Zeitschrift: Die Eisenbahn = Le chemin de fer

Herausgeber: A. Waldner

Band: 12/13 (1880)

Heft: 7

Artikel: Ueber die Bestimmung der Absteckungselemente für die sieben Kehrtunnels der Gotthardbahn

Autor: Koppe, C.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-8594

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 04.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Hatte bereits Hr. Rambert einen harten Stand, seine Zuhörer zu fesseln, so musste vollends die Aufgabe, die Hrn. Gotthardirector *Dietler* zugefallen war, als Vertreter der Gesellschaft ehemaliger Polytechniker den Reigen der Reden zu beschliessen, als keine beneidenswerthe betrachtet werden. Und doch hat Hr. Dietler diese Aufgabe in trefflicher Weise zu lösen verstanden. Kurz, prägnant, in schöner Form, schilderte er das Schaffen und Wirken der technischen Hochschulen, dem die Gegenwart ihre bewundernswürdigen materiellen Eigenschaften verdankt, jenes Forschen, welches zwar so manchen lieblichen Bildern, in denen sich unsere Phantasie erging, den realen Boden entzogen und dadurch unserer ganzen modernen Lebensauffassung den Character ernster männlicher Strenge, zugleich aber auch die Weihe einer durch höhere Einsicht veredelten Idealität gegeben hat. Von den schweizerischen Institutionen kann unsere technische Hochschule als ein kostbares Kleinod, ein herrliches Zeugniss von dem aufgeklärten und hochherzigen Geiste unseres Volkes und seiner Behörden, von der Lebensfähigkeit unserer Nation betrachtet werden. Dank den Männern, welche sie begründet und bis heute so vorzüglich geleitet haben. Dank den Männern der Wissenschaft, welche als Lehrer an dieser Schule wirkten und noch wirken. Sie sind die Säulen auf denen das hohe Gebäude ruht. Unserer vaterländischen Anstalt verdanken wir eines der höchsten Güter des Lebens, die Wissenschaft. Sie ist die Leuchte, welche durch das Wirrsal der Meinungen führt, das blanke Schwert, welches im Kampfe der Geister entscheidet. Wohlan, so sei denn — fuhr der Redner, die Versammlung in begeisterter Weise apostrophirend, fort — unser Wissen und Können heute von Neuem in dem Sinne geweiht, dass wir bei allem unserem Schaffen und Wirken das Vaterland im Herzen tragen. Jeder an seinem Orte bilde das Glied einer Kette von Arbeiten am allgemeinen Wohle und unser Interesse sei niemals kalt für öffentliche Fragen. Was anders als solche Gesinnungen haben die Gesellschaft ehemaliger Polytechniker geleitet die Verbesserungen anzuregen, welche in der Organisation unseres Polytechnikums eingeführt werden könnten? Was anderes hat sie dazu bewogen für den Schutz der Erfindungen einzutreten? In einer Zeit allgemeiner Krisis fühlte man doppelt die Nothwendigkeit die productive intellectuelle Thätigkeit des Einzelnen zu ermuntern. Haben wir nicht einen kleinen Antheil daran, *wenn lange Jahre gehegte Vorurtheile heute einer richtigeren Anschauung Platz machen, wonach das werthvollste Gut des denkenden und arbeitenden Menschen die gleiche Unverletzlichkeit und Unantastbarkeit beanspruchen darf, welche mindere materielle Güter unbestritten besitzen!*

Nachdem der Redner noch auf die grossen Aufgaben hingewiesen, die dem Techniker in wirthschaftlicher Beziehung zur Lösung vorbehalten bleiben und an das Wort Nördlings erinnert hatte, laut welchem die Blüthe der Technik als gleichbedeutend mit der wirthschaftlichen Selbstständigkeit der Nation angesehen werden kann, beendigte er seinen Vortrag mit dem Gelübde, unserem Lande und seiner herrlichen, wissenschaftlichen Anstalt in Wahrheit stets dankbar zu verbleiben.

Das vom Studentengesangverein vorgetragene Lied Baumgartners: „O mein Heimathland“ bildete einen würdigen Abschluss dieses Theiles des Festes.

(Schluss folgt.)

Ueber die Bestimmung der Absteckungselemente für die sieben Kehrtunnels der Gotthardbahn.

Von Dr. *C. Koppe.*

Travi-Kehrtunnel.

Durch eine ganz analoge Ausgleichung wie am Pfaffensprung und entsprechende Berechnung erhielt man folgende

Zusammenstellung für das Hauptnetz.

Stationen	Coordinaten	Richtung	Winkel	Azimuthe	*log.* d. Längen
Travi O	$y = -9\,580{,}648$	Friscio	0° 0′ 0,0″	32° 53′ 21,2″	1,895 334 9
	$x = +8\,149{,}788$	B E	18° 47′ 58,0″	51° 41′ 19,2″	2,428 870 7
		Leura	64° 53′ 32,9″	97° 46′ 54,0″	2,073 646 1
Friscio	$y = -9\,537{,}976$	B E	0° 0′ 0,0″	59° 7′ 24,5″	2,291 608 6
	$x = +8\,215{,}777$	Leura	78° 32′ 53,3″	137° 40′ 17,8″	2,645 158 4
		Travi O	153° 45′ 56,7″	212° 53′ 21,2″	1,895 334 9
Leura	$y = -9\,463{,}259$	Travi O	0° 0′ 0,0″	277° 46′ 54,0″	2,073 646 1
	$x = +8\,133{,}746$	Friscio	39° 53′ 23,8″	317° 40′ 17,8″	2,045 158 4
		B E	109° 17′ 20,1″	27° 4′ 14,2″	2,311 574 8
		Rivoi	157° 9′ 37,4″	74° 56′ 31,4″	2,380 684 9
		Strada	191° 13′ 58,3″	109° 0′ 52,3″	2,025 788 5
B E	$y = -9\,370{,}004$	Rivoi	0° 0′ 0,0″	130° 51′ 53,9″	2,263 589 4
	$x = +8\,316{,}212$	Strada	47° 16′ 6,5″	178° 8′ 0,4″	2,336 770 8
		Leura	76° 12′ 20,2″	207° 4′ 14,2″	2,311 574 8
		Travi O	100° 49′ 25,2″	231° 41′ 19,2″	2,428 870 7
		Friscio	108° 15′ 30,6″	239° 7′ 24,5″	2,291 608 6
Strada	$y = -9\,362{,}931$	Leura	0° 0′ 0,0″	289° 0′ 52,3″	2,025 788 5
	$x = +8\,099{,}172$	B E	69° 7′ 8,2″	358° 8′ 0,4″	2,336 770 8
		Rivoi	124° 36′ 42,3″	53° 37′ 34,6″	2,213 649 4
		B A	177° 49′ 11,4″	106° 50′ 3,7″	2,564 369 7
		Torcio	233° 29′ 38,9″	162° 30′ 31,1″	2,377 682 6
Rivoi	$y = -9\,231{,}246$	B A	0° 0′ 0,0″	132° 48′ 44,0″	2,475 684 1
	$x = +8\,196{,}165$	Torcio	57° 39′ 21,4″	190° 28′ 5,4″	2,518 593 6
		Strada	100° 48′ 50,6″	233° 37′ 34,6″	2,213 649 4
		Leura	122° 7′ 47,4″	254° 56′ 31,4″	2,380 684 9
		B E	178° 3′ 9,9″	310° 51′ 53,9″	2,263 589 4
B A	$y = -9\,011{,}898$	Torcio	0° 0′ 0,0″	246° 30′ 55,4″	2,483 648 7
	$x = +7\,992{,}959$	Strada	40° 19′ 8,3″	286° 50′ 3,7″	2,564 369 7
		Rivoi	66° 17′ 48,6″	312° 48′ 44,0″	2,475 684 1
Torcio	$y = -9\,291{,}215$	Strada	0° 0′ 0,0″	342° 30′ 31,1″	2,377 682 6
	$x = +7\,871{,}598$	Rivoi	27° 57′ 34,3″	10° 28′ 5,4″	2,518 593 6
		B A	84° 0′ 24,3″	66° 30′ 55,4″	2 483 648 7

Zur Einschaltung der Punkte *WP* und Travi *U* wurden im Mittel aus sechs Sätzen folgende Richtungsbeobachtungen erhalten:

Station WP

B A	0° 0′ 0,0″
Travi *U*	72 13 48,1
Strada	129 17 52,3
Rivoi	196 51 12,5

Station B A

Torcio	0° 0′ 0,0″
Travi *U*	16 9 23,6
WP	62 13 48,4

Station Travi U

Strada	0 0 0,0
Rivoi	43 50 10,4
WP	58 36 26,8
B A	120 18 18,7

Station Strada

Rivoi	0 0 0,0
WP	24 24 58,8
Travi *U*	88 44 26,3

Station Rivoi

B A	0° 0′ 0,0″
WP	12 46 49,8
Travi *U*	53 23 36,1

Die Verbesserungen dieser Richtungsbeobachtungen, deren Quadratsumme zu einem Minimum gemacht werden muss, um die wahrscheinlichsten Werthe zur Einhaltung der Punkte *WP* und Travi *U* zu erhalten, lassen sich am einfachsten in folgender Weise berechnen. Man stellt zunächst die Verbesserungen für die von der Nullrichtung an gezählten Winkel auf, ganz ebenso wie dies beim Pfaffensprung für die einzelnen Winkel geschah. Die Summe dieser Winkelverbesserungen für jede Station negativ genommen und dividirt durch die Anzahl der Richtungen, gibt die Verbesserung der ersten Richtung und diese abgezogen von den Winkelverbesserungen die Verbesserungen der andern Richtungen. Sind z. B. die Verbesserungen der drei von der Nullrichtung an gezählten Winkel auf der ersten Station $v_1\ v_2\ v_3$, so ist die Verbesserung der ersten Richtung

$$B\,A\ \ldots\ \delta_1 = -\frac{v_1 + v_2 + v_3}{4}$$

und die Verbesserungen der drei folgenden Richtungen

$$\text{Travi } U\ \ldots\ \delta_2 = v_1 + \delta_1$$
$$\text{Strada}\ \ldots\ \delta_3 = v_2 + \delta_1$$
$$\text{Rivoi}\ \ldots\ \delta_4 = v_3 + \delta_1$$

Mit den Näherungswerthen für die beiden Punkte

WP

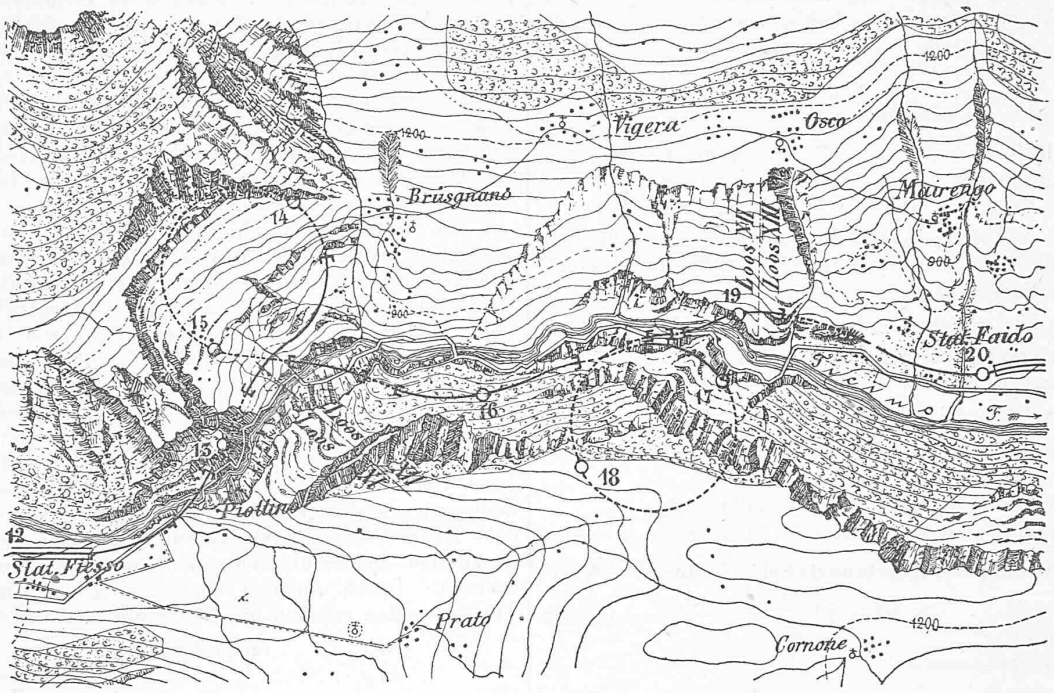
$$y_1 = -9\,189{,}910 + d\,y_1$$
$$x_1 = +8\,135{,}820 + d\,x_1$$

Travi U

$$y_2 = -9\,256{,}760 + d\,y_2$$
$$x_2 = +7\,961{,}470 + d\,x_2$$

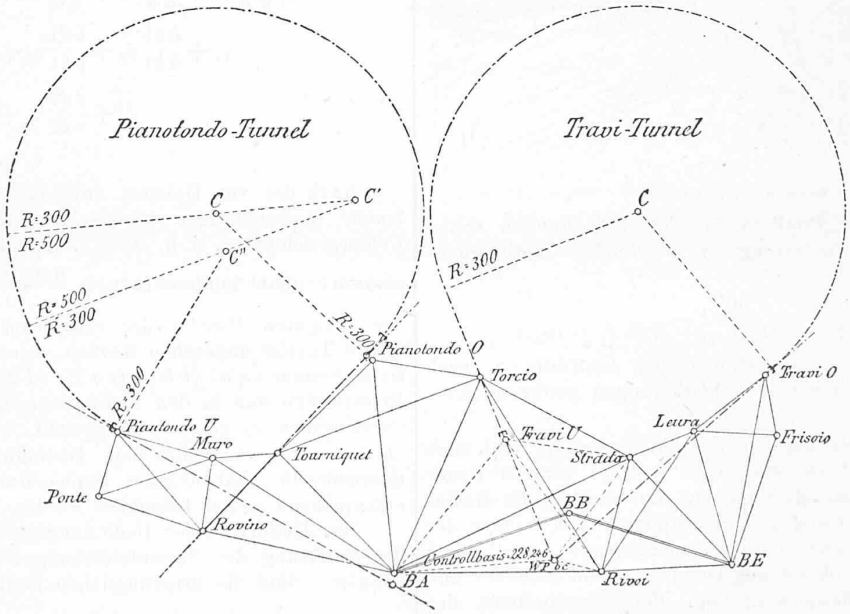
erhält man auf diese Weise die folgenden 17 Fehlergleichungen, in welchen die Richtungsverbesserungen in Secunden, die Coordinatenverbesserungen in Centimetern ausgedrückt sind:

Uebersichtsplan der zwei Kehrtunnels bei Dazio-grande und Freggio.



Masstab 1 : 25 000

$d_1 =$	+	13,10	$d\,x_1$	+	6,88	$d\,y_1$	−	0,99	$d\,x_2$	+	2,58	$d\,y_2$	+	16,85	$d_{10} =$	−	2,35 $d\,x_1$ − 1,89 $d\,y_1$ + 5,53 $d\,x_2$ − 0,71 $d\,y_2$ − 3,12
$d_2 =$	+	2,11	„	+	11,53	„	+	2,96	„	−	7,73	„	+	15,83	$d_{11} =$	+	4,69 „ + 3,77 „ − 2,76 „ + 0,36 „ + 6,56
$d_3 =$	−	5,35	„	+	3,64	„	−	0,99	„	+	2,58	„	−	2,63	$d_{12} =$	+	3,80 „ − 0,81 „ + 2,41 „ + 3,13 „ + 2,07
$d_4 =$	−	9,88	„	−	22,05	„	−	0,99	„	+	2,58	„	−	30,07	$d_{13} =$	−	7,61 „ + 1,61 „ + 2,41 „ + 3,13 „ − 4,67
$d_5 =$	+	0,99	„	−	2,58	„	−	8,73	„	−	2,03	„	−	3,94	$d_{14} =$	+	3,80 „ − 0,81 „ − 4,83 „ − 6,26 „ + 2,59
$d_6 =$	+	0,99	„	−	2,58	„	−	0,55	„	−	1,33	„	−	0,14	$d_{15} =$	+	5,31 „ + 7,76 „ − 0,31 „ + 2,90 „ + 6,31
$d_7 =$	−	2,96	„	+	7,73	„	+	2,46	„	−	2,95	„	+	8,76	$d_{16} =$	−	10,63 „ − 15,51 „ − 0,31 „ + 2,90 „ − 8,10
$d_8 =$	+	0,99	„	−	2,58	„	+	6,80	„	−	6,29	„	−	4,70	$d_{17} =$	+	5,31 „ + 7,76 „ + 0,63 „ − 5,79 „ + 1,80
$d_9 =$	−	2,35	„	−	1,89	„	−	2,76	„	+	0,36	„	−	3,44			



Masstab 1 : 10 000

Differencirt man die Summe der Quadrate dieser 17 Richtungsverbesserungen nach den vier Unbekannten, so erhält man zur Bestimmung derselben die vier Normalgleichungen:

$$+603{,}22\,dx_1 + 537{,}73\,dy_1 - 43{,}38\,dx_2 - 89{,}55\,dy_2 + 759{,}27 = 0$$
$$+537{,}73\,dx_1 + 1145{,}71\,dy_1 + 68{,}45\,dx_2 - 207{,}05\,dy_2 + 1256{,}69 = 0$$
$$-43{,}38\,dx_1 + 68{,}45\,dy_1 + 221{,}86\,dx_2 + 57{,}39\,dy_2 + 43{,}66 = 0$$
$$-89{,}55\,dx_1 - 207{,}05\,dy_1 + 57{,}39\,dx_2 + 243{,}77\,dy_2 - 247{,}11 = 0$$

Die Auflösung dieser Gleichungen ergibt:

$d\,x_1 = -0{,}502$	reciprokes Gewicht	$= 0{,}0031$
$d\,y_1 = -0{,}831$	„	$= 0{,}0020$
$d\,x_2 = -0{,}075$	„	$= 0{,}0056$
$d\,y_2 = -0{,}141$	„	$= 0{,}0055$

Die Summe der Fehlerquadrate wird $(\delta\,\delta) = 302$.

Die Zahl der Unbekannten ist $4 + 5 = 9$, nämlich die vier gesuchten Correctionen $d\,x_2 \ldots d\,y_2$ und die fünf eliminirten Orientirungsunbekannten für die Richtungsbeobachtungen auf den fünf Stationen. Der mittlere Fehler einer Richtungsangabe wird somit $m = \pm \sqrt{\frac{302}{17-9}} = 6{,}1''$

Die verbesserten Coordinaten sind:

W P	*Travi U*
$y = -\ 9\,189{,}918$	$y = -\ 9\,256{,}759$
$x = +\ 8\,135{,}815$	$x = +\ 7\,961{,}469$

Ausser den im Vorigen mitgetheilten Richtungsbeobachtungen wurde ferner auf dem Winkelpunkte *W P* der Tangentenwinkel mit besonderer Sorgfalt gemessen und erhalten

Tangentenwinkel = Torcio — *W P* — Travi *O* = $71^0\,4'\,15{,}4''$

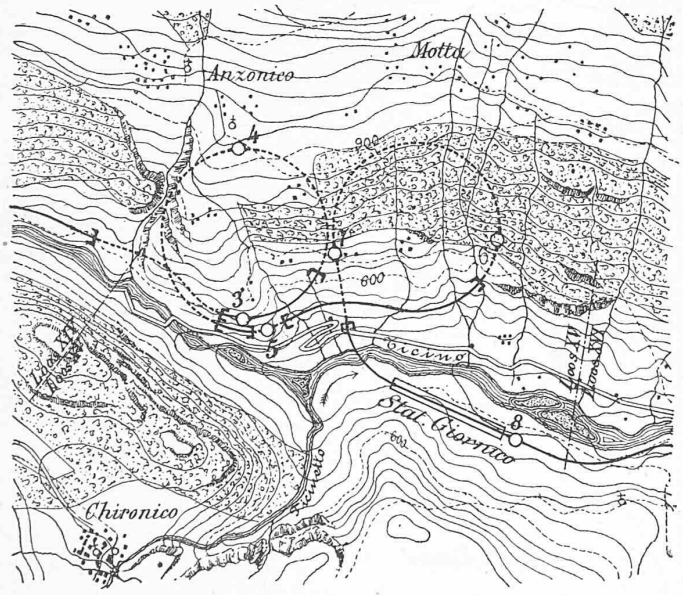
Der Punkt Travi *U* war genau in die Tangente *W P* — Torcio eingerichtet worden, es muss also auch der Winkel

Travi *U* — *W P* — Travi *O* = $71^0\,4'\,15{,}4''$

sein. Aus den Coordinaten gerechnet erhält man für diese Winkel

Torcio — *W P* — Travi *O* = $71^0\,4'\,19{,}4''$
Travi *U* — *W P* — Travi *O* = $71\ \ 4\ \ 20{,}5$

Uebersichtsplan der zwei Kehrtunnels bei Pianotondo u. Travi



Masstab 1 : 25 000

Zu den früher aufgestellten 17 Fehlergleichungen treten also jetzt noch die zwei streng zu erfüllenden Bedingungsgleichungen

1) $0 = +\ 4{,}0'' - 2{,}66\,\xi_1 - \ \ 7{,}00\,\eta_1$
2) $0 = +\ 5{,}1\ \ - 1{,}32\,\xi_1 - 10{,}50\,\eta_1 - 3{,}95\,\xi_2 + 10{,}31\,\eta_2$

wenn man die weiteren Correctionen der Coordinaten, nach deren Anbringung sie den beiden Bedingungen genügen, mit ξ und η bezeichnet.

Bei der Netzausgleichung für den Pfaffensprung- und auch für den Travi-Tunnel hatte man eine Aufgabe *directer* Beobachtungen mit Bedingungsgleichungen. Es wurden die Bedingungsgleichungen mit Correlaten multiplicirt, zur Summe der Fehlerquadrate addirt und diese Gesammtsumme konnte dann differencirt werden, als ob sie aus Quadraten von einander unabhängiger Grössen beständen. Bei der Einschaltung der Tangentenpunkte hatte man eine Aufgabe *vermittelnder* Beobachtungen mit einer Bedingungsgleichung. Durch Elimination einer Unbekannten wurde sie auf eine Aufgabe vermittelnder Beobachtungen zurückgeführt. Beide Verfahren liessen sich auch hier anwenden. Entweder könnte man entsprechend der Zahl der Bedingungsgleichungen zwei Unbekannte aus den 17 Fehlerausdrücken eliminiren und erhielte so eine Summe von Quadraten unabhängiger Grössen; oder man könnte die Bedingungsgleichungen mit Correlaten multipliciren, zur Summe der 17 Fehlerquadrate addiren und die Gesammtsumme nach den vier Unbekannten differenciren. Das letztere Verfahren ist von Bessel in der „Gradmessung in Ostpreussen" entwickelt worden. Es gestattet eine Zerlegung der Ausgleichung in zwei Theile. Im ersten werden die Fehlergleichungen als zwischen unabhängigen Grössen bestehend ohne Rücksicht auf die Bedingungsgleichungen ausgeglichen, im zweiten die durch diese erste Ausgleichung zwischen ihren Resultaten entstehenden Gewichtsbeziehungen durch entsprechendes Umformen der Fehler- und Correlatenausdrücke berücksichtigt.

Ein dritte Methode, hier die bequemste, ist von Hansen angegeben worden und ausführlich auseinandergesetzt im achten Bande der Abhandlungen der königl. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Auch er zerlegt die Ausgleichung in zwei Theile und berücksichtigt im ersten ebenso wie Bessel nur die Fehlerausdrücke, im zweiten aber formt er die Bedingungsgleichungen so um, dass sie nun zwischen unabhängigen Grössen bestehen, die mit den Resultaten der ersten Ausgleichung in bekanntem Zusammenhange stehen. Den ersten Theil bildet also eine Aufgabe vermittelnder Beobachtungen, der zweite wird durch Umformen auf eine Aufgabe directer Beobachtungen mit Bedingungsgleichungen zurückgeführt. Der erste Theil der Aufgabe ist im Vorigen bereits gelöst. Um den Gang der Rechnung im zweiten leichter übersehen zu können, sei noch Folgendes bemerkt. Durch Auflösen der Normalgleichungen des ersten Theiles werden erhalten die Näherungswerthe

$d\,x_1 \ldots$ reciprokes Gewicht $= (\alpha\,\alpha)$
$d\,y_1 \ldots$ „ $= (\beta\,\beta)$
$d\,x_2 \ldots$ „ $= (\gamma\,\gamma)$
$d\,y_2 \ldots$ „ $= (\delta\,\delta)$

Die Berücksichtigung der Bedingungsgleichungen wird weitere Verbesserungen $\xi_1\ \eta_1\ \xi_2\ \eta_2$ verlangen, denen in den reducirten Normalgleichungen des ersten Theiles Aenderungen der absoluten Glieder dieser Gleichungen entsprechen, welche mit $\Delta_1\ \Delta_2\ \Delta_3\ \Delta_4$ bezeichnet werden mögen. Beide hängen zusammen entsprechend der Zerlegung in zwei Theile und des Erfülltseins des ersten Theiles durch die Gleichungen (nach der bekannten Bezeichnungsart)

Gewicht

$$\xi_1 + \frac{a\,b}{a\,a}\,\eta_1 + \frac{a\,c}{a\,a}\,\xi_2 + \frac{a\,d}{a\,a}\,\eta_2 + \Delta_1 = 0 \quad (a\,a)$$

$$\eta_1 + \frac{b\,c1}{b\,b1}\,\xi_2 + \frac{b\,d1}{b\,b1}\,\eta_2 + \Delta_2 = 0 \quad (b\,b1)$$

$$\xi_2 + \frac{c\,d2}{c\,c2}\,\eta_2 + \Delta_3 = 0 \quad (c\,c2)$$

$$\eta_2 + \Delta_4 = 0 \quad (d\,d3)$$

Nach der von Helmert entwickelten Theorie der äquivalenten Beobachtungen können vorstehende Gleichungen als Fehlergleichungen, d. h. $\Delta_1 \ldots \Delta_4$ als Correctionen der von einander unabhängigen Grössen $\frac{a\,n}{a\,a}; \frac{b\,n}{b\,b\,1} \ldots \frac{c\,n}{c\,c2}; \frac{d\,n}{d\,d3}$; also der absoluten Glieder der reducirten Normalgleichungen des ersten Theiles angesehen werden, wenn man ihnen die respectiven Nenner $(a\,a)$ $(b\,b\,1)$ $(c\,c\,2)$ $(d\,d\,3)$ als Gewichte beilegt. Ersetzt man nun in den Bedingungsgleichungen, welche für die Correctionen $\xi_1\ \eta_1\ \xi_2\ \eta_2$ aufgestellt wurden, diese durch die $\Delta_1 \ldots \Delta_4$, so erhält man Bedingungsgleichungen zwischen Correctionen unabhängiger Beobachtungsgrössen, welche dem entsprechend weiter behandelt werden können.

Das Umformen der Bedingungsgleichungen geht mit Hülfe der Auflösung der Normalgleichungen des ersten Theiles sehr bequem. Sind die ursprünglichen Bedingungsgleichungen

$$A'\xi_1 + A''\eta_1 + A'''\xi_2 + A''''\eta_2 + w_1 = 0$$
$$B'\xi_1 + B''\eta_1 + B'''\xi_2 + B''''\eta_2 + w_2 = 0$$

so sind die umgeformten

$$A'\xi_1 + A''1\,\eta_1 + A'''2\,\xi_2 + A''''3\,\eta_2 + w_1 = 0$$
$$B'\xi_1 + B''1\,\eta_1 + B'''2\,\xi_2 + B''''2\,\eta_2 + w_2 = 0$$

Diese multiplicirt man mit den Correlaten k_1 und k_2, addirt sie zur Summe der mit ihren Gewichten multiplicirten Fehlerquadrate

$$(a\,a)\,\Delta_1\,\Delta_1 + (b\,b\,1)\,\Delta_2\,\Delta_2 + (c\,c\,2)\,\Delta_3\,\Delta_3 + (d\,d\,3)\,\Delta_4\,\Delta_4$$

differencirt nach allen $\Delta_1 \ldots \Delta_4$, erhält die $\Delta_1 \ldots \Delta_4$ ausgedrückt durch die Correlaten k_1 und k_2, setzt sie in die umgeformten Bedingungsgleichungen ein und bildet so die Normalgleichungen zur Berechnung des k_1 und k_2. Aus den Correlaten findet man die $\Delta_1 \ldots \Delta_4$ und schliesslich mit Hülfe der reducirten Normalgleichungen des ersten Theiles die verlangten Correctionen $\xi_1\ \eta_1\ \xi_2\ \eta_2$, welche beiden Bedingungen genügen.

Es werden die *umgeformten Bedingungsgleichungen*

$$1)\ -2{,}66\,\Delta_1 - 4{,}63\,\Delta_2 + 0{,}55\,\Delta_3 - 1{,}47\,\Delta_4 + 4{,}0 = 0$$
$$2)\ -1{,}32\,\Delta_1 - 9{,}32\,\Delta_2 - 2{,}55\,\Delta_3 + 9{,}24\,\Delta_4 + 5{,}1 = 0$$

Fehlerausdrücke.

$$\Delta_1 = -0{,}00441\,k_1 - 0{,}00219\,k_2$$
$$\Delta_2 = -0{,}00695\,k_1 - 0{,}01399\,k_2$$
$$\Delta_3 = +0{,}00274\,k_1 - 0{,}01263\,k_2$$
$$\Delta_4 = -0{,}00815\,k_1 + 0{,}05106\,k_2$$

Normalgleichungen.

$$+0{,}0574\,k_1 - 0{,}0117\,k_2 + 4{,}0 = 0$$
$$-0{,}0117\,k_1 + 0{,}6371\,k_2 + 5{,}1 = 0$$
$$k_1 = -71{,}223$$
$$k_2 = -\ \ 9{,}375$$

$$\Delta_1 = +0{,}3346 \qquad \xi_1 = -0{,}250$$
$$\Delta_2 = +0{,}6259 \qquad \eta_1 = +0{,}664$$
$$\Delta_3 = -0{,}0769 \qquad \xi_2 = -0{,}113$$
$$\Delta_4 = +0{,}1019 \qquad \eta_2 = +0{,}102$$

Die beiden Bedingungsgleichungen vergrössern die Gewichte der Coordinatenbestimmung. Die früher ohne Rücksicht auf die Bedingungsgleichungen berechneten reciproken Gewichte erhalten durch sie einen Abzug und gehen über in

reciprokes Gewicht für $\xi_1 \ldots +0{,}0031 - 0{,}0002 = +0{,}0029$
" $\eta_1 \ldots +0{,}0019 - 0{,}0015 = +0{,}0004$
" $\xi_2 \ldots +0{,}0056 - 0{,}0019 = +0{,}0037$
" $\eta_2 \ldots +0{,}0055 - 0{,}0050 = +0{,}0005$

Die Summe der Fehlerquadrate wird

$$(p\,\Delta\,\Delta) = -(k\,w) = 331{,}6$$

Die Zahl der Ueberschüssigen ist entsprechend den zwei Bedingungsgleichungen gleich 2. Der mittlere Fehler der Gewichtseinheit, das ist der einmaligen Richtungsangabe, wird also

$$m = \pm\sqrt{165{,}8} = \pm 12{,}9''$$

Der mittlere Fehler einer Richtungsangabe kann nun auf dreierlei Weise berechnet werden:

1) Aus dem ersten Theile der Ausgleichung

$$m_1 = \pm\sqrt{\frac{302}{8}} = \pm 6{,}1''$$

2) Aus dem zweiten Theile der Ausgleichung

$$m_2 = \pm\sqrt{\frac{331{,}6}{2}} = \pm 12{,}9''$$

3) Aus der Gesammt-Ausgleichung

$$m = \pm\sqrt{\frac{633{,}6}{10}} = \pm\ 8{,}0''$$

Bekanntlich benutzt man bei der Ausgleichung grosser Dreiecknetze die mehr oder minder grosse Uebereinstimmung der aus dem ersten und zweiten Theile, d. h. aus der Stations- und aus der Netzausgleichung berechneten mittleren Fehler zur Beurtheilung, ob die Gewichte der Beobachtungen richtig angenommen worden sind. Denkt man sich den mittleren Fehler aus einer Anzahl wahrer Fehler abgeleitet, so wird er offenbar aus beiden Theilen der Ausgleichung ganz gleich erhalten werden, denn die Netzbedingungen als solche, welche die geometrische Möglichkeit des Netzes bedingen, können auf den mittleren Fehler ja gar keinen Einfluss haben. Dasselbe muss aber auch bei der Ableitung des mittleren Fehlers aus einer grossen Zahl wahrscheinlicher Fehler der Fall sein, wenn die Zahl, wie bei ausgedehnten Dreiecksnetzen, nur hinreichend gross ist. Wird der mittlere Fehler der Netzausgleichung grösser, als derjenige aus der Stationsausgleichung, so ist dies ein Beweis, dass bei der Beurtheilung der Beobachtungen nicht alle Factoren berücksichtigt worden sind, welche auf dieselben von Einfluss waren. Welcher Natur dieselben sind und ob es in der Macht des Beobachters lag, die sich bei der Netzausgleichung zeigenden Beeinflussungen bei der Stationsausgleichung zu berücksichtigen oder nicht, ist eine zweite Frage; jedenfalls zeigt die Beeinflussung, dass die bei Stationsausgleichung angenommenen Gewichte nicht die wahren Gewichte sind, welche den Beobachtungen zukommen und die Abweichung von der Wahrheit wird um so grösser sein, je grösser der Unterschied der aus beiden Theilen der Ausgleichung berechneten mittleren Fehler ist.

Hier liegt der Fall umgekehrt. Die eingeführten Bedingungen sind keine geometrische Nothwendigkeit und man könnte das dem Ueberwiegen des mittleren Fehlers aus dem zweiten Theile der Ausgleichung eher den Schluss ziehen, dass diese Bedingungen nicht richtig seien. Die beiden Tangenten wurden aber in der Natur mit aller Sorgfalt ausgerichtet und der Winkel, welchen sie einschliessen, von beiden Beobachtern möglichst genau gemessen. Weil wir überzeugt waren, dass die aufgestellten Bedingungen in der Natur wirklich erfüllt sind, wurde ihr Erfülltsein auch von der Rechnung verlangt. Die Zahl der Bedingungsgleichungen ist zu gering und die Berechnung des mittleren Fehlers aus dem zweiten Theile der Ausgleichung daher zu unsicher, um wegen seines etwas grösseren Betrages das *hinreichende* Erfülltsein der aufgestellten Bedingungen zu bezweifeln.

Mit dem mittleren Fehler der Gesammt-Ausgleichung $m = \pm 8{,}0''$ und den oben angegebenen Gewichten werden die mittleren Fehler der gefundenen Verbesserungen für

$$x_1 \ldots m = \pm 8{,}0''\sqrt{0{,}0029} = \pm 0{,}43\ cm$$
$$y_1 \ldots m = \pm 8{,}0''\sqrt{0{,}0004} = \pm 0{,}16\ \text{"}$$
$$x_2 \ldots m = \pm 8{,}0''\sqrt{0{,}0037} = \pm 0{,}49\ \text{"}$$
$$y_2 \ldots m = \pm 8{,}0''\sqrt{0{,}0005} = \pm 0{,}18\ \text{"}$$

Die definitiven Coordinaten werden somit für

W P	*Travi U*
$y_1 = -9\,189{,}912\,m \pm 2\,mm$	$y_2 = -9\,256{,}758\,m \pm 2\,mm$
$x_1 = +8\,135{,}813\,m \pm 4\,mm$	$x_2 = +7\,961{,}468\,m \pm 5\,mm$

Hiermit erhält man die Azimuthe:

$$W\,P - \text{Torcio} = 200^0\,58'\,38{,}9''$$
$$W\,P - \text{Travi}\,U = 200\ \ 58\ \ 38{,}9$$
$$W\,P - \text{Travi}\,O = 272\ \ \ 2\ \ 54{,}3$$
$$\text{Tangentenwinkel} = 71^0\ \ 4'\,15{,}4''$$

Die aufgestellten Bedingungen sind somit beide erfüllt.

Der Travi-Kehrtunnel liegt vom Eingange Travi *U* aus zunächst noch circa 200 *m* in der Geraden. Da der Radius 300 *m* beträgt, so ist die Uebergangscurve = 40 *m* und die Tangentenverschiebung = 0,222 *m*. Die Tangenten werden 400,110 *m* und 420,269 *m* lang. Es ist daher zu messen

von Travi *U* bis zur Uebergangscurve 400,110 — 186,720 = 213,390 *m*
von Travi *O* bis zum Berührungspunkt 420,269 — 390,986 = 29,283 *m*

Die Coordinaten des Kreismittelpunktes werden

$$y = -9\,620{,}635 \qquad x = +7\,851{,}027$$

Tunnellänge (rund) = 1 550 *m*.

Die Absteckung im Tunnel selbst geschieht polygonometrisch. Vergleicht man die Coordinaten irgend eines Punktes der Tunnelcurve mit den Coordinaten des Centrums, so ergibt sich unmittelbar, ob der Abstand der verlangte ist oder nicht. Um eine stete Controle zu haben, wird die Absteckung in den Kehrtunnels immer zweimal ausgeführt, zuerst von den Ingenieuren der Unternehmung, das zweite Mal zur Controle von den Beamten der Gotthardbahngesellschaft, in Wasen und Giornico den beiden genannten Herren Sectionsgeometern Mächler und Dress, in Faido dem Bauführer der beiden dortigen Kehrtunnels, Herrn Niederfrieninger. Die beiden kürzesten Kehrtunnels, der Wattinger und der Leggistein Tunnel in der Schleife bei Wasen, werden schon im nächsten Winter, die andern fünf, bei welchen Maschinen-Bohrung angewandt wird, voraussichtlich ein halbes bis ein Jahr später durchgeschlagen werden.