Zeitschrift: Die Eisenbahn = Le chemin de fer

Herausgeber: A. Waldner

Band: 6/7 (1877)

Heft: 23

Artikel: Graphische Bestimmung der Stützmauerstärke

Autor: Ritter

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-5881

1. und 2. Die Lage bei einer Temperatur von 21° R. Es ist dies die grösste Pfeilhöhe, welche am 21. Juni 1876 beobachtet worden; die kleinste am 23. Januar 1877 bei — 4° R. war ca. 45 $^m/_m$ tiefer. Bei einem Temperaturwechsel von 25° R. war somit die Differenz in der Pfeilhöhe 45 $^m/_m$.

3. Diejenige Curve, welche dem grössten stattgefundenen Drucke entspricht, am 13. Juli 1877 kurz vor der Trennung vom rechtseitigen Widerlager durch Lösen der Auflagerplatten. Die grösste Hebung über der Lage (1) beträgt auf der linken Seite, wohin sich die Wirkung des Stosses vom Widerlager geworfen 0,370 $^m/$. Die Entfernung zwischen den Widerlagern betrug noch 54,945, so dass die entsprechende Verkürzung der Bogensehne 0,255 $^m/$ war; zu bemerken ist, dass beim dritten Verticalständer links die Fuge des Stehbleches des Bogenträgers sich geöffnet und die Stossplatten dort gerissen sind. Dieser Umstand erklärt die starke Erhöhung in diesem Punkte, und hatte wohl auch dazu beigetragen, anderweitige Beschädigungen zu verhindern, indem dem Bogen Spielraum gegeben wurde, sich auf dieser Seite auszudehnen.

5. Lage des Streckbaumes am 16. Juli 1877.

7. und 8. Lage des Streckbaumes und des Bogens am 26. Juli 1877.

9. und 10. Die Lage des auf das Gerüste abgesetzten Bogens am 9. August. G.

* * *

Graphische Bestimmung der Stützmauerstärke.

Mitgetheilt von Prof. **Ritter** in Riga.

Die Theorie der Stützmauern umfasst hauptsächlich zwei Aufgaben, erstens die Bestimmung des Erddruckes, welchen die Mauer auszuhalten hat, und zweitens die Bestimmung derjenigen Mauerstärke oder desjenigen Mauerprofiles, welches diesem Drucke genügenden Widerstand leistet.

Bei der letztern Aufgabe können verschiedene Bedingungen gestellt werden: entweder verlangt man, dass die Mittelkraft sämmtlicher an der Mauer angreifenden Kräfte in den Centralkern des Mauerquerschnitts falle, oder dass die Maximalbeanspruchung des Mauerwerks (und zwar entweder die Maximaldruck- oder die Maximalzugbeanspruchung) eine gewisse Grenze nicht überschreite, oder endlich, dass der Mauerkörper bei verdoppeltem (oder allgemein mit einem Sicherheitscoefficienten multiplicirten) Erddruck noch stabil sei, mit andern Worten, um seine vordere untere Kante nicht umkippe. Diese letztere Bedingung scheint uns, obschon sie nicht die rationellste genannt werden kann, immer noch die empfehlenswertheste zu sein; denn sie liefert stets praktisch brauchbare Resultate und erfordert am wenigsten Arbeit, was von den andern Methoden nicht immer gesagt werden kann.

Bekanntlich hat auch Culmann in seiner graphischen Statik diese Stabilitätsbedingung adoptirt und auf Grund derselben mehrere Aufgaben gelöst. Dabei hat der Verfasser entweder den Weg des Probirens (unter Anwendung von Fehlercurven) oder den Weg des graphischen Rechnens eingeschlagen (Vide Graph. Statik, I. Aufl., Nrn. 163—166.) Nach dem letzteren Verfahren wird die gesuchte Mauerstärke erst berechnet und dann — auf Grund des gefundenen Ausdrucks — auf eigenthümliche Weise construirt.

So interessant dieses Verfahren auch ist, so besitzt es doch die Unbequemlichkeit, dass die betreffende Operation, da sie auf etwas complicirten Formeln beruht, gar zu leicht vergessen wird. In Nachfolgendem soll nun gezeigt werden, wie dieselbe Aufgabe auf rein geometrischem Wege gelöst werden kann.

Wir müssen dabei die Bemerkung vorausschicken, dass dieses neue Verfahren vor mehreren Jahren von Herrn Ingenieur Emil Adler aus Kopenhagen (damals Studirender des Zürcher Polytechnikums) aufgefunden worden ist; wir halten es für der Mühe werth, dasselbe hiermit zur allgemeinen Kenntniss zu bringen.

Wir setzen zunächst voraus, das Profil der Stützmauer sei ein dreieckiges; $A A_1$, Fig. 1, sei die gegebene hintere Wand und $A_1 B$ die — zunächst beliebig gewählte — vordere Wand der Mauer. E sei der bekannte, schon mit dem Sicherheitscoefficienten multiplicirte Erddruck.

Die Aufgabe besteht nun darin, den untern Punkt B der vordern Wand so zu bestimmen, dass die Mittelkraft aus dem Erddruck E und dem Mauergewichte M durch den Punkt B geht.

Fig. 1. Fig. 2.

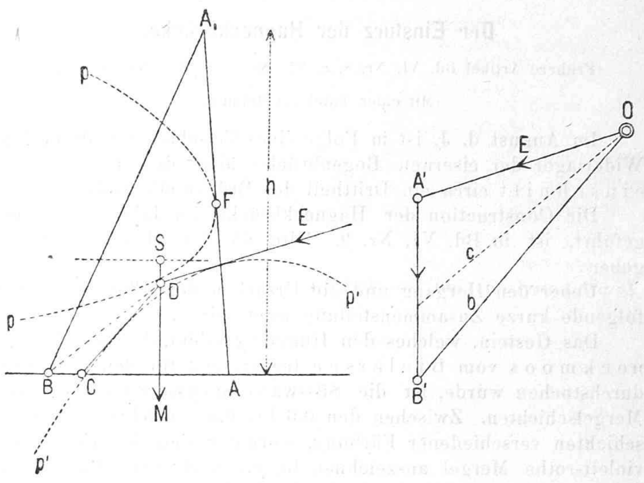
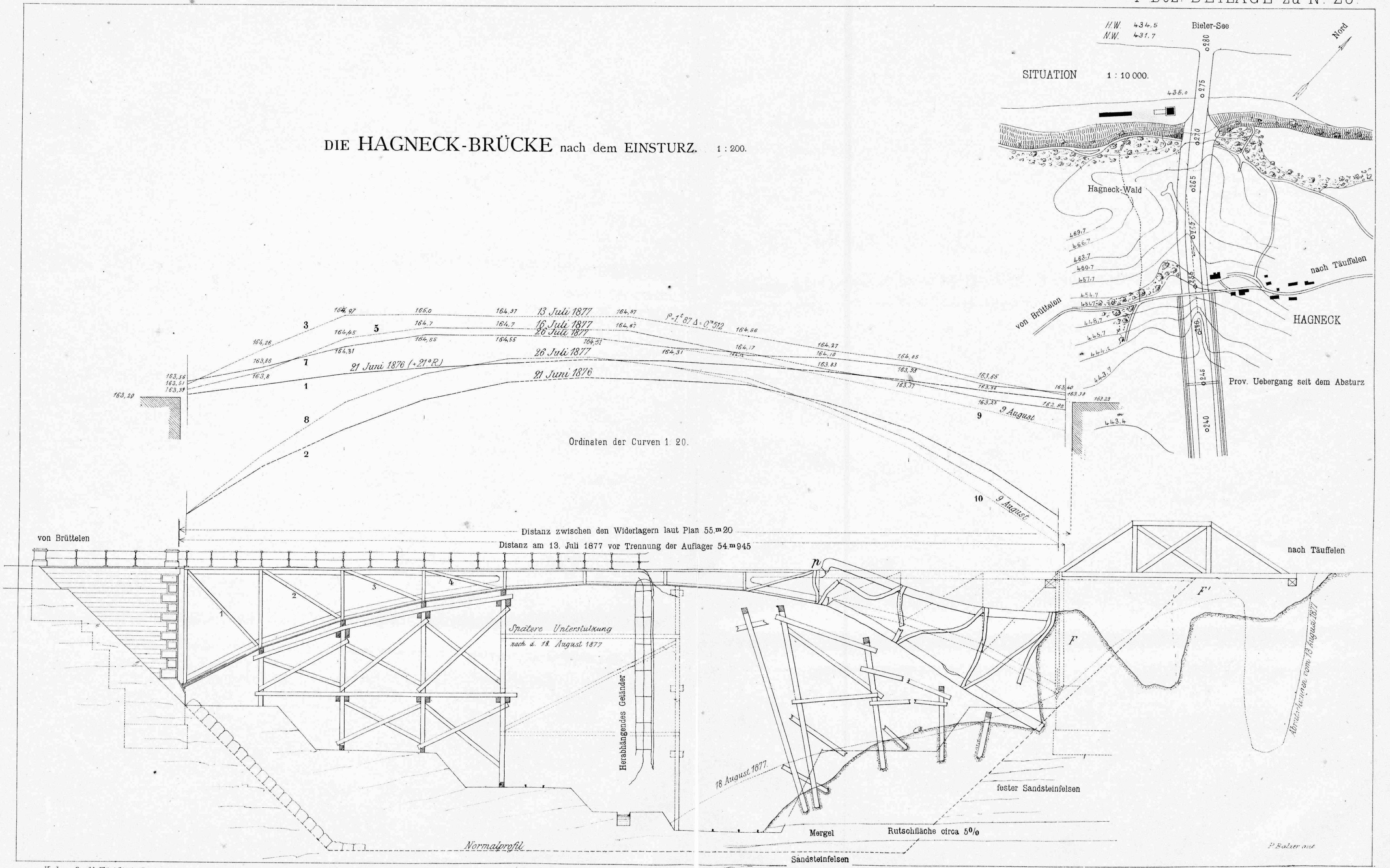


Fig. 2 stellt das Kräftepolygon dar. $O A'$ ist der gegebene Erddruck E, $A' B'$ das Mauergewicht M. Der Einfachheit halber wählen wir den Masstab der Kräfte gleich $\frac{1}{2} h \gamma$, worin h die Höhe der Mauer und γ das specifische Gewicht des Mauerwerks bezeichnet; dann ist (die Tiefe der Mauer gleich Eins angenommen) $A' B'$ einfach gleich der Grundlinie $A B$ des Mauerdreiecks. Der Strahl $O B'$ oder b stellt somit die Mittelkraft von E und M dar. Um die Lage derselben zu finden, bestimmen wir in Fig. 1 den Schwerpunkt S des Mauerdreiecks, ziehen durch denselben eine Verticale bis zur Richtungslinie der Kraft E und legen durch den Schnittpunkt D eine Parallele zum Strahl b im Kräftepolygon. Diese Parallele wird, wenn $A B$ beliebig angenommen ist, nicht durch den Punkt B gehen, sondern die Mauerbasis in irgend einem andern Punkte C treffen und unsere Aufgabe besteht nun darin, diejenige Mauerstärke zu suchen, für welche die Punkte B und C zusammenfallen.

Denkt man sich, die Mauerstärke nehme allmälig ab, d. h. der Punkt B rücke allmälig nach rechts, so wird auch C seine Lage stetig verändern; beide Punkte beschreiben demnach stetige Punktreihen und wir haben, in der Sprache der neuern Geometrie ausgedrückt, die Doppelpunkte dieser beiden Reihen zu bestimmen. Diese Aufgabe könnte leicht gelöst werden, wenn die beiden Punktreihen zu einander projectivisch wären; dies ist aber nicht der Fall, wie schon daraus hervorgeht, dass, während der Punkt B alle möglichen Lagen auf der Linie $A B$ einnehmen kann, der Punkt C von einem Theil derselben ausgeschlossen ist. Wohl aber ist der Strahlenbüschel $O b$ projectivisch zu dem Strahlenbüschel $O c$, welchen man erhält, wenn man durch O Parallelen zu $D B$ zieht.

Die Richtigkeit dieser Behauptung erhellt aus folgender Betrachtung:

Zunächst ist leicht einzusehen, dass die Gerade $D B$ einen Kegelschnitt, u. z. eine Parabel umhüllt. Denn der Schwerpunkt S liegt stets im untern Drittel der Mauerhöhe und zugleich auf der Verbindungslinie des Punktes B mit der Mitte F von $A A_1$; die Punktreihe S liegt also perspectivisch zu der Punktreihe B. Ferner liegt der Punkt D stets vertical unter S; folglich sind auch die Punktreihen S und D zu einander perspectivisch. Die Punkte B und D liegen somit projectivisch und ihre Verbindungslinien umhüllen eine Curve zweiten Grades. Die Geraden



Verlag Orell Füssli & Co.

Aut. Orell Füssli & Co

Seite / page

leer / vide / blank

$E D$ und $A B$ sind als Träger der beiden projectivischen Reihen Tangenten an die Curve. Da ferner der unendlich ferne Punkt von AB dem unendlich fernen Punkte von ED entspricht, so ist die unendlich ferne Gerade ebenfalls eine Tangente, der Kegelschnitt somit eine Parabel und zwar die in Fig. 1 einpunktirte Parabel $p p$.

Bekanntlich sind bei jedem Kegelschnitt die Punkte, welche eine bewegliche Tangente auf zwei festen Tangenten abschneidet, zu einander projectivisch. Betrachten wir $E D$ und die unendlich ferne Gerade als solche feste Tangenten der Parabel $p p$, so folgt, dass die Punkte D zu den unendlich fernen Punkten von $D B$ projectivisch liegen. Projiciren wir diese letztern aus O, d. h. ziehen wir die Strahlen $O c$ parallel zu $D B$, so sind auch diese Strahlen zu den Punkten D projectivisch. Der Strahlenbüschel Oc ist somit projectivisch zu der Punktreihe D.

Betrachten wir ferner, dass $A B$ laut Construction gleich $A' B'$, die Punktreihe B' somit der Reihe B congruent ist, so folgt, dass die Strahlen $O b$ zu den Punkten B projectivisch sind. Da aber letztere, wie oben gezeigt worden, zu den Punkten D projectivisch liegen, so ist auch der Strahlenbüschel $O b$ projectivisch zu der Punktreihe D.

Da nun die beiden Büschel $O b$ und $O c$ zu den Punkten D projectivisch sind, so sind sie zu einander selbst projectivisch w. z. b. w.

Nebenbei sei bemerkt, dass auch die Linien $D C$ als Verbindungslinien der Punkte D mit den unendlich fernen Punkten der Strahlen $O b$ einen Kegelschnitt umhüllen, und zwar die in Fig. 1 einpunktirte Parabel $p' p'$.

Fig. 3.

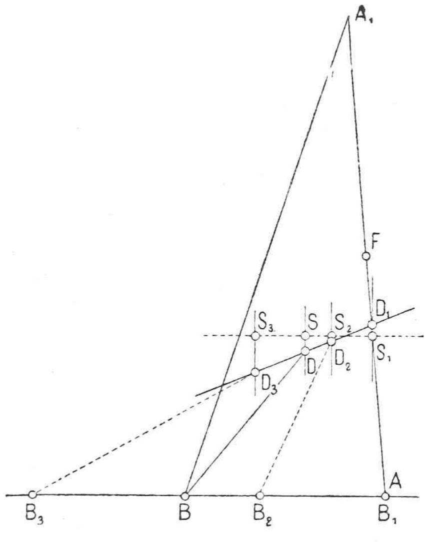
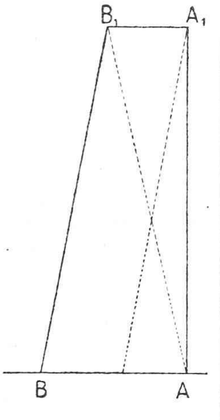


Fig. 5.

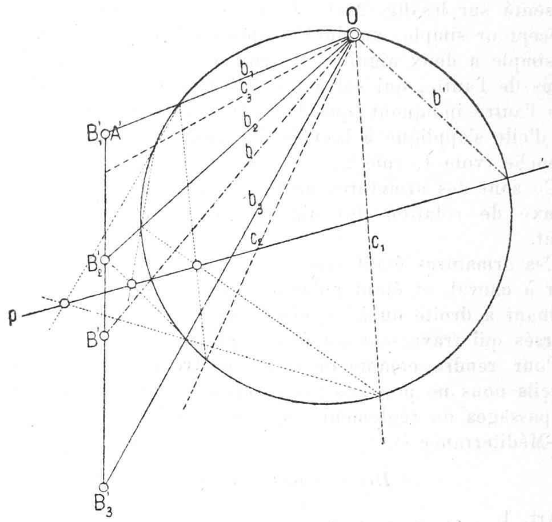


Es handelt sich jetzt darum, von den beiden Strahlenbüscheln $O b$ und $O c$ die Doppelstrahlen zu bestimmen.

Zu diesem Zwecke brauchen wir drei Paare entsprechender Strahlen. Wir nehmen demnach (siehe Fig. 3) drei beliebige Lagen von B (B_1, B_2 und B_3) an, wobei wir indessen, um die Construction etwas zu vereinfachen, B_1 mit A zusammenfallen lassen, und bestimmen die entsprechenden Schwerpunkte S und die zugehörigen Punkte D; zu den Verbindungslinien $D B$ ziehen wir durch O (Fig. 4) die parallelen Strahlen $O c_1$, $O c_2$ und $O c_3$. Zugleich übertragen wir die drei Strecken $A B_1$, $A B_2$ und $A B_3$ vom Endpunkt A' der Kraft E vertical abwärts auf und erhalten die drei Strahlen $O b_1$, $O b_2$ und $O b_3$ (ist der Kräftemasstab nicht, wie vorausgesetzt, gleich $1/2\, h\, \gamma$, so müssen die Strecken $A B$ vorerst mit einem constanten Factor multiplicirt werden; das Uebrige bleibt sich aber gleich).

Um nun die Doppelstrahlen zu finden, legen wir durch O einen beliebigen Kreis und verbinden die Schnittpunkte der sechs Strahlen mit demselben in der bekannten Weise; indem wir für das von den sechs Schnittpunkten gebildete Sechseck gewissermassen die Pascal-Linie $p p$ construiren *). Diese Linie $p p$ schneidet den Kreis an zwei Punkten und diese ergeben, mit O verbunden, die zwei Doppelstrahlen $O b$ und $O b'$, von welchen offenbar nur der erstere praktischen Werth hat; derselbe schneidet auf der Verticalen die richtige Mauerstärke $A' B' = A B$ ab.

Fig. 4.



Die in Figur 3 ausgeführte Probeconstruction bestätigt überdies die Richtigkeit dieses Resultats.

Soll der Querschnitt der Stützmauer nicht dreieckig, sondern parallelogrammförmig sein, so ändert sich an der ganzen Construction nichts, als dass die Schwerpunkte S in die halbe Höhe zu liegen kommen und dass die Kräfte $A' B'$ — gleicher Kräftemasstab vorausgesetzt — doppelt so gross sind als die Strecken $A B$.

In der Regel ist aber das Profil der Stützmauer trapezförmig. In diesem Fall muss offenbar noch irgend ein Element des Profils gegeben sein, wenn die Aufgabe eindeutig gelöst werden soll. Ist z. B. (s. Fig. 5) die obere Breite $A_1 B_1$ gegeben, so theilt man das Trapez durch die Diagonale $A B_1$ in zwei Dreiecke, setzt den Erddruck zuerst mit dem Gewichte des bekannten Dreiecks $A A_1 B_1$ zusammen und operirt dann mit dieser Mittelkraft gerade so, wie oben gezeigt worden ist. Ist dagegen der Anlauf der vordern Wand $B B_1$ gegeben, so zieht man durch A_1 eine Parallele dazu, wodurch man ein Dreieck von gegebener Grösse und ein Parallelogramm von unbekannter Breite erhält und hat somit die Aufgabe wieder auf den einfachen Fall zurückgeführt.

Auch wenn die untere Breite $A B$ gegeben und die obere gesucht ist, kann in ähnlicher Weise vorgegangen werden; doch gestaltet sich die Lösung in diesem Fall bei zweckmässiger Behandlung noch etwas einfacher.

Wie man die drei Punkte B_1, B_2 und B_3 in Figur 3 annimmt, ist ziemlich gleichgültig; indessen ist es im Interesse einer genauern Lösung zweckmässig, sie so zu wählen, dass der gesuchte Punkt B innerhalb der Strecke $B_1 B_3$ zu liegen kommt. Auch dürfen die drei Punkte nicht zu nahe bei einander stehen. Eine kleine Erleichterung wird ferner dadurch erreicht, dass man B_1 mit A zusammenfallen lässt; auch kann man die Strecken $B_1 B_2$ und $B_2 B_3$ gleich gross nehmen. Durch diese kleinen Hülfsmittel gelangt man schliesslich zu einer Construction, die kaum mehr Zeit in Anspruch nehmen dürfte, als das am Anfang erwähnte Verfahren mit Hülfe des graphischen Rechnens.

* * *

*) Man erhält die drei Punkte der Linie $p p$, wenn man die Kreispunkte nach folgender Regel verbindet: $b_1 c_2 :: b_2 c_1$ — $b_2 c_3 :: b_3 c_2$ — $b_3 c_1 :: b_1 c_3$.