Zeitschrift: Die Eisenbahn = Le chemin de fer

Herausgeber: A. Waldner

Band: 8/9 (1878)

Heft: 3

Artikel: Beitrag zur Bestimmung der Maximalspannungen der Füllungsglieder einfacher Balkonfachwerke

Autor: L.T.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-6815

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 29.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

INHALT. — Beitrag zur Bestimmung der Maximalspannungen der Füllungsglieder einfacher Balkenfachwerke. Mit 6 Clichés und mit 1 Tafel als Beilage. — Patteson's verbesserte Wagenkupplung. (Amerikanisches Patent.) Mit 1 Cliché. — Kleine Mittheilungen: Statistik der Baugewerbe in Deutschland. Studienreise der Braunschweiger polytechnischen Studirenden. Eiserner Oberbau auf brasilianischen Eisenbahnen. — Personalnachrichten. — Submissionsanzeiger. — Aus der Fachliteratur. — Chronik: Eidgenossenschaft, Cantone, Eisenbahnen, Verschiedenes. — Eisenpreise in England, mitgetheilt von Herrn Ernst Arbenz in Winterthur. — Verschiedene Preise des Metallmarktes loco London. — Stellenvermittlung der Gesellschaft ehemaliger Studirender des eidgenössischen Polytechnikums in Zürich.

TECHNISCHE BEILAGEN. — Schlachthaus in Zürich. Façade längs der Limmat. Masstab 1 : 500

Beitrag zur Bestimmung der Maximalspannungen der Füllungsglieder einfacher Balkenwerke.

Beitrag zur Bestimmung der Maximalspannungen der Füllungsglieder einfacher Balkenfachwerke.

(Mit einer Tafel als Beilage.)

Sowohl die Ermittlung der gefährlichsten Laststellungen, als die Methoden zur Bestimmung der numerischen Grösse der entsprechenden Fachwerkspannungen sind bis auf die letzte Zeit Gegenstand mannigfacher Erörterung gewesen; es dürfte daher allgemein bekannt sein, dass die Kräfte der Streckbäume Maxima werden, wenn die Momente der Schwerkräfte hinsichtlich der Knoten des Systems Maxima sind; man belastet das Fachwerk total und bestimmt durch Rechnung oder Construction diejenigen der allfälligen Einzellasten, welche über die Knotenpunkte geschoben, die gesuchten Maxima geben. Ebenso bekannt ist, dass irgend ein Füllungsglied des Balkenfachwerks durch Partialbelastung in Bezug auf den Schnitt durch dasselbe, in den gefährlichsten Spannungszustand versetzt wird, wobei eine allfällig schwerste Last auf den Schnitt aufzubringen ist.

Die Bestimmung der Lage des Schnittes, als grenzbestimmendes Element der gefährlichen Belastung eines Füllungsgliedes, wird in vielen Fällen der Anwendung durch mehr oder weniger berechtigte Annahmen umgangen. Aehnlich wie bei Berechnung hölzerner Brücken, eiserner Dachstühle, Bogen und continuirlichen Balkenbrücken üblich, wird auch bei einfachen Balkenbrücken angenommen, der Schnitt halbire das Fach, die mobile Belastung erstrecke sich bis zur Fachmitte ohne den Knoten jenseits des Schnittes zu belasten. Oft nimmt man die Belastung der Diagonalen bis zur Fachmitte, diejenige der Pfosten bis zum Pfosten reichend an, ohne Rücksicht auf die mehr oder mindere Belastung dieser Constructionstheile, wie sie die Lage der Fahrbahntafel am System bedingt. In Nachstehendem soll die Bestimmung der Belastungsgrenzen der Füllungsglieder für beliebig geformte Balkenfachwerke mit Rücksicht auf die Lage der Fahrbahntafel und zwar zunächst für eine gleichmässig vertheilte Verkehrslast allgemein durchgeführt werden, indem wir uns vorbehalten, in einer späteren Nummer die ähnliche Untersuchung für Systeme mobiler, concentrirter Lasten zu besprechen.

Der folgenden Untersuchung liegt die allgemein übliche Annahme zu Grunde, es vertheilen sich die, die Lasten der Fahrbahntafel eines Faches auf die Querträger, beziehungsweise auf die Knoten des System's übertragenden, secundären Längsträger als einfache, auf die Fachdistanz freitragende Balken.

1. Fall: Die Fahrbahntafel sei in beliebiger Höhe zwischen den Hauptträgern eingesattelt.

a) Analytisches Verfahren.

Behufs Verbindung einer eingesattelten Fahrbahntafel mit dem Trägersystem, wird in der Regel die eine Schaar seiner Füllungsglieder vertical gestellt, während die andere die so gebildeten Fächer im Sinne eines continuirlichen Linienzuges ausfüllt. Die Verticalen werden als Pfosten, die Diagonalen dagegen als Bänder gerechnet und construirt.

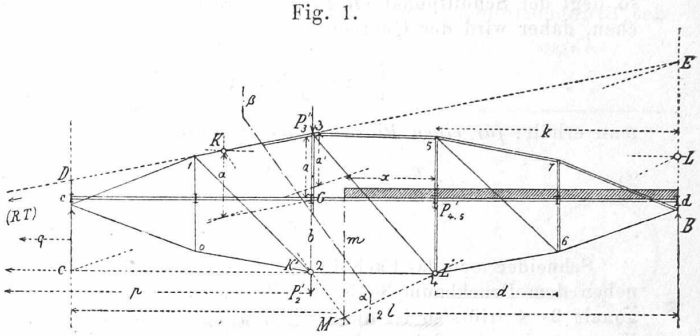
Bezeichnet in nebenstehender Figur 1 die Linie $c - d$ die Ebene der Fahrbahntafel, und wir führen durch den Pfosten $V_{2,3}$ den Schnitt $\alpha\,\beta$, belasten das System im Sinne der maximalen Druckspannung in $V_{2,3}$, also mit p_z pro laufenden Meter derart, dass das rechtseitige Balkenfragment vom Auflager B, über den Pfosten $V_{4,5}$ hinaus, um x^m in das geschnittene Fach vorgeschoben belastet erscheint, so wird gemäss obiger Annahme, von der vorgeschobenen Last $= p_z\,x$, an die Befestigungsstelle des Querträgers am Pfosten $V_{2,3}$ die Kraft:

$$P' = \frac{p_z}{2\,d} \cdot x^2,$$

entfallen, wenn

d die constante Fachdistanz bedeutet.

Fig. 1.



Die Vertheilung der Kraft P' auf die Knotenpunkte 2 und 3 darf proportional ihren Abständen vom Querträger vorausgesetzt werden, mithin hat man im Einklange mit Fig. 1

im Knotenpunkte 2 eine Kraft: $P'_2 = \frac{a}{h}\,P' = \frac{a}{h}\,\frac{p_z}{2\,d} \cdot x^2$

" " 3 " " $P'_3 = \frac{b}{h}\,P' = \frac{b}{h}\,\frac{p_z}{2\,d}\,x^2$

wobei die Länge des Pfostens, die Trägerhöhe an dieser Stelle:

$$h = a + b$$

beträgt.

P'_2 und P'_3 erscheinen durch den Schnitt $\alpha\,\beta$ getrennt; es üben daher die Componenten der Kraft P' entgegengesetzten Einfluss auf den geschnittenen Pfosten; P'_2 erzeugt Zugspannung, $-P'_3$ vermehrt die Druckspannung desselben.

Da nun der Schwerpunkt der Lasten jenseits des geschnittenen Faches unverändert der gleiche bleibt, wie weit man auch die Verkehrslast in das geschnittene Fach verschieben würde, so reducirt sich hier die ganze Arbeit auf die Ermittlung derjenigen Belastungslänge x, bei welcher das Moment der Transversalkraft Q' hinsichtlich des Streckbaumschnittpunktes $(R\,T)$ zum Maximum wird.

Abstrahirt man für einen Augenblick von der Wirkung der secundären Längsträger, so würde die inclusive um x in das Fach vorgeschobene Partialbelastung für $\alpha\,\beta$ eine Transversalkraft:

$$-Q = A = \frac{(k + x)^2}{2\,l} \cdot p_2$$

geben, wofern man mit

k die Länge der vollbelasteten Flächen und

$2\,l$ die Stützweite bezeichnet.

In Folge der secundären Längsträger beträgt aber die Scheerkraft des Schnittes:

$$-Q' = P'_2 - Q;$$

das Moment in Bezug auf $(R\,T)$ wäre in Einklang mit den Bezeichnungen in Fig. 1:

$$-\mathfrak{Q} = -Q'\,q' = P'_2 \cdot p - Q\,q.$$

Wir erhalten also:

$$V\,p = P'_2\,p - Q\,q = \frac{a}{h} \cdot \frac{p_z\,x^2}{2\,d}\,p - \frac{p_z}{4\,l}\,(k + x^2)\,q;$$

der erste Differentialquotient hinsichtlich der Variablen x beträgt:

$$\frac{d\,(V\,p)}{d\,x} = \frac{a}{h} \cdot \frac{p_z\,x}{d} \cdot p - \frac{p_z}{2\,l}\,(k + x)\,q = o,$$

hieraus erhält man *für einen Pfosten eines beliebig geformten Balkenfachwerkes:*

1) $$\frac{x}{d} = \frac{k}{\frac{a}{h}\,\frac{p}{q} \cdot 2\,l - d}$$

Besitzt das Balkenfachwerk speciell parallele Streckbäume, so liegt der Schnittpunkt ($R\ T$) der Streckbäume im Unendlichen, daher wird der Quotient:

$$\frac{p}{q} = \frac{\infty}{\infty} = 1;$$

man erhält: *für einen Pfosten eines Parallelträgers:*

2) $$\frac{x}{d} = \frac{k}{\frac{a}{h} \cdot 2\,l - d}$$

Schneidet man das Fach durch einen Verticalschnitt, welcher neben dem Druckbaum 3—5, den Zugbaum 2—4 und die Diagonale 3—4 trifft, so ist die Uebertragung der Kraft P' auf die Knotenpunkte 2 und 3 für die Summe der ausserhalb wirkenden Kräfte gleichgültig, weil der Schnitt die bezüglichen Componenten nicht mehr trennt. Da im übrigen die Verhältnisse nach wie vor die gleichen bleiben, so dürfen wir in den Gleichungen 1 und 2 einfach

$$\frac{a}{h} = 1$$

setzen und erhalten *für eine Diagonale eines beliebig geformten Balkenfachwerks:*

$$\frac{x}{d} = \frac{k}{\frac{p}{q} \cdot 2\,l - d} \qquad 1a)$$

für eine Diagonale eines Parallelträgers:

$$\frac{x}{d} = \frac{k}{2\,l - d} = \frac{\mu}{\eta - 1} \qquad 2a)$$

woferne:

μ die Anzahl vollbelasteter Fächer

η die Gesammtzahl der gleichgrossen Fächer am System bezeichnet.

Aus der Bedingung, dass für Diagonalen $\frac{a}{h} = 1$ zu setzen ist, geht schon klar hervor, dass *die gefährlichen Belastungsarten der Diagonalen von der Lage der Fahrbahntafel ganz unabhängig sind.*

Construction der Grenzen der ungünstigsten Belastungsart der Pfosten.

Bevor wir die Construction der Gleichungen 1) und 2) ausführen, glauben wir noch besonders hervorheben zu sollen, dass das Ergebniss x, d. i. die Länge, um welche die Belastung in das fragliche Fach vorgeschoben werden müsse, um in einem Pfosten V einen maximalen Druck zu erzeugen

$$x \gtreqless d$$

ausfallen kann.

Beim allgemein geformten Balkenfachwerk hängt das Verhältniss von $\frac{x}{d}$ neben der Lage der Fahrbahntafel $\frac{a}{h}$, auch noch von den Gurtschnittpunkten ($R\ T$) ab, über deren Verlauf man nichts Allgemeines sagen kann. Es bleibt somit nichts Anderes zu thun übrig, als die zu erläuternde Construction vom Auflager B gegen A Pfosten für Pfosten durchzuführen. Findet man, für bestimmte Pfosten werde:

$$x > d,$$

so ist klar, dass zur ungünstigsten Belastung derselben die Verkehrslast aus dem betrachteten, ins Nachbarfach vorzuschieben ist. In diesem Falle gibt Gleichung 1) die Belastungsgrenze nicht mehr an, weil das Gesetz der Lastvertheilung beim Uebergang von Fach zu Fach sich plötzlich ändert; obige Formel also ihre Gültigkeit verliert und das Maass des Verschiebens alsdann durch besondere Rechnung oder Construction zu ermitteln bleibt.

Beim Paralleltrager wird nothwendiger Weise:

$$\frac{x}{d} \text{ immer} > 1, \text{ solange } k > \frac{a}{h}\,2\,l - d \text{ ist,}$$

als Grenzfall hat man $k_0 = \frac{a}{h}\,2\,l - d$ zu betrachten, ein Werth, der mit Leichtigkeit ein für allemal construirt werden könnte, um sofort diejenigen Pfosten auszuscheiden, für welche die Belastung ins geschnittene Fach, beziehungsweise über den Pfosten hinaus ins Nachbarfach vorgeschoben werden muss.

Zur Construction der Belastungslänge x *für ein beliebig geformtes Balkenfachwerk*, schreiben wir Gleichung 1) in der Form:

$$\frac{x}{d} = \frac{k}{\frac{a}{h\,\frac{q}{p}} \cdot 2\,l - d}$$

verlängert man die durch $\alpha\,\beta$ geschnittenen Streckbaumrichtungen bis zum Schnitt mit denjenigen Auflagerverticalen, in welchen L wirkt, so schneiden diese auf ihr ein Segment:

$$C\,D = h\,\frac{q}{p}$$

aus.

Verbindet man die Endpunkte $C\ D$ des Segmentes mit einem beliebigen Punkt, am besten mit E, der andern Auflagerverticalen, fährt sodann parallel zu $C\,D$ mit a in den so gebildeten Winkelraum $C\,E\,D$, so erhält man auf dem Druckbaum $D\,E$ einen Punkt K, dessen Horizontalabstand vom Widerlager B gleich:

$$\frac{a\,q}{h\,p} \cdot 2\,l$$

ist. Verbindet man daher die Punkte K' und K, L' und L, wobei L auf der durch K geführten Parallelen zum geschnittenen Zugbaum liegt, so ist leicht einzusehen, dass die Verticale m durch den Schnittpunkt M der Verbindungslinien auf der Linie der Fahrbahntafel die gesuchte Strecke x abschneidet, vorausgesetzt, dass $x < d$ ausfällt.

Beschriebene Construction haben wir in Fig. 1 ausgeführt; aus derselben geht die Proportionalität der Strecken

$$\frac{k + x}{x} = \frac{\frac{a}{h} \cdot \frac{p}{q} \cdot 2\,l}{d}$$

hervor, woraus erhellt, dass durch die Construction:

$$\frac{x}{d} = \frac{k}{\frac{a}{h} \cdot \frac{p}{q} \cdot 2\,l - d}$$

erreicht ist.

Fasst man das Segment a' des fraglichen Pfostens zwischen den Strahlen $C\,L$ und $D\,L$ ins Auge, so ist einleuchtend, dass so oft:

$a = a'$ *wird, zur gefährlichen Belastung der betreffenden Pfosten die Verkehrslast bis zum Pfosten vorzuschieben ist;*

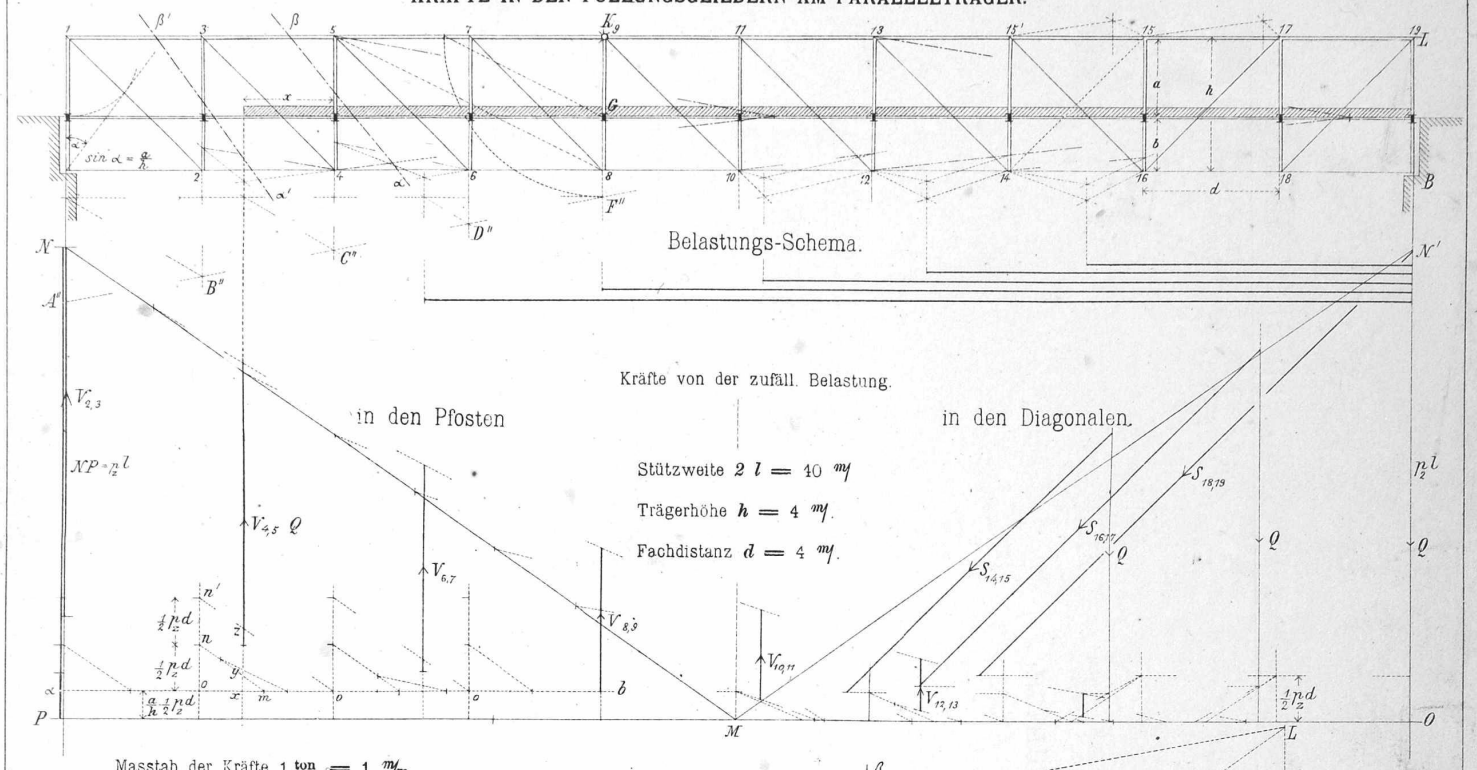
ergibt die Untersuchung:

$a > a'$, *so ist die oben angedeutete, beziehungsweise die equivalente, graphische Construction zur Bestimmung der Belastungsgrenze anzuwenden;*

findet man dagegen:

$a < a'$, *so wird die Verkehrslast über den Pfosten hinaus ins Nachbarfach vorzuschieben sein, und hat zur Bestimmung der Belastungsgrenze die bereits mehrfach erwähnte, besondere Rechnung oder Construction einzutreten.*

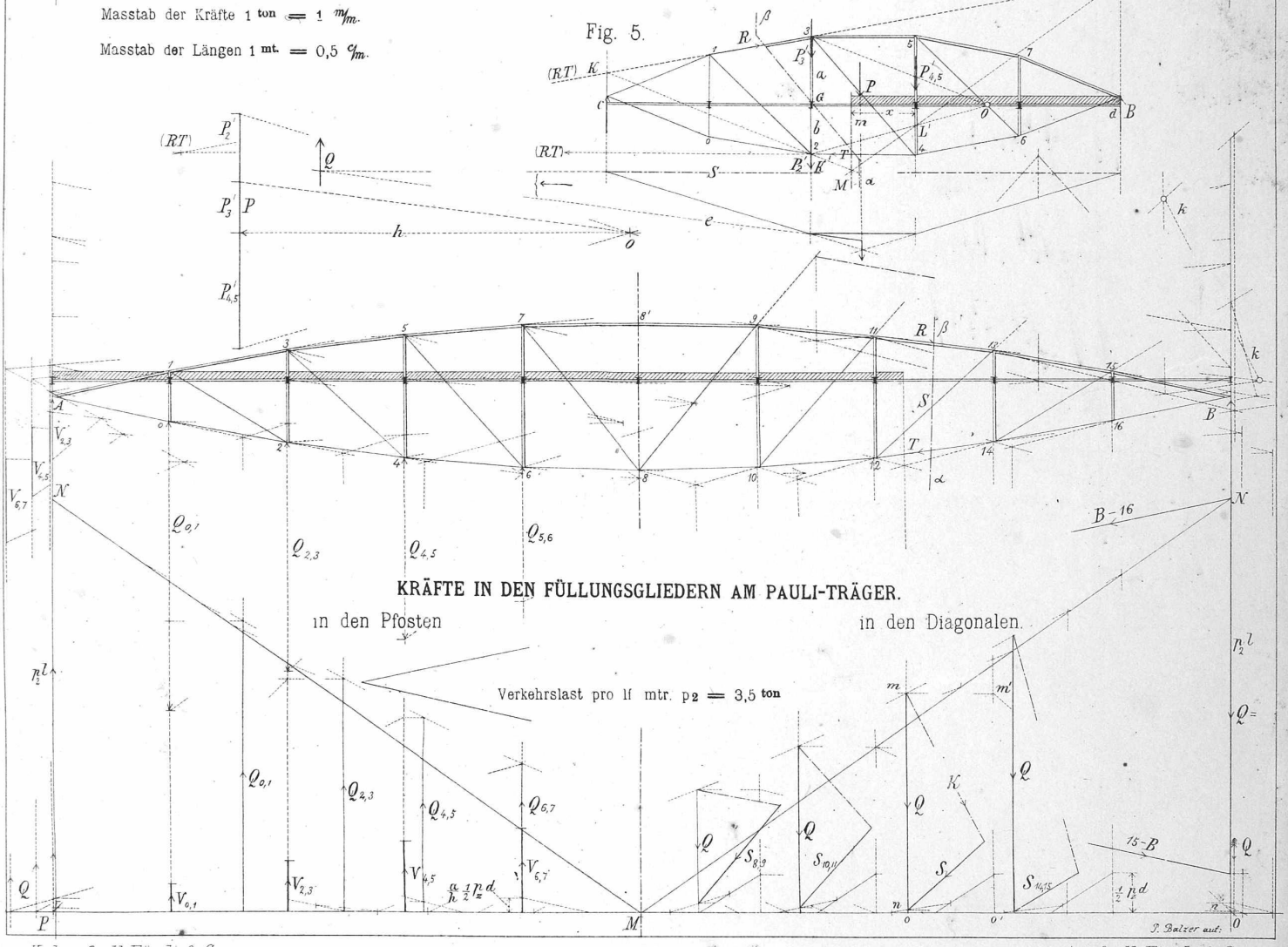
KRÄFTE IN DEN FÜLLUNGSGLIEDERN AM PARALLELTRÄGER.



Masstab der Kräfte 1 ton = 1 m/m.

Masstab der Längen 1 mt. = 0,5 c/m.

Fig. 5.



Verlag. Orell Füssli & Co. J. Balzer aut. Aut. Orell Füssli & Co

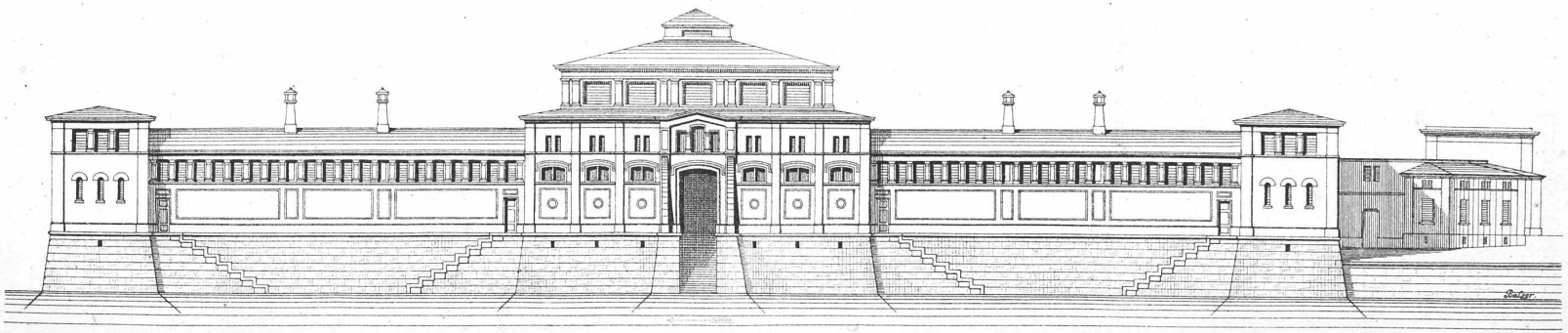
Seite / page

18(3)

leer / vide / blank

SCHLACHTHAUS in ZÜRICH.

FACADE längs der LIMMAT.



Masstab 1:500.

P. Balzer aut.

Verlag Orell Füssli & Co.

Aut. Orell Füssli & Co.

Seite / page

18 (5)

leer / vide / blank

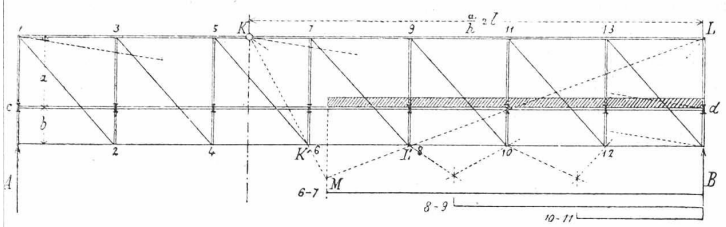
Zur Construction der Belastungslänge x *für einen Parallelträger* verwenden wir Gleichung 2), also

$$\frac{x}{d} = \frac{k}{\frac{a}{h} \cdot 2l - d}$$

direct.

Zu dem Ende reduciren wir zunächst die Stützweite $2\,l$ im

Fig. 2.



Verhältnisse $\frac{a}{h}$, indem wir in Figur 2 durch den Endpunkt von a die Parallele zu $C\,D$ ziehen. Der Verticalschnitt durch den Punkt K trennt die Pfosten hinsichtlich ihrer gefährlichen Belastungsart derart in zwei Schaaren, dass für die eine $x < d$, für die andere $x > d$ wird. Schneiden wir nämlich irgend einen Pfosten rechts der genannten Verticalen z. B. $V_{6,7}$, verbinden K mit K', L mit L', so schneidet nach wie vor die Verticale m durch den Schnittpunkt M der Verbindungsstrahlen auf der Linie der Fahrbahntafel die Belastungsstrecke x ab; da die Construction für jeden Pfosten des Intervalls giltig bleibt, so kann man hinsichtlich der abstehenden Partialbelastung des Partialträgers sagen:

„Für alle rechts der Verticalen durch K *befindlichen Pfosten ist zur Bestimmung der Belastungsgrenzen das oben entwickelte Constructionsverfahren anzuwenden.“*

„Fällt K *in den Pfosten, so reicht seine Belastungsgrenze bis zum Pfosten.“*

„Für sämmtliche im Intervalle zwischen dem linksseitigen Auflager und der verticalen durch K *befindlichen Pfosten, ist zur Bestimmung der Belastungsgrenzen nachstehendes Verfahren einzuschlagen“.*

Zur Bestimmung der Belastungsgrenze beim Vorschieben der Verkehrslast jenseits des Pfostens, schneiden wir in Fig. 3 das allgemein geformte Fachwerk durch den Schnitt $\alpha\,\beta$ und nehmen die Last um x m/ im Nachbarfach übergreifend an. In diesem Falle beträgt die Scheerkraft:

$$-Q = A = \frac{(k+x)^2}{4\,l} \cdot p_z,$$

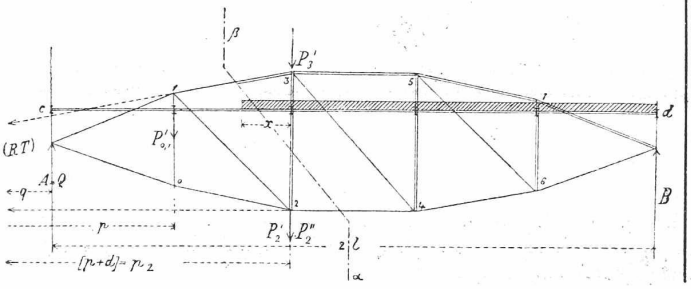
wegen Totalbelastung des $n$ten Faches, ist unter Annahme des früheren Vertheilungsgesetzes:

$$P'_2 = \frac{a}{h} \cdot \frac{p_z\,d}{2}$$

die um x ins Nachbarfach vorgeschobene Belastung vertheilt sich auf den Pfosten $V_{0,1}$ zu

$$P'_{0,1} = \frac{p_z\,x^2}{2\,d}$$

Fig. 3.



auf den Knoten 2 zu:

$$P''_2 = \frac{a}{h} \cdot \frac{p_z}{d}\left(d\,x - \frac{x^2}{1}\right)$$

Damit V den maximalen Werth erreicht, soll die Verkehrslast so weit in das $(n-1)$te Fach vorgeschoben werden, bis das Moment der Transversalkraft für den Schnitt $\alpha\,\beta$, bis also:

$$V\,p_2 = V\,(p+d) = P_{0,1} \cdot p + (P'_2 + P''_2)\,p_2 - Q\,q$$

nach wie vor zum Maximum wird. Setzt man in vorstehende Gleichung obige Werthe ein, so wird:

$$\frac{d\,(V \cdot p_2)}{d\,x} = o = \frac{p}{d} \cdot x + \frac{a}{h}\,p_2 - \frac{a}{h}\,\frac{p_2}{d}\,x - \frac{q}{2\,l}\,(k+x)$$

mithin:

$$\frac{x}{d} = \frac{k\,\frac{q}{2\,l} - \frac{a}{h}\,p_2}{\frac{b}{h} \cdot p_2 - \left(d + \frac{q}{2\,l}\,d\right)} \qquad 3)$$

Obschon vorstehende Gleichung noch relativ einfach zu construiren ist, bietet doch das rein graphische Constructionsverfahren so grosse Einfachheit, dass man zur Ermittlung der fraglichen Belastungsgrenzen weder auf die Formel noch ihre geometrische Darstellung zurückgreifen wird; wir unterlassen daher hier ihre Discussion.

Für Paralleltrager sind die Hebelarme $p = q = p_2 = \infty$, somit reducirt sich vorstehender Ausdruck auf:

$$\frac{x}{d} = \frac{\frac{k}{2\,l} - \frac{a}{h}}{\frac{b}{h} - \frac{d}{2\,l}} \qquad 4)$$

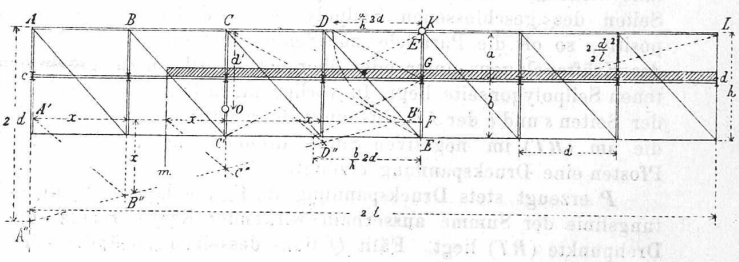
Es hängt nun von der Lage der Fahrbahntafel und der Pfosten ab, welcher Grössenzustand des Verhältniss $\frac{x}{d}$ annimmt; da indessen Gleichung 4) nur in jenen Fällen zur Anwendung gelangt, wenn zur gefährlichen Belastung eines oder mehrerer Pfosten die Verkehrslast thatsächlich in das Nachbarfach vorzuschieben ist, so kommen blos positive Werthe des Verhältnisses $\frac{x}{d} < 1$ in Betracht.

Zur Construction von x schreiben wir die Gleichung 4) in der Form:

$$\frac{x}{x'} = \frac{x}{2\left(\frac{k}{2\,l}\,d - \frac{a}{h}\,d\right)} = \frac{d}{2\left(\frac{b}{h}\,d - \frac{d^2}{2\,l}\right)} = \frac{d}{d'}$$

Durch den Schnittpunkt G irgend einer Verticalen mit der Linie der Fahrbahntafel, ziehen wir die Parallelen zu den Diagonalen $C\,E'$ und $C'\,E$; sie schneiden auf den Streckbäumen Segmente $= \frac{a}{h} \cdot 2\,d$ und $\frac{b}{h} \cdot 2\,d$ aus. Trägt man ferner auf die linksseitige Auflagerverticale die doppelte Fachdistanz ab, macht also $A\,A'' = 2\,d$, so schneiden die Verbindungslinien auf jedem Pfosten die zugehörigen $\frac{k}{2\,l} \cdot 2\,d$ ab; insbesondere beträgt das

Fig. 4.



Segment auf dem letzten Zwischenpfosten $2\,\frac{d^2}{2\,l}$. Mit dem Cirkel bildet man ein für allemal die Differenz d' der Strecken $\frac{b}{h}\,2\,d$ und $2\,\frac{d^2}{2\,l}$, und trägt d' vom Druckbaum auf irgend einen Pfosten auf; den Endpunkt der Strecke d' bezeichnen wir mit O; vergleiche Fig. 4, worin $C\,O = d'$ gemacht wurde.

Schlägt man schliesslich von E mit der Cirkelöffnung $= \frac{a}{h}\,d$ einen Kreisbogen, zieht durch den Schnittpunkt F desselben mit dem Pfosten, die Parallele A'—B' zur Streckbaumrichtung, so stellen von Constructionswegen die Segmente der Pfosten zwischen den Strahlen $A''\,L$ und dieser Parallelen, die respectiven Längen x' dar.

Setzt man einmal das Dreieck an $O\,B$ an, zieht durch die Punkte B'', C'', D''... die Parallelen zu OB und diese schneiden auf der Linie A' — B' die gesuchten Belastungsgrenzen ab.

Beachtet man, dass für den ersten Zwischenpfosten:

$$k = (2\,l - d),\ x = d \text{ wird, d. h.}$$

Totalbelastung die ungünstigste ist, so kann man zur Construction der Belastungsgrenzen, sich die Construction des Punktes O sparen, indem man einfach an $A'\,B'' \parallel O\,B$ anlegt und nach wie vor durch die Punkte C'', D''.... die Parallele zieht. —

b) Graphisches Verfahren.

Zur Erklärung des graphischen Verfahrens der Bestimmung der Belastungsgrenze führen wir in Fig. 5 (v. Beil.) durch den Pfosten $V_{2,3}$ den Schnitt und belasten das geschnittene Fach ohne den Pfosten selbst zu überschreiten, durch eine mobile Einzellast P.

Ist $c-d$ der Fig. 5 die Linie der Fahrbahntafel, welche den geschnittenen Pfosten $V_{2,3}$ im Segmente $a + b = h$ theilt, und es stellen:

$$P'_{2,3} \text{ und } P'_{4,5}$$

die Componenten von P nach den gleichnamigen Pfosten dar, wird im Sinne obiger Festsetzung, von der Componente $P'_{2,3}$ auf die Knotenpunkte 2 und 3:

$$P'_2 = \frac{a}{h}\,P'_{2,3} \qquad P'_3 = \frac{b}{h}\,P'_{2,3}$$

entfallen.

Die Componente $P'_{4,5}$ auf die zugehörigen Knotenpuncte zu reduziren, hat keinen Zweck, indem der Schnitt $\alpha\beta$ dieselben nicht trennt.

Um zur Wirkung von der Einzellast P auf den geschnittenen Pfosten zu gelangen, construiren wir das Kräfte- und Seilpolygon seiner Componenten, schliessen dasselbe, bestimmen nach Richtung und Lage die Scheerkraft des Schnittes und prüfen ihren Drehsinn um den Schnittpunkt (RT) der beiden andern, im Schnitt $\alpha\beta$ gelegenen Fachwerktheile.

Auf eine beliebige Linie parallel der Kraftrichtung tragen wir der Reihe nach die bekannten Kräfte P_2', P_3' und $P'_{4,5}$, wählen im Abstande h einen Pol O und construiren das in Fig. 5 unter dem Trägerschema gezeichnete Seilpolygon; seine Schlusslinie ist s. Weil die Richtungslinien der Kräfte P'_2 und P'_3 zusammenfallen, verschwindet die Seilpolygonseite e zwischen diesen, sie wird Tangente an das Seilpolygon und läuft mit dem Strahl e des Kräftepolygons parallel, welcher vom Pole aus den Punkt zwischen P'_2 und P'_3 der Kräftelinie projicirt. Bekanntlich geht die Richtungslinie der Schwerkraft, d. i. der Summe der ausserhalb wirkenden Kräfte durch den Schnittpunkt der geschnittenen Seiten des geschlossenen Seilpolygon's und ist negativ oder positiv, so oft die Parallele zur Schlusslinie durch den Pol O des Kräftepolygons unter oder über der Parallelen zur geschnittenen Seilpolygonseite liegt. In vorliegendem Fall ist der Schnitt der Seiten s und e der Angriffspunkt der negativen Scheerkraft Q, die um (RT) im negativen Sinne drehend, im geschnittenen Pfosten eine Druckspannung erzeugt.

P erzeugt stets Druckspannung in $V_{2,3}$, solange die Richtungslinie der Summe ausserhalb wirkender Kräfte rechts vom Drehpunkte (RT) liegt. Fällt Q links desselben, so ändert sich ihr Drehsinn um (RT) und der Pfosten erfährt die entgegengesetzte, hier absolute Inanspruchnahme. Im Falle, dass die Angriffsrichtung der Scheerkraft durch den Schnittpunkt (RT) geht, kann eine Zerlegung der Scheerkraft unmittelbar nach den geschnittenen Streckbäumen erfolgen, ohne das Füllungsglied in Mitleidenschaft zu ziehen. Offenbar sind wir hier an der Grenze der Belastung und die an diese Grenze anstehende beziehungsweise abstehende Totalbelastung des Systems würde der maximalen Zug-, respective Druckspannung des Pfostens entsprechen.

Am einfachsten gelangen wir wohl zu dieser Grenzlage von P, indem wir die in der Trägeransicht vorhandenen Linien derart zu einem Kräfte- und Seilpolygon benützend vereinigen, dass für die vorliegende Lastvertheilung die Scheerkraft des Schnittes $\alpha\beta$ durch den Momentendrehpunkt (RT) hindurchgeht.

Da die Grösse der Einzellast P und deren Componenten auf das Endergebniss ohne Einfluss, P'_2 und P'_3 den Segmenten a und b des Pfostens direct proportional sind, darf man den Pfosten als Kräftelinie, die Segmente a und b als Componenten von $P'_{2,3}$ betrachten. Fasst man überdies die Verbindungslinie KK' als Seilpolygonseite vor P'_2, den geschnittenen Zugbaum als Seilspannung zwischen P'_2 und P'_3 auf, so erhält man sofort den Pol O des Kräftepolygons, indem man mit KK' durch den Knotenpunkt 3, mit der Zugbaumrichtung durch den Theilpunkt G des Pfostens, vergleiche Fig. 5, die Parallelen zieht; ihr Schnitt gibt O, den gesuchten Pol.

Der Strahl, welcher von O den Knoten 2 projicirt, ist in Folge der besondern Wahl der Anordnung, nach Grösse, Richtung und Lage, die Spannung zwischen P'_3 und $P_{4,5}$; ihr Schnitt L' mit dem benachbarten Pfosten giebt zu dem Punkte L noch einen 2. Punkt der äussersten Seilpolygonseite, mithin ist die Verbindungslinie LL' die fragliche Seilpolygonseite selbst. Ihre Verlängerung schneidet KK' im Angriffspunkte der Einzellast P, für welche der Pfosten ausser Thätigkeit fällt.

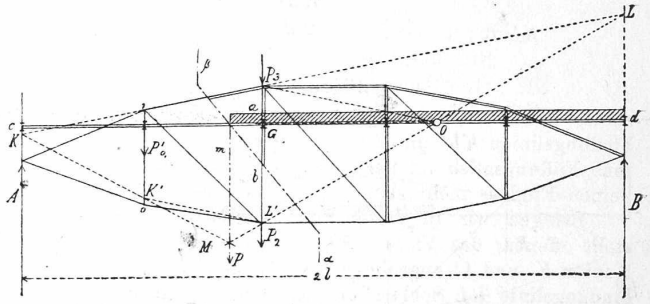
Die Construction in Worten gefasst lautet:

So lange das einfache Balkenfachwerk bei eingesattelter Fahrbahntafel Träger einer gleichmässigen Belastung ist, verlängere man zur Bestimmung der Grenze der ungünstigsten Belastungsart eines Pfostens den geschnittenen Druckbaum bis zum Schnitte K *und* L *mit den Auflagervertikalen, verbinde* K *mit dem untern Ende des Pfostens und ziehe zu der Verbindungslinie durch den obern Endpunkt desselben die Parallele, bis sie die zum Zugbaum durch den Theilpunkt* G *geführte Parallele schneidet. Verbindet man diesen Schnittpunkt mit dem untern Pfostenende, so bestimmt diese Verbindungslinie auf dem Nachbarpfosten des belasteten Fragments einen Punkt* L', *welcher mit* L *verbunden, die äusserste Seilpolygonseite liefert. Die Verticale durch den Schnitt dieser Seite mit der Linie* KK' *stellt die Belastungsgrenze dar.*

Sind durch directen Versuch oder an Hand der im analytischen Verfahren entwickelten Methode diejenigen Pfosten ermittelt, für welche die Verkehrslast über den Pfosten hinaus ins Nachbarfach vorzuschieben ist, so ändert sich für sie die Form der obigen Construction. Die Aenderung ist durch die geänderten Belastungsverhältnisse der Knoten und ihrer relativen Lage zum Schnitt bedingt.

Denkt man vor der Hand eine Einzellast P ins Nachbarfach vorgeschoben, vergleiche Fig. 6, so entfallen auf die Pfosten 0,1

Fig. 6.



und 2,3 die Kräfte: $P'_{0,1}$ und $P'_{2,3}$, deren Summe P entspricht. Der Schnitt trennt die Knoten 2 und 3, mithin über die auf die Knoten reducirten Lasten:

$$P'_3 = \frac{b}{h} P'_{2,3}$$

$$P'_2 = \frac{a}{h} P'_{2,3}$$

entgegengesetzten Einfluss auf die Pfosten. Während im oben betrachteten Fall die Scheerkraft des Schnittes:

$$Q' = P'_2 - A$$

gewesen, beträgt jetzt, abgesehen von den Grössenunterschieden, ihr Maass:

$$Q' = (P'_{1,0} + P'_2) - A$$

Nach wie vor bleibt diejenige Lage der Einzellast P zu finden, für welche die Angriffsrichtung der Schwerkraft Q' durch den Schnittpunkt der verlängerten Streckbaumrichtungen geht. Zu dem Ende setzen wir im Trägerschema die Componenten von P in der Reihenfolge P'_3, P'_2 und $P'_{0,1}$ zusammen, wählen wie früher den geschnittenen Pfosten mit seinen Segmenten b, a zur Kräftelinie, und fassen die geschnittene Druckbaumrichtung als Schlusslinie s, die Verbindungslinie LL' als erste, die Zugbaumrichtung als Seilpolygonseite zwischen P'_3 und P'_2 auf. Zieht man daher durch den Theilpunkt G des Pfostens nach wie vor die Parallele zum Zugbaum, so schneidet sie auf der Verbindungslinie LL' den Pol O des Kräftepolygons heraus. Zieht man nun zum Strahl, welcher von O das obere Pfostenende projicirt eine Parallele durch L' bis der Nachbarpfosten im Punkte K' getroffen wird, verbindet K und K_1 so erhält man analog wie früher, in der Vertikalen durch den Schnittpunkt der Linien KK' und LL' die gesuchte Belastungsgrenze.

Fassen wir auch diese Construction in Worte, so hätte man: *Bei gleichmässiger Belastung des Balkenfachwerks mit eingesattelter Fahrbahntafel für jeden Pfosten zur Bestimmung der Grenze seiner gefährlichen Belastung, wofern diese über den Pfosten in's Nachbarfach reicht, den geschnittenen Druckbaum zum Schnitte* K *und* L *mit den Auflageverticalen zu bringen,* L *mit dem untern Ende des Pfostens zu verbinden und durch den Theilpunkt* G *des Pfostens zur geschnittenen Zugbaumrichtung die Parallele bis zu Schnittpunkt* O *mit* LL' *zu ziehen. Verbindet man* O *mit dem oberen Pfostenende, führt durch den untern die Parallele zur Verbindungslinie, so erhält man auf dem Nachbarpfosten des entlasteten Fragments einen Punkt* K' *welcher mit* K *verbunden, die äusserste Seilpolygonseite liefert. Die Verticale durch den Schnitt dieser Seite mit der Linie* LL' *stellt die Belastungsgrenze dar.*"

2. Fall: Die Fahrbahntafel liege über oder unter dem Hauptträger.

Die wesentlichen Vereinfachungen der Rechnung beziehungsweise der Construction, welchen wir hier begegnen, fussen in dem Umstande, dass bei oben-, resp. unten liegender Fahrbahntafel eine Lastvertheilung auf die durch Schnitte am System getrennten Knotenpunkte *a priori* nicht stattfindet; es bleibt daher einzig die Lastübertragung durch die secundären Längsträger zu berücksichtigen übrig.

Bezeichnen im Einklang mit Fig. 7, mit:

$K'L'$ die, durch jede in das Fach vorgeschobene Last direct belasteten Knotenpunkte, mit

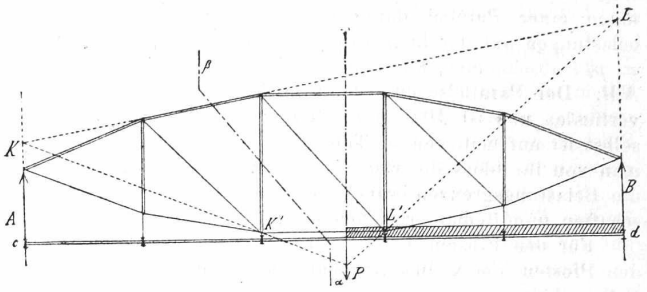
KL die Schnittpunkte der Auflagerverticalen mit der Richtungslinie des geschnittenen, unbelasteten Streckbaums,

so ist leicht einzusehen, dass jede im Schnittpunkte der Verbindungslinien KK' und LL' angebrachte Last auf das geschnittene Füllungsglied im Fach, mag es Strebe oder Pfosten sein, keinen Einfluss mehr ausübt.

Bringen wir in diesen Schnittpunkt eine Kraft P an, so stellt offenbar das Viereck $KK'L'L$ das Seilpolygon ihrer in den Knoten K' und L' angreifenden Componenten dar. Weil die Verbindungslinie KL Schlusslinie des Seilpolygons ist, so geht die Angriffsrichtung der Scheerkraft des Schnittes $\alpha\beta$ durch den Querschnittpunkt (RT), welcher von Constructionswegen mit dem Schnittpunkte der äussersten, geschnittenen Seilpolygonseiten zusammenfällt, die Scheerkraft ist daher ohne Einfluss auf das Füllungsglied.

Jede links (rechts) von der in Fig. 7 strichpunktirten Verticalen auf die Fahrbahn der Brücke aufgebrachte Einzellast erzeugt eine Druck- (Zug-) Spannung im geschnittenen Füllungsglied, mithin bestimmt dieselbe die Grenze gefährlicher Belastungsart im einen und andern Sinn.

Fig. 7.



Bezeichnet:

k nach wie vor die Länge vollbelasteter Fächer,

$2\,l$ die Stützweite des Fachwerks,

so erhält man aus ähnlichen Dreiecken die Figur:

$$\frac{(k+x)\,(p+d)}{k\,.\,p} = \frac{(p-q)+(d-x)}{(p-q)}$$

somit:

$$\frac{x}{d} = \frac{h}{\frac{p}{q}\,.\,2\,l - d} \qquad 5)$$

Für Parallelträger, für welche obige Auseinandersetzung wörtlich gilt, wird

$$p = q = \infty,$$

somit erhält man:

$$x = \frac{k}{2\,l - d} = \frac{\mu}{\eta - 1}$$

wenn man mit μ und η im Sinne von Seite 18 die Anzahl belasteter respect. Gesammtzahl der Fächer versteht. Ohne Rücksicht auf die Form des Balkenfachwerks kann man obige Construction folgendermassen in Worte kleiden:

„*Solange die gleichmässig vertheilte Verkehrslast eines beliebig geformten einfachen Balkenfachwerks ausschliesslich entweder in den obern oder untern Knotenpunkten aufgenommen wird, verlängere man zur Bestimmung der Grenze der gefährlichsten Belastungsart eines Füllungsgliedes, die unbelastete Streckbaumrichtung bis zum Schnitte mit den Auflagerverticalen, verbinde diese Punkte mit den durch die Fahrbahn direct belasteten Knoten, so stellt die Verticale durch den Schnitt der Verbindungslinien die gesuchte Belastungsgrenze dar.*

Diese Construction rührt von Herrn Professor *Culmann* her und befindet sich in dessen „Graphischer Statik" 1. Aufl. S. 368.

Um schliesslich die Anwendungen der gewonnenen Resultate zu zeigen, haben wir auf beiliegender Tafel für einen Parallelträger und den *Pauli*'schen Fachwerkträger, für einige Pfosten und Diagonalen bei eingesattelten Fahrbahntafeln die gefährlichen Belastungsarten und für diese die Grössen der innern Spannungen dieser Constructionstheile bestimmt. Die Methode der Bestimmung der innern Spannungen bietet nichts Neues und besteht nach *Culmann* in der graphischen Zerlegung der Scheerkraft Q nach der Richtung des geschnittenen Constructionstheils und nach einer Richtung K, welche den Schnitt der beiden andern Fachwerktheile mit dem Schnitte der Scheerkraft Q und Füllungsglied verbindet. Beim Parallelträger sind bekanntlich die Kräfte in den Pfosten den Scheerkräften gleich, diejenige der Diagonalen haben zu Verticalcomponenten die respectiven Scheerkräfte.

a) Parallelträger.

Für eine abstehende Partialbelastung, vergleiche das Belastungsschema unter der Trägeransicht auf beil. Tafel sind, um

die Uebereinstimmung zu zeigen, für die Pfosten $V_{0,1}$ bis $V_{14,15}$ die Grenzen der ungünstigsten Belastungsarten sowohl nach der analytischen, als graphischen Methode ermittelt. Für die beiden Diagonalen $S_{14,15}$ und $S_{16,17}$ geschah die Ermittlung der fraglichen Grenzen für eine anstehende Partialbelastung; die grenzbestimmenden Punkte liegen rechts über dem Trägerschema.

Der Verlauf der Scheerkräfte Q bei gleichmässiger Belastung ist, abgesehen vom Einflusse der secundären Längsträger, welcher besonders berücksichtigt wird, durch die Ordinaten einer Parabel dargestellt, die für abstehende Partialbelastungen auf der linksseitigen Auflagerverticalen ein Segment $= p_z\, l$ abschneidet; die Tangente hier ist die Verbindungslinie NM. Der Parallelscheitel liegt in der rechtsseitigen Auflagerverticalen und ist MO seine horizontale Tangente. Die Parabel selbst ist auf beiliegender Tafel nicht gezeichnet worden, weil man von ihr bloss die wenigen Punkte in den Verticalen durch die Belastungsgrenzen braucht, die aus bekannten Parabeleigenschaften unmittelbar erhältlich sind.

Für den Pfosten $V_{4,5}$ im Schnitt $\alpha\beta$ ist die Belastung über den Pfosten um x in's Nachbarfach vorzuschieben, in diesem Falle erhält man

$$V_{6,7} = Q - \left[\frac{ad}{2h} \cdot p_z + p_z \frac{x^2}{2d} + \frac{a}{hd}\, p_z \left(dx - \frac{x^2}{2} \right)\right]$$

für irgend einen Pfosten rechts der Verticalen durch K, erreicht die vorgeschobene Verkehrslast den Pfosten nicht, mithin wäre:

$$V = Q - \frac{a}{h} \cdot p_z \frac{x^2}{2d}$$

Wir beschränken uns auf die Erklärung der Construction des Abzuges in ersterem Ausdruck; sie ist allgemein und schliesst die Construction des Abzuges der letztern in sich.

Zunächst ist für alle Pfosten links der Verticalen durch K die Constante:

$$\frac{a}{h} \cdot \frac{p_z\, d}{2}$$

gebildet, von der Abscissenaxe PO aufwärts abgetragen und durch den so gefundenen Endpunkt die punktirte Linie $a-b$ gezogen worden. In der Trägeransicht, am Endständer 0—1 ist das *Sinus*-Verhältniss $\frac{a}{h}$ benützt worden, um einfach construirt und mittelst eines Cirkels das Product:

$$\frac{a}{h} \cdot \frac{p_z\, d}{2}$$

zu bilden.

Um die Abzüge:

$$p_z \frac{x^2}{2\,d} \qquad \text{und} \qquad \frac{a}{h\,d}\, p_z \left(d\,x - \frac{x^2}{2} \right)$$

zu bilden, sind auf die verlängerten Pfostenrichtungen, selbstverständlich im Masstabe der Kräfte von den Horizontalen $a\,b$ aus, die halben Fachbelastungen $= p_z \cdot \frac{d}{2}$ zweimal aufwärts aufgetragen worden.

Der Endpunkt n des Segments $p_z \cdot \frac{d}{2}$ ist mit der Mitte m, derjenige von $p_z\, d$ mit dem Schnittpunkte o der Linie $a\,b$ in jedem Fach verbunden worden. Beachtet man, dass beim Vorschieben die Componente:

$$p_z \cdot \frac{x^2}{2\,d}$$

innerhalb der Fachdistanz durch eine kleine Parabel dargestellt ist, für welche $n\,m$ und $m\,o$ End- und Scheiteltangente sind, so darf man nur $o\,x$ und $x\,o$ halbiren, so schneidet die Verbindungslinie der auf die Tangenten projicirten Halbirungspunkte, auf der Verticalen Q, das Segment:

$$x\,y = p_z \cdot \frac{x^2}{2\,d}$$

heraus. Dabei beträgt der Abschnitt:

$$y\,z = x\,z - x\,y = p_z\,x - p_z \frac{x^2}{2\,d} = \frac{p_z}{d}\left(d\,x - \frac{x^2}{2} \right);$$

wir greifen daher das Segment yz in den Cirkel, multipliciren es in der Trägeransicht mit dem Verhältnisse $\frac{a}{h}$ und tragen das Ergebniss als Abzug von y auf die Verticale Q' aufwärts ab.

Der in Figur auf der Beilage stark ausgezogene Theil von Q stellt die Schwerkraft des Schnittes $\alpha\beta$ dar und ist als solcher gemessen auf dem zu Grunde gelegten Kräftemassstab, die gesuchte Pfostenkraft $V_{6,7}$.

Für die Diagonalen sind auf ähnlichem Wege zunächst die Scheerkräfte der Schnitte und durch Zerlegung dieser nach den Richtungen der Diagonalen und horizontal die Grössen der Spannungen in den Diagonalen bestimmt worden.

b) Allgemein geformtes Balkenfachwerk.

Auf der Beilage haben wir für die Pfosten der linksseitigen Trägerhälfte die Grenzen einer abstehenden, für die Diagonalen der rechtseitigen Trägerhälfte diejenige einer anstehenden Partialbelastung auf graphischem Wege ermittelt und ist dem hierüber Gesagten nicht weiter beizufügen.

Die Bestimmung der Fachwerkspannungen wird in vorliegendem Fall dadurch wesentlich complicirter, als beim Parallelträger, weil einerseits das Verhältniss $\frac{a}{h}$ variabel, die Bestimmungselemente der Abzüge der Scheerkraft Q in jedem einzelnen Fall besonders ermittelt werden müssen, andererseits die Lage der Scheerkraft in Frage kommt, deren Bestimmung eine besondere Construction erfordert. So z. B. für die Strebe S im Schnitte $\alpha\beta$ ist die Differenz der Segmente om und on die Summe der ausserhalb wirkenden Kräfte; ihre Lage erhalten wir, indem wir die Kräfte auf den respectiven Angriffsrichtungen vertauschen und ihre Endpunkte einfach verbinden. Wir projiciren om auf die Richtungslinie des totalen Abzugs, machen also $om = o'm'$; projiciren sodann on auf die rechtsseitige Widerlagerverticale, verbinden m' mit n' und bestimmen den Schnitt der Verbindungslinie mit der Verlängerung von oo'. Die Verticale durch diesen Schnittpunkt gibt die gesuchte Angriffsrichtung von Q. Durch eine perspectivische Verschiebung ist, trotz der schleifenden, weit ausserhalb des Rahmens der Zeichnung sich schneidenden Streckbaum-Richtungen (RT), k die Verbindungslinie dieses Streckbaumschnittes mit dem Schnittpunkt der Scheerkraft und Strebenrichtung äusserst genau bestimmt.

Zieht man nun durch die Endpunkte von Q die Parallelen zu S und k, setzt an die Seiten des so erhaltenen Kräftedreiecks den discontinuirlichen Umfahrungssinn, so erhält man Grösse und Sinn der gesuchten Diagonalspannung.

In ähnlicher Weise sind die Pfostenkräfte V bestimmt; wir suchen die Lagen der ausserhalb wirkenden Kräfte und bestimmen nach der auf Seite 164 und 165 des Verfassers *„äussere Kräfte . . . etc. etc.“* angegebenen Methode auf den Angriffsrichtungen der Q Segmente, die die Pfostenkräfte messen. Diese Segmente sind dort abgegriffen und um ihren Verlauf darzustellen, auf die respectiven Pfosten von der Abscissenaxe PO aus abgetragen worden.

L. T.

* * *

Patteson's verbesserte Wagenkupplung.

(Amerikanisches Patent.)

Nachstehende Illustration zeigt eine neue und sehr einfache Form einer automatischen Wagenkupplung für centrale Puffer, welche auf den amerikanischen Bahnen ja ausschliesslich verwendet werden. Die einfachste Form der in Amerika gebräuchlichen Kupplungen ist die, dass ein Kettenglied, das in dem einen Puffer befestigt ist, in den andern hineingeschoben und dort durch einen von oben hineingesteckten Bolzen festgehalten wird. Die vorliegende automatische Kupplung besteht nun, wie aus der Zeichnung ersichtlich, genau aus ebenso viel Theilen, wie die gewöhnliche, und deren Einrichtung ist derart, dass der Mechanismus kaum je versagen dürfte.