

**Zeitschrift:** Die Eisenbahn = Le chemin de fer  
**Herausgeber:** A. Waldner  
**Band:** 6/7 (1877)  
**Heft:** 9

**Artikel:** Der Kräfteplan eines versteiften Bogens mit Anwendung auf die Hagneck-Brücke  
**Autor:** [s.n.]  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-5696>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 23.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

INHALT. — Der Kräfteplan eines versteiften Bogens mit Anwendung auf die Hagneck-Brücke, von Ingenieur A. v. Willmann. — Der Schutz für Erfindungen mit besonderer Beziehung auf die Schweiz von Fr. Wirth. — Die Einführung eines Schutzes für Erfindungen in der Schweiz mit Fragebogen. — Zunahme des Verkehrs der Bern-Luzern-Bahn, von Ing. W. W. W. — Hebung des schweiz. Handwerks, von Ing. H. H. H. — Nordostbahn. Reduction der Bauten. — Gotthardbahn. Nachtragsvertrag. — Kleinere Mittheilungen. — Eisenpreise in England, mitgetheilt von Herrn Ernst Arbenz. — Verschiedene Preise des Metallmarktes loco London. — Stellenvermittlung der Gesellschaft ehemaliger Studirender des Eidgen. Polytechnikums in Zürich.

### Der Kräfteplan eines versteiften Bogens mit Anwendung auf die Hagneck-Brücke.

Mit 2 Tafeln als Beilage.

(Fortsetzung.)

Die Anwendung der Elasticitätstheorie auf den Bogen hat den Zweck die von vorn herein nicht statisch bestimmten Widerlagerreactionen zu ermitteln. Dies geschieht, indem man die Formänderungen in den verschiedenen Querschnitten des an einem Endpunkt festgehaltenen gedachten Bogens summirt, dieselben auf das bewegliche Ende überträgt und eine Kraft ( $\mathcal{A} A$ ) anbringt, die das ausgewichene Bogenende wieder zurückzuführen bestrebt ist. Es tritt also hier zu der verticalen Widerlagerreaction gewissermassen noch eine Correctionskraft, die mit jener zusammengesetzt, erst die totale Widerlagerreaction ergiebt.

Beim allgemeinen Fall des elastischen Bogens (siehe graphische Statik Seite 578—591) ist weder die Lage, noch die Grösse dieser Correctionskraft von vornherein bestimmt und beide variiren naturgemäss in jedem Querschnitt. Beim versteiften Bogen jedoch, oder allgemeiner beim Bogen mit Punktlaufgern, tritt die Vereinfachung ein, dass die Correctionskraft ( $\mathcal{A} A$ ) durch die beiden Widerlager  $A$  und  $B$  gehen muss und ihre Lage daher constant und von vornherein bestimmt ist. Wir brauchen also nur noch ihre Grösse für jeden Querschnitt zu kennen, um sie dann mit der verticalen Reaction ( $\beta' \mathcal{A} P$ ) zur totalen Widerlagerreaction ( $A$ ) zusammenzusetzen und durch ihren Schnitt mit der Kraft  $\mathcal{A} P$  des entsprechenden Querschnitts einen Punkt der Kräfte Schnittlinie zu erhalten. Durch Verbindung der auf diese Weise erhaltenen Punkte der Kräfte Schnittlinie, ergiebt sich diese selbst und mit ihrer Hülfe bestimmen wir, wie unten gezeigt wird, die ungünstigste Belastung und die Summe der ausserhalb wirkenden Kräfte für jeden Schnitt, welche dann nach den geschnittenen Constructionstheilen zerlegt wird.

Dies ist im Allgemeinen der Gang der Constructionen, die im Folgenden näher beschrieben werden sollen. Bei Zeichnung des Kräfteplans wurde von dem Vortheil, den die Construction des halben Bogens in doppelt so grossem Maßstab bietet, abgesehen, weil die Darstellung weniger übersichtlich geworden wäre und namentlich bei der Bestimmung der ungünstigsten Belastungen, sowie bei der Zerlegung der Kräfte in die einzelnen Constructionstheile durch das Umklappen und wieder Aufklappen dem damit nicht vollkommen Vertrauten Schwierigkeiten verursachen würde. Auch kann jeder, der das Wesen der Sache erfasst, sich leicht selbst die Durchführung der Constructionen für den halben Bogen ableiten.

Wie wir schon oben erwähnt, ist in unserem Falle die Linie der  $\mathcal{A} A$  (oder die Kraftrichtung der Correctionskraft) constant. In Folge dessen sind es auch die Grössen  $u_x$ ,  $u_y$  und  $u_z$  (die Abstände der Linie der  $\mathcal{A} A$  vom Schwerpunkt des Gesamtbogens, respective von den Antipolen  $X$  und  $Y$  der Coordinatenachsen \*) in Bezug auf die Elasticitätsellipse des Bogens). Es kann daher nur einer der drei, Seite 583 und 584 entwickelten Gleichungen genügt werden. Wir genügen der zweiten Gleichung, indem wir  $h = o$  setzen und dann haben:

$$h = o = u_x \mathcal{A} P + u_z \mathcal{A} A$$

\*) Die  $X$ -Achse ist die Linie der  $\mathcal{A} A$ , oder die Verbindungs linie der Widerlager  $A$  und  $B$ ; die  $Y$ -Achse ist durch das Widerlager  $A'$  gehend angenommen.

Die Grösse  $u_x$ , deren Construction wir später besprechen werden, ist, wie wir sehen, der Abstand des Antipols der  $X$ -Achse in Bezug auf die Elasticitätsellipse des Gesamtbogens \*\*), von der Linie der  $\mathcal{A} A$  und in unserem Falle constant. Setzen wir daher  $\mathcal{A} P = u_x$ , so wird  $\mathcal{A} A = -u_x$  und indem wir  $u_x$  vom Widerlager  $A$  aus horizontal auftragen und mit der verticalen Reaction von  $\mathcal{A} P$  gleich

$$\beta' \mathcal{A} P = \beta' u_x$$

zusammensetzen, so erhalten wir die Richtung der totalen Widerlagerreaction  $A$ , welche  $\mathcal{A} P$  in einem Punkt der Kräfte schnittlinie schneidet.

Es handelt sich also zunächst um die Construction der beiden Werthe  $u_x$  und  $u_z$ . Nach Seite 583 ist:

$$u_x = \frac{1}{y \sigma \sigma} \left( \beta' \sum_{\sigma} x y \frac{\mathcal{A} x}{z'''} + \beta \sum_{\sigma} x' y \frac{\mathcal{A} x}{z'''} \right) = \\ \beta' l \sum_{\sigma} \frac{x y \mathcal{A} x}{y \sigma \sigma z'''} + \beta l \sum_{\sigma} \frac{x' y \mathcal{A} x}{y \sigma \sigma z'''}$$

$$\beta' l + \beta l$$

Die erste Arbeit besteht darin sich die  $z'''$  zu verschaffen durch Construction des Schwerpunktes und des Trägheitsmoments der einzelnen Trägerquerschnitte. Auf Tafel II, Fig. 1 wurden am Querschnitt V, der bereits dem mittleren Bogen, der voll construirt ist, angehört, nach der bekannten Methode des Schienenprofils alle dazu nöthigen Constructionen vorgenommen. Die übrigen Querschnitte wurden, weil sie keinen Platz fanden, fortgelassen und auf einem besonderen Blatt behandelt.

Der Gang des Verfahrens möge hier kurz wiederholt werden.

Nachdem der Querschnitt in Lamellen getheilt, betrachtete man die Flächeninhalte dieser als parallele Kräfte, die in den Schwerpunkten der Lamellen wirken, trug auf der Linie der  $z'$  dieselben, auf die Basis  $a = 10 \text{ mm}$  reducirt als Kräfte auf und construirte mit der Poldistanz  $b = 100 \text{ mm}$  ein Seilpolygon, dessen Ecken auf den Parallelen durch die Lamellenschwerpunkte liegen und dessen äusserste Polygonseiten sich auf der Schwerpunktsachse des Querschnitts schneiden. Bezeichnet  $\mathcal{A} F$  den Flächeninhalt einer Lamelle, so ist laut Obigem:

$$\alpha \mathcal{A} z'_i = \mathcal{A} F_i \quad (1)$$

Ferner haben wir aus der Aehnlichkeit der Dreiecke im Kräfte- und Seilpolygon (siehe Fig.)

$$\frac{\mathcal{A} z''}{\mathcal{A} z'} = \frac{y}{b} \quad \text{oder} \quad \mathcal{A} z'' b = \mathcal{A} z' y \quad (2)$$

Betrachten wir nun die Linie der  $z''$  als Kräftepolygon mit der Poldistanz  $z'$  und construire ein neues S-förmiges Seilpolygon, so erhalten wir ebenfalls aus der Aehnlichkeit der Dreiecke:

$$\mathcal{A} z'' z' = \mathcal{A} z'' y \quad (3)$$

Hier muss bemerkt werden, dass bei den drei mittleren Lamellen die Kräfte zur Construction des zweiten Seilpolygons in den Antipolen des Schwerpunktes  $S$  in Bezug auf die Centralellipsen der fraglichen Lamellen angreifend gedacht wurden, so dass  $6'$ ,  $7'$  und  $8'$  an Stelle von  $6$ ,  $7$  und  $8$  treten.

Multiplicieren wir die drei Gleichungen (1), (2) und (3) mit einander, so ist:

$$a b z' \mathcal{A} z'' = \mathcal{A} F y^2$$

oder

$$\Sigma a b z' \mathcal{A} z'' = \Sigma \mathcal{A} F y^2 = J = F k^2$$

dem Trägheitsmoment des Querschnitts.

Da nun

$$a z' = F \text{ so ist } k = \sqrt{b z''}$$

Indem wir also  $z''$  an  $b$  ansetzen und einen Halbkreis über  $b$  und  $z''$  beschreiben, so erhalten wir auf der am Ende von  $b$  errichteten Senkrechten  $k$  als grossen Halbmesser der

\*\*) Unter Gesamtbogen wird der ganze Träger mit Ausnahme der Füllungsglieder, also der eigentliche Bogen + dem oberen Streckbaum, verstanden.

Centralellipse des Querschnitts abgeschnitten und können nun die Antipole  $\mathfrak{A}_1$  und  $\mathfrak{A}_2$  der äussersten Fasern des Querschnitts bestimmen, die bei der Feststellung der ungünstigsten Belastung für den Vollbogen die Stelle der Schnittpunkte der beiden anderen Constructionstheile vertreten.

Andern wir die Poldistanz  $z'$  im zweiten Kräftepolygon, so ändert sich auch  $z'''$ , demnach bleibt:

$$a b c z''' = J$$

In unserem Fall müssen wir (siehe Seite 579)

$$J = a b c \frac{\Delta s}{\Delta x} z'''$$

construieren, also bei allen Querschnitten eine Constante  $c$  multipliziert mit dem Verhältniss  $\frac{\Delta s}{\Delta x}$ , des Bogenelements zu dessen Projection auf die X-Achse, als Poldistanz beim zweiten Polygon annehmen.

Die auf diese Weise bei allen Querschnitten erhaltenen  $z'''$  wurden nun zur weiteren Construction des Kräfteplans benützt.

Die Eintheilung des Bogens in Lamellen, ist in unserem Fall durch die vorhandene Facheintheilung gegeben:

$$d = \Delta x = 5 \text{ m}$$

Die beiden äussersten Fächer sind nur 4,6 m breit, was aber bei dem kleinen Maßstab kaum in Betracht zu ziehen ist und bei der nun folgenden Construction nicht beachtet wurde.

Die Schwerpunkte der einzelnen Querschnitte I, II etc., wurden in diese eingetragen und wir erhielten auf diese Weise die in der Zeichnung strichpunktirte gemeinschaftliche Schwerlinie des Streckbaumes und Bogens. Je in der Fachmitte wurde in dieser Schwerlinie das Gewicht des betreffenden Faches wirkend gedacht und die Ecken der Polygone, Fig. 3, 4 und 5, befinden sich auf den Verticalen respective den Horizontalen durch die Schnittpunkte der Fachmittnen mit der gemeinschaftlichen Schwerlinie.

In Fig. 2 wurden die Fachlängen in  $1/4$  der Grösse der Zeichnung an einander gereiht und die vorher construirten  $z'''$  im Sechstel der construirten Grösse über den Mitten der Lamellen aufgetragen.

Indem wir nur die  $z'''$  als variable Poldistanzen ansehen und die Summe der Lamellen  $\Delta x$  als Kräftepolygon, erhalten wir ein langgezogenes Polygon, dessen Ecken auf den Horizontalen durch die Endpunkte der  $z'''$  liegen. Durch die auf diese Weise über den einzelnen  $\Delta x$  entstehenden Dreiecke sind die

Verhältnisse  $\frac{\Delta x}{z'''}$  ausgedrückt. Die Summe aller dieser Verhältnisse ist

$$\sum_o \frac{\Delta x}{z'''} = \frac{l'}{m} \quad (\text{wobei } l' = 1/4 l)$$

Professor Culmann setzte Seite 579 den Ausdruck

$$\sum_o \frac{\Delta x}{z'''} = \sigma = \frac{l'}{m}$$

und multipliziert mit diesem Verhältniss von vornherein alle  $z''''$ , um spätere Reductionen zu ersparen, so dass wir statt

$$\sum_o \frac{\Delta x}{z'''} \text{ den Ausdruck } \sum_o \frac{\Delta x}{\sigma z''''}$$

zu construiren haben.

Statt nun die  $z''''$  selbst mit dem Verhältniss  $\sigma = \frac{l'}{m}$  zu multiplizieren, diese neuen Größen aufzutragen und das neue Polygon zu bilden, erreichen wir dasselbe, wenn wir nach Professor Culmann das alte Polygon „collinear so verzerren, dass beide Polygone die Linie der  $\Delta x$  entsprechend gemein haben, das Collineationszentrum im unendlichen Punkt der Linie  $m$  liegt und die Entfernung des Kreuzungspunktes der äussersten Strahlen ( $f_1$  und  $f_{12}$ ) von der Linie der  $\Delta x$  gleich  $l'$  sei.“

Wir tragen also  $l'$  auf die Mittellinie auf, verbinden den Endpunkt desselben mit dem Endpunkt der Linie  $\Delta x$  durch den Strahl  $f_1$  und verlängern die so erhaltene Richtung bis zum Schnitt  $E'$  mit der Verticalen durch den letzten Eck-

punkt  $E$  des alten Polygons. Auf der Zeichnung fällt der Schnitt  $E'$  nicht mehr auf das Blatt. Hierauf zieht man den Strahl  $f_2$  von  $\Delta x_2$  nach dem Schnitt  $E'$  und erhält mit der Verticalen durch  $G$  den Schnitt  $G'$  u. s. w. So bildet sich das neue Polygon rückwärts construirt und durch das, von der ersten und letzten Polygonecke über  $l' = \sum \Delta x$  gebildete Dreieck, das Verhältniss  $\sum_o \frac{\Delta x}{\sigma z''''}$ . Die Construction wurde für die rechte Seite der Figur bis auf den Abschlussstrahl  $f_{12}$  nicht ausgezogen, um die vielen Linien zu vermeiden. Man kann die Abschnitte auf der Mittellinie auch leicht durch Rechnung finden und ist dieses sogar vorzuziehen, da die Schnitte des ersten Polygons in den meisten Fällen sehr schleifend werden oder gar nicht einmal auf's Blatt gehen, so dass sich dadurch Un- genauigkeiten einschleichen können.

(Fortsetzung folgt.)

#### Anmerkung der Redaction.

Leider mussten wir diesen Artikel besonderer Umstände halber abbrechen und werden in nächster Nummer den Schluss mit der graphischen Construction des Kräfteplanes bringen.

\* \* \*

#### Der Schutz für Erfindungen

mit besonderer Beziehung auf die Schweiz

von Franz Wirth.

Die Frage des Schutzes für Erfindungen ist in diesem Jahrzehnt in ein neues Stadium getreten. Sowohl die Anhänger als die Gegner der Patente drängten auf eine Reform der Gesetzgebung, jene um Erleichterungen und besseren Schutz zu erlangen, diese um damit aufzuräumen. In Italien und Amerika wurden neue bessere Gesetze erlassen, in Frankreich ein schon im Jahre 1858 ausgearbeiteter Entwurf wieder aufgenommen, und in England ist man eben daran, das alte Gesetz definitiv zu ändern, nachdem eine ganze Reihe von Enquêtes und Gesetz-Entwürfen vorausgegangen sind. In Deutschland ist ebenfalls ein Gesetz entworfen und es wird dasselbe demnächst dem Reichstag vorgelegt werden. Gerade das letztere bietet einen interessanten und besonders für die Schweiz bemerkenswerthen Beleg von der Aenderung, die in den Anschauungen vor sich gegangen ist, weil die massgebendste aller deutschen Regierungen, die preussische, früher eine entschiedene Gegnerin der Patente, es war, welche die Vorlage des jetzigen Entwurfes veranlasste.

Die Schweiz, welche man ja gerne dem übrigen Europa als Muster vorhält, weil sie trotz ihrer ungünstigen und isolirten Lage und trotz eines rauhen Bodens eine bedeutende Industrie, einen ausgedehnten Welthandel und einen Wohlstand besitzt, wie ihn kein Volk in gleicher Lage aufweisen kann, wurde auch als Beispiel für die Verwerflichkeit der Patente angeführt: wir werden im weiteren Verlaufe dieser Auseinandersetzungen sehen, mit welchem Recht. Gewiss ist es aber, dass auch sie sich bald über die Frage wird entscheiden müssen.

Die Einführung schützender Bestimmungen für Erfinder, welche die Schweiz bis heute nicht kennt, ist in der Bundesversammlung mehrmals angeregt worden, hat aber nie besondern Anklang gefunden. Nach den uns aus der Bundeshauptstadt freundlichst zugegangenen Mittheilungen wurde schon im Jahre 1849 (30. April) von sieben Mitgliedern des Nationalrathes ein darauf hinzielender Antrag gestellt, aber am 4. Mai vom Rathe verworfen. Am 3. December 1851 langte eine von Theodor Zuppinger, Fabrikant in Männedorf, und zwei andern Zürchern unterschriebene Petition um Einführung von Erfindungspatenten ein und wurde am 11. gleichen Monats dem Bundesrathe zur Begutachtung überwiesen, der unterm 12. Juli 1852 das Gesuch ablehnte, weil „durch die Erlassung desselben der in der Bundesverfassung garantirte Grundsatz der Gewerbefreiheit verletzt“ würde, und „die Erlassung eines solchen Gesetzes“ überhaupt nur in die Kompetenz der Kantone, nicht des Bundes, fallen könnte.

Ein fernes Gesuch von alt Nationalrath Lambelet wurde am 18. December 1854 dem Bundesrathe zur Begutachtung übermacht in dem Sinne, „dass er prüfe, ob es der Fall

## HAGNECK - BRÜCKE

