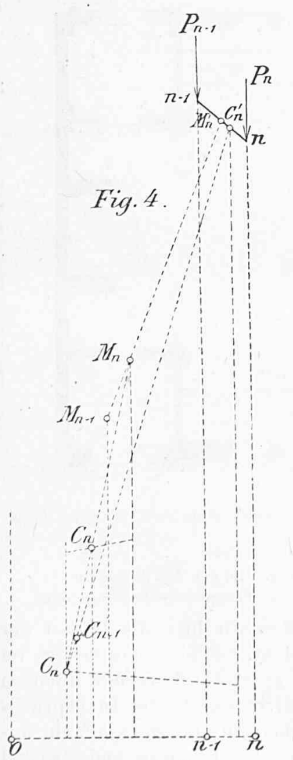

Fig. 4.

In Fig. 4 ist der Punkt 0 als „linker Bogenendpunkt" zu betrachten. Es wurde dort nicht das ganze Bogenstück $(0, n)$, sondern nur die Polygonseite $(n-1, n)$, deren Lage bei dieser Untersuchung allein von Interesse ist, gezeichnet, und zwar ist $(n-1, n)$ als „fünfte Polygonseite" gewählt.

Von Wichtigkeit ist nun die Ermittelung des Momentancentrums $(0, n)\,n-1$, welches mit C_n^* bezeichnet werden soll. Die Rotation $(0, n)\,n-1$ setzt sich offenbar zusammen aus den Rotationen $(0, n-1)\,n-1$ und $(n-1, n)\,n-1$.

Das Momentancentrum $(n-1, n)\,n-1$, welches wir mit C'_n bezeichnen, liegt auf der Verticalen

$$x = \lambda\,n - \frac{\lambda}{3} = \frac{\lambda}{3}\,(3\,n-1)$$

(§ 5). Die (horizontal gemessene) Entfernung der Momentancentra C_{n-1} und C'_n ist $\frac{2}{3}n$. Bezeichnet nun $C_{n-1}\,C_n^*$ den horizontal gemessenen Abstand des Momentancentrums C_n^* von C_{n-1}, so findet man — indem man etwa bezüglich der Verticalen C_{n-1} das Moment der Rotation $(0, n)\,n-1$ gleich der Summe der Momente der Rotationen $(0, n-1)\,n-1$ und $(n-1, n)\,n-1$ setzt — unter Berücksichtigung, dass die Amplituden der drei Rotationen den Zahlen $(n-1)^2-1$, $(n-1)^2$ und -1 resp. proportional sind,

$$(16)\qquad C_{n-1}\,C_n^* = -\frac{2\,\lambda}{3\,(n-2)}$$

Setzt man $\lambda = 1$, so erhält man für

$n =$	2	3	4	5	6	7	8
$C_n^*\,C_{n-1} =$	∞	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{9}$

In ähnlicher Weise ergibt sich auch die Relation

$$(17\qquad \frac{C_{n-1}\,C_n^*}{C'_n\,C_n^*} = \frac{1}{(n-1)^2}$$

Ferner ist, da (der Horizontalabstand)

$$C_n^*\,C_n = C_n^*\,C_{n-1} + C_{n-1}\,C_n = \frac{2\,\lambda}{3\,(n-2)} + \frac{\lambda}{3}$$

$$C_n^*\,C_n = \frac{n\,\lambda}{3\,(n-2)}$$

Da nun offenbar $C_n\,M_n = \frac{\lambda\,n}{6}$ so ergibt sich schliesslich

$$(18)\qquad \frac{C_n\,M_n}{C_n^*\,C_n'} = \frac{n-2}{2}$$

Es erübrigt noch zu zeigen, wie mit Hülfe der so gewonnenen Relationen bei gegebenem Punkt C_{n-1} der Punkt C_n^* und mit diesem der Punkt C_n graphisch sehr genau bestimmt werden kann. Für das Beispiel unserer Figur ist, wie erwähnt, $n = 5$, $C_{n-1}\,C_n^*$ also gleich $-\frac{2}{9}\lambda$ zu setzen, d. h. der Punkt C_n^* liegt auf einer Verticalen, deren Abstand von der Verticalen C_{n-1} (im Sinne der abnehmenden Abscissen von C_{n-1} aus gemessen) $^2/_9$ der Längeneinheit beträgt. Ausserdem muss C_n^* auf der Verbindungslinie der Momentancentra C_{n-1} und C_n (der componirenden Rotationen) liegen, ist also bereits bestimmt.

Es kommt nun zuweilen vor, dass, wie in Fig. 4, die Gerade $C_{n-1}\,C_n'$ und die durch C_n^* gehende Verticale sich unter sehr schiefen Winkeln schneiden. Für diesen Fall dient uns die Relation (17). Trägt man etwa vom Punkte C_{n-1} aus vertical abwärts eine passend zu wählende Strecke auf (in der Figur misst diese Strecke 5 *mm*), so ist vom Punkte C_n' aus vertical abwärts das $(n-1)^2$ fache jener Strecke (in der Figur 80 *mm*) aufzutragen. Die Verbindungslinie der so auf den durch C_{n-1}, resp. C_n' gehenden Verticalen erhaltenen Punkte muss durch C_n^* gehen.

Die Verbindungslinie der Punkte C_n^* und M_n schneidet nunmehr die Verticale $x = \frac{\lambda\,n}{3}$ in dem gesuchten Punkte C_n. Zu allenfalls erforderlicher genauerer Bestimmung kann hier die Relation (18) benutzt werden.

Das Maass des Abstandes $C_{n-1}\,C_n^*$ nimmt mit wachsendem n ziemlich rasch ab. In vielen Fällen wird demnach der Punkt C_n^* sehr bald mit dem Punkte C_{n-1} verwechselt werden können. Die Zwischenconstruction des Punktes C_n^* wird dann nur noch als Genauigkeitscontrole zu dienen haben.

10. Dass ein ganz ähnliches, noch einfacheres Verfahren zur Bestimmung des Momentancentrums M_n bei gegebenem Momentancentrum M_{n-1} (d. h. $(0, n-1)^*$) angewandt werden kann, ist ersichtlich. Die Verbindungslinie des Punktes M_{n-1} (Fig. 4) mit dem Mittelpunkt M_n' der $n$ten Polygonseite schneidet die Verticale $x = \frac{\lambda\,n}{2}$ im Punkte M_n. Es verhalten sich dabei die Abstände

$$\frac{M_{n-1}\,M_n}{M_n\,M_n'} = \frac{1}{n-1}$$

Den Ausgangspunkt der Construction bildet hier offenbar das unmittelbar bekannte Momentancentrum $(0,1)^*$.