

Zeitschrift:	Revue économique et sociale : bulletin de la Société d'Etudes Economiques et Sociales
Herausgeber:	Société d'Etudes Economiques et Sociales
Band:	58 (2000)
Heft:	3
Artikel:	L'évaluation du risque de défaillance des entreprises : réseau de neurones ou analyse discriminante multivariée
Autor:	Kenel, Thierry
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-140953

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 13.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

L'évaluation du risque de défaillance des entreprises: réseau de neurones ou analyse discriminante multivariée?

Thierry KENEL

*Unité d'Enseignement et de
Recherche en Comptabilité et Contrôle
Ecole des HEC, Université de Lausanne*

Les grandes institutions financières ainsi que les grandes entreprises accordant un volume important de crédits clients ont développé et introduit des outils modernes d'analyse du risque client. Alors que la Banque de France¹, le Crédit Suisse², Elf Aquitaine³ et Creditreform⁴ complètent leurs méthodes d'analyse du risque client par les réseaux de neurones, d'autres, comme l'Association française des credit managers et conseils⁵, Baden-Würtembergischen Bank AG⁶ ou Allgemeinen Kreditversicherung AG⁷ y intègrent l'analyse discriminante multivariée.

L'analyse par le réseau de neurones et l'analyse discriminante multivariée complètent ou remplacent les méthodes d'analyse du risque client tels que l'analyse par un système expert par exemple. Alors que le système expert est bien connu des utilisateurs, il n'en est pas de même pour l'analyse discriminante multivariée et le réseau de neurones. L'objectif de cet article est de rendre attentif les utilisateurs aux limites de ces deux outils modernes⁸ dans le cadre de l'analyse financière de la prévision de défaillance et d'indiquer dans quelles directions les recherches actuelles se dirigent.

Des outils adaptés ou dépassés?

Le système expert appartient aux années soixante-dix, l'analyse discriminante multivariée aux années quatre-vingt et le réseau de neurones aux années quatre-vingt-dix. Ces différentes méthodes d'analyses discriminantes ne sont cependant pas dépassées et elles font aujourd'hui toutes partie des outils utilisés par des institutions financières pour l'évaluation du risque de défaillance des entreprises.

Contrairement à ce que les adeptes des réseaux de neurones ou d'analyse discriminante pensent, le système expert est toujours et encore employé dans la plupart des institutions financières. Le système expert n'est rien d'autre qu'une transcription mécanique pour l'établissement d'un outil informatique de la procédure de diagnostic et de décision utilisée par les analystes financiers experts. Par sa construction, cet outil propose une aide à la décision tout à fait transparente ce qui explique son succès durable. Ce genre d'outil n'est pas non plus abandonné par les chercheurs, comme le montre la thèse de Hottinger (1995) dans laquelle les intérêts d'un système d'expert moderne sont démontrés.

Avec la vulgarisation de la fonction Z-Score de Altman (1968) et de ses dérivés consécutifs pour l'évaluation du risque de défaillance des entreprises cotées ou non cotées en bourse, l'analyse discriminante multivariée connaît un intérêt considérable, comme en témoignent les innombrables recherches de ces dernières décennies que les banques centrales et les grandes institutions financières ont menées. A cause des intérêts financiers en jeu et de leur coût très élevé pour parvenir à produire une fonction discriminante, ces recherches n'ont souvent été publiées que partiellement afin d'assurer l'exclusivité de la formule développée. Typiquement, les recherches de Altman (1977), de Feidicker (1992) et de Hüls (1995) entrent dans cette catégorie. Ceci explique en partie la raison pour laquelle l'analyse discriminante multivariée n'a pas pu, du moins pour l'instant, trouver davantage d'utilisateurs.

La modélisation du risque de défaillance des entreprises par le réseau de neurones, Odom et Sharda (1990), n'a qu'une dizaine d'années et les recherches dans ce domaine comme par exemple Erxleben (1992), Krause (1993), Altman et al. (1994) et Bardos et al. (1997) sont toutes liées aux intérêts de grandes institutions financières. Bien que la modélisation par réseau de neurones soit récente et encore assez peu explorée dans le domaine de l'analyse financière, elle a déjà trouvé ses partisans.

Le réseau de neurones

Un réseau de neurones est un système d'analyse de données non paramétrique flexible qui permet de traiter des problèmes d'analyse typologique, de classification et de prévision par exemple. Un tel système est composé d'un réseau de noeuds (appelés neurones et qui sont des processeurs de fonctions

mathématiques) reliés par des interconnections qui transmettent les informations retraitées d'un noeud à un autre.

Cette définition souligne la première propriété très importante d'un réseau de neurones: n'importe quelle architecture est imaginable. Un premier choix rencontré par le chercheur est de définir une architecture adaptée au problème à traiter. Pour se faire, il doit se référer aux articles et recherches spécialisées. Dans le cadre des recherches faites dans le domaine de l'évaluation du risque de défaillance des entreprises, les chercheurs ne se sont concentrés jusqu'à présent, à tort ou à raison, que sur le type de réseau le plus utilisé à savoir le MLP - Multi-Layer Perceptron. Ce dernier est un système de neurones multi-couches à un flux d'information unidirectionnel (feed forward) comme le montre l'exemple de la figure 1 ci-après.

Le fonctionnement

Le réseau de neurones présenté par la figure 1 est une construction du type MLP 4-4-3-1 ce qui définit le nombre de couches et de noeuds par couche. Le fonctionnement de ce type de réseau est le suivant: chaque noeud de la couche initiale reçoit une information d'un indicateur financier par exemple. Cette information est traitée mathématiquement par le processeur et transmis à chaque neurone de la couche suivante. Le neurone de la première couche cachée reçoit de chaque neurone précédent l'information de sortie. Ces informations cumulées sont alors pondérées par la fonction nodale et retransmises à tous les neurones de la couche suivante. Cette procédure est répétée jusqu'à la couche finale qui n'est représentée dans le cas présent que par un seul neurone. Dans l'exemple de l'évaluation du risque de défaillance, le système sera codé de manière à dégager une valeur de 0 lorsqu'une entreprise doit être classée parmi les entreprises défaillantes et prendre une valeur de 1 si elle est assimilée à une entreprise non défaillante. Pour que le système puisse fonctionner comme décrit, il est

MLP - Multi-Layer Perceptron

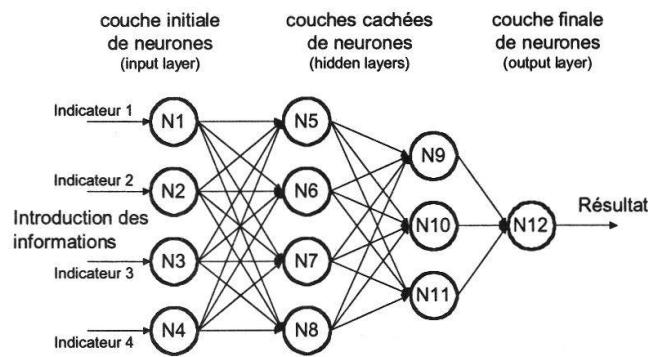


Figure 1

nécessaire de déterminer auparavant les pondérations pertinentes entre les neurones par ce que l'on appelle l'entraînement du système.

L'entraînement du réseau de neurones

Par entraînement du réseau de neurones, on entend la phase d'apprentissage qui est nécessaire au système pour reconnaître, à partir des indicateurs initiaux, le classement des observations. Dans le cas du MLP, la phase d'apprentissage est supervisée, c'est-à-dire que le système est contraint de comparer le résultat attendu avec le résultat calculé. La différence entre ces deux résultats est déterminée par l'algorithme de la règle delta généralisée qui se base sur le critère des moindres carrées. L'algorithme procède en deux étapes.

Dans la première étape, l'algorithme calcule avec des pondérations arbitraires les coefficients nodaux X_i en aval (*forward propagation*) et détermine la différence entre le résultat attendu et le résultat calculé.

Dans la deuxième étape, l'algorithme procède à un calcul en amont (*back propagation*). En partant de l'erreur calculée précédemment, il détermine la correction nécessaire des pondérations pour diminuer l'erreur en question. Ces itérations sont répétées jusqu'à ce que l'erreur atteigne un minimum. Mais l'algorithme procède mécaniquement à des itérations et ne peut pas se rendre compte lorsque le système commence à apprendre "par coeur" les résultats attendus. Dans ce dernier cas, le système est "surentraîné" (*overtrained*) et présente une précision quasi parfaite par rapport à l'échantillon de construction, mais est rendu très instable, voir inefficace, par rapport au classement de nouvelles observations.

Pour éviter ce genre d'inconvénient, la précision de classement⁹ est aussi déterminée après chaque itération d'apprentissage sur la base d'un échantillon dit de validation, différent de l'échantillon de construction. L'évolution de la précision sur l'échantillon de validation et de construction est observée en fonction des itérations. Tant que la précision de classement mesurée à partir de l'échantillon de validation s'améliore parallèlement à l'échantillon de construction, une itération complémentaire augmente l'efficacité du réseau de neurones. En revanche, dès que la précision de classement mesurée à partir de l'échantillon de validation se détériore, alors que celle déterminée sur la base de l'échantillon de construction continue à s'améliorer, les itérations doivent être arrêtées, faute de quoi le réseau de neurones finit par être

"surentraîné". Les itérations peuvent aussi être arrêtées en tout temps. Par exemple si l'optimum global ou une certaine précision prédéterminée a été atteinte. Les dernières pondérations qui représentent le réseau de neurones au niveau d'entraînement optimal seront gelées et le système est prêt pour traiter le classement d'une nouvelle observation.

Le MLP possède la propriété avantageuse de converger toujours vers la même imputation de pondérations, donc vers un même résultat. En revanche, les réseaux de neurones avec des intégrations rétroactives (*feedback*) peuvent converger vers des solutions différentes pour un même échantillon de construction.

Une deuxième propriété, valable pour tous les réseaux de neurones, est que le chercheur n'est jamais certain que le système converge vers une solution optimale locale ou générale. Il doit alors procéder par essais à plusieurs entraînements d'un réseau en changeant les pondérations de départ et vérifier les résultats obtenus.

La fonction de transfert

Chaque neurone représente un processeur mathématique qui reçoit les informations ($X_{i-1,j}$) des neurones (j) de la couche (i) précédente. Ces informations sont dans une première étape pondérées selon les poids (W_{ij}) calculés, si le réseau est en phase d'apprentissage, et selon les poids gelés, si le réseau est opérationnel.

Commande d'un neurone

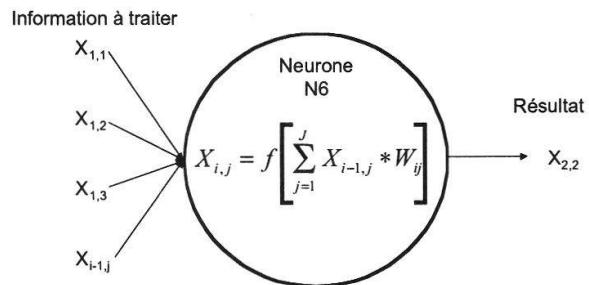


Figure 2

Dans une deuxième étape, le cumul des informations pondérées est transformé par une fonction nodale (f) qui définit la valeur ($X_{i,j}$) dégagée pour commander tous les neurones de la couche suivante (figure 2). La fonction de transfert (f) généralement utilisée pour la détermination de la valeur de commande est une fonction sigmoïde (ou logistique) car cette dernière possède

la propriété de dégager des valeurs entre 0 et 1 avec une très faible élasticité aux valeurs extrêmes et une forte élasticité aux valeurs moyennes.

La fonction de transfert constitue la troisième propriété importante d'un réseau de neurones. En optant pour une fonction de tangente hyperbolique, plutôt que pour une fonction linéaire par exemple, le comportement du système sera profondément modifié. Le chercheur doit apporter alors un soin tout particulier quant au choix de la fonction de transfert à considérer.

Les propriétés inhérentes d'un réseau de neurones

Le choix pratiquement illimité de l'architecture d'un réseau de neurones et les paramètres à retenir rendent cet outil particulièrement flexible. Mais avec l'augmentation de la complexité de construction, l'utilisateur doit être conscient de deux propriétés.

La première est que la stabilité et l'aptitude à la généralisation du modèle diminuent fortement. Cet effet indésirable est directement lié au surentraînement et peut être explicité de la manière suivante:

Pour la construction d'un modèle d'évaluation du risque de défaillance, un échantillon de cent entreprises défaillantes et non défaillantes est à disposition. Le nombre d'indicateurs à disposition définit la couche initiale du MLP et la couche finale ne nécessite qu'un neurone si le résultat attendu est binaire, c'est-à-dire un classement défaillant et non défaillant par exemple. Si le modéliste choisit une centaine de neurones pour constituer la couche intermédiaire (couche cachée) de son réseau, alors le système pourrait associer dès les premières itérations d'apprentissage un neurone à chaque entreprise. Le réseau de neurone classera parfaitement l'échantillon de construction, mais sera inefficace en tant que modèle général.

La deuxième propriété non négligeable est le temps d'entraînement très long et l'augmentation de l'incertitude de trouver un optimum global lorsque la complexité du réseau est trop importante.

Un autre avantage de la modélisation par le réseau de neurone réside dans le fait que les indicateurs peuvent être des variables explicatives de toute nature et n'ont pas besoin de présenter certaines conditions statistiques comme c'est par exemple le cas dans l'analyse discriminante multivariée. Le modéliste

doit simplement prendre le soin de normaliser les variables (centrées réduites par exemple) pour éviter que le système s'optimise sur l'étendue et l'échelle de ces dernières au lieu de s'optimiser sur leurs informations.

Malgré la puissance des modèles de classifications ou de prévisions, un réseau de neurones a un inconvénient capital. Celui de ne pas permettre à l'utilisateur de comprendre les relations entre les indicateurs et le résultat. Le réseau de neurones doit être assimilé à une boîte noire (*black box*) dont seules les informations à l'entrée et à la sortie sont observables. L'utilisateur n'a pas la possibilité, comme dans le cas de l'analyse discriminante linéaire, de comprendre l'influence des variables inépendantes sur le classement des observations. Pour contourner cet inconvénient, Baetge et al. (1999) préconisent d'utiliser l'analyse de sensibilité. Par cette dernière, l'utilisateur peut explorer la sensibilité de l'information à la sortie en variant une ou plusieurs informations à l'entrée. Il va sans dire que l'analyse de la sensibilité est complexe et limitée à la représentation en trois dimensions.

La modélisation quasiment illimitée

Comme déjà mentionné plus haut, les réseaux de neurones donnent aux chercheurs des possibilités de modélisation quasiment illimitées. Le réseau MLP, Multi-Layer Perceptron, est un réseau de neurones classique décrit par Rosenblatt¹⁰ (1962). Par sa construction unidirectionnelle et son algorithme d'apprentissage, le MLP reste une méthode de modélisation relativement simple ce qui explique son succès auprès des utilisateurs. Mais à côté du MLP, les chercheurs ont développé plusieurs autres types de réseaux de neurones et d'algorithmes qui sont présentés dans la littérature spécialisée: réseau de Kohonen, réseau ART (*Adaptive Resonance Theory*), réseau de Hopfield, réseau de Boltzmann, Cascor pour ne citer que quelques exemples. A priori, certains auraient des propriétés très intéressantes pour traiter les problèmes d'évaluation de défaillance des entreprises. C'est le cas du réseau à fonction radiale (*RBF, Radial Basis Function*) et du réseau de neurones probabiliste (ou bayesien) développés par Wasserman (1993) et Zell (1994). Par rapport au MLP, le premier présente l'avantage d'une phase d'apprentissage sans itération. Cette procédure diminue le temps d'apprentissage et évite de converger vers un minima local. Le second présente un avantage par rapport au MLP et au RBF car l'algorithme utilisé empêche un surentraînement du système. Dans ce cas, l'échantillon de validation n'est pas nécessaire et peut être attribué à la construction. Ceci est un avantage important dans le domaine de l'analyse des

entreprises défaillantes où il est difficile de constituer un échantillon d'entreprises défaillantes assez grand. Les outils informatiques modernes¹¹ à disposition des chercheurs permettent une combinaison (en parallèle, en série ou en cascade) des différents types de réseaux. Par la création de ces nouveaux types de réseaux de neurones, les chercheurs, dans le domaine du risque de défaillance des entreprises, ont de nouvelles opportunités de recherches.

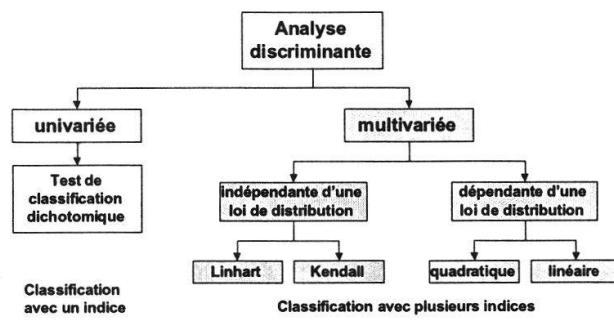
Avant de traiter la modélisation par l'analyse discriminante multivariée, il est important de résumer les décisions qu'un modéliste de réseau de neurones doit prendre: le type de réseau, éventuellement la combinaison de réseaux, le nombre de couches, le nombre de neurones, la fonction de transfert, les pondérations initiales, l'algorithme d'apprentissage à retenir et le nombre d'essais à conduire. Dans cette énumération, les paramètres secondaires, comme le paramètre pour la précision de la mesure d'erreur ou le nombre d'itérations à courir n'y figurent pas.

On doit bien admettre finalement que la construction d'un réseau de neurones optimal est difficile.

L'analyse discriminante multivariée

L'analyse discriminante est une méthode de classement par laquelle les éléments d'un ensemble peuvent être attribués à différents groupes bien distincts selon une fonction d'identification définie. Dans l'analyse discriminante multivariée, la fonction d'identification (ou fonction discriminante) est déterminée par au moins deux indicateurs.

Différentes méthodes d'analyses discriminantes



Source: J. Baetge 1995

Figure 3

Il est important de rappeler qu'il existe plusieurs types d'analyses discriminantes multivariées que nous pouvons classer selon le schéma de la figure 3. Mais si les utilisateurs parlent généralement d'analyse discriminante multivariée, ils sous-entendent souvent l'analyse discriminante multivariée linéaire car cette dernière reste de loin la plus traitée dans la littérature et la plus

utilisée dans le domaine de l'évaluation du risque de défaillance des entreprises. Dans le développement qui suit, nous allons nous référer tout d'abord à la méthode linéaire et ensuite à la méthode quadratique.

Le fonctionnement

La fonction discriminante est une fonction linéaire dont les variables indépendantes (X_i) représentent les indicateurs pertinents pour la description de l'observation. Le résultat obtenu de cette fonction linéaire est un score (Z) qui détermine le classement de l'observation. En prenant l'exemple de Altman¹² (1968), la fonction discriminante est construite à partir de ratios financiers (X_i) représentant le financement, la stabilité, le rendement, le levier et la rentabilité de l'entreprise:

$$Z = 0,012X_1 + 0,014X_2 + 0,033X_3 + 0,006X_4 + 0,999X_5$$

Si le score, calculé à partir de cette fonction discriminante, est inférieur à une valeur de 1,81, alors l'observation sera classée dans le groupe des sociétés défaillantes. Si un score de plus de 2,99 est atteint, alors l'observation sera classée dans le groupe des sociétés non défaillantes. Altman a défini une zone d'incertitude de classement lorsque le score calculé prend une valeur entre 1,81 et 2,99. Alors que l'application de la fonction discriminante est très simple, sa construction demande une très bonne connaissance des techniques statistiques.

La construction d'une fonction discriminante

Comme pour l'établissement d'un réseau de neurones, le constructeur doit tout d'abord définir un échantillon de construction. Ce dernier sera constitué d'un premier groupe d'entreprises défaillantes et d'un second groupe d'entreprises non défaillantes. Ensuite, le constructeur définit une batterie d'indicateurs particulièrement apte à discriminer les deux groupes d'entreprises de l'échantillon de construction. Mais par rapport au réseau de neurones, ces indicateurs doivent présenter des conditions supplémentaires. Ils doivent être indépendants entre eux, suivre une distribution normale et présenter une matrice variance-covariance identique pour les deux groupes. Ces conditions limitent fortement le choix des indicateurs et la détermination de ces derniers devient une procédure fastidieuse. En revanche, l'établissement de la fonction discriminante à partir des données de base est une méthode directe¹³ qui se base sur le calcul de l'inertie statistique des observations. Cette méthode revient à

maximiser l'explication de la différence entre les deux groupes (inertie *between SSB*) sur la base des indicateurs retenus dans le modèle et en même temps à minimiser la variance inexplicable (inertie *within SSW*). Le critère discriminant gamma, qui est le rapport entre la variance expliquée et la variance inexplicable, est maximisé, d'où les coefficients de pondération de la fonction discriminante (Z dans la figure 4) peuvent être calculées.

Le critère discriminant Γ (gamma)

$$\Gamma = \frac{\sum_{g=1}^G I_g (\bar{Y}_g - \bar{Y})^2}{\sum_{g=1}^G \sum_{i=1}^{I_g} (Y_{gi} - \bar{Y}_g)^2} = \gamma = \frac{SSB}{SSW} = \frac{DétB}{DétW} \rightarrow \text{Maximiser l'inertie Between}$$

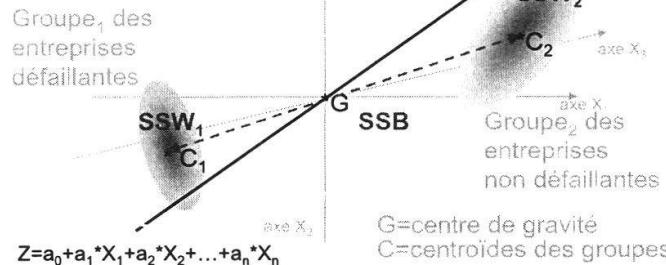


Figure 4

La fonction discriminante est alors celle qui explique, à travers les indicateurs, au mieux la différence entre les deux groupes. L'inertie est une mesure statistique qui est définie par le produit de la masse statistique et la distance au carré de cette dernière par rapport au centre de gravité. Cette distance statistique peut être mesurée selon plusieurs méthodes, la distance Euclidienne¹⁴ ou la distance de Mahalanobis¹⁵ par exemple. Les coefficients de pondération de la fonction discriminante varient suivant la distance statistique retenue. Généralement, la distance de Mahalanobis est retenue pour déterminer la fonction discriminante.

Lorsque la fonction discriminante est établie, le constructeur détermine la valeur de séparation (point de séparation ou *cut off point*) de la fonction discriminante. Cette valeur représente le score limite pour le classement d'une observation dans un groupe. Ainsi, dépassant ce score limite, une entreprise sera classée parmi le groupe des entreprises défaillantes et en dessous de ce score, elle sera classée parmi le groupe des entreprises non défaillantes. Comme présenté plus haut dans l'exemple de la fonction Z-score de Altman (1968), plusieurs zones distinctes selon le niveau du risque de défaillance peuvent être déterminées.

Les caractéristiques d'une analyse discriminante multivariée linéaire

La détermination de la fonction discriminante ne nécessite que le calcul de la maximisation du critère discriminant gamma. C'est une procédure stable, le même résultat est obtenu à chaque calcul. De plus, la fonction discriminante est une fonction linéaire facilement interprétable et applicable car le calcul du score, la sommation des indicateurs pondérés, est transparent. Ces caractéristiques font que l'acceptation de l'analyse discriminante multivariée linéaire est très grande et présente un avantage certain par rapport au réseau de neurones.

La fonction discriminante présente cependant aussi quelques inconvénients.

Le premier inconvénient vient des conditions statistiques énumérées plus haut limitant le libre choix des indicateurs. Les tests statistiques demandent du temps et les indicateurs ne remplissant pas les conditions statistiques doivent être abandonnés.

Le critère mathématique est une deuxième difficulté. L'information utilisée dans l'analyse discriminante est basée sur des indicateurs qui sont pour la plupart du temps des ratios. Ces derniers n'ont une valeur informative que si le dénominateur ne tend pas vers zéro ou si le rapport d'un numérateur et d'un dénominateur négatif ne peut pas être confondu avec le rapport entre deux valeurs positives. Dans un réseau de neurones de tels problèmes sont évités à l'aide d'un codage spécifique des indicateurs.

Une troisième difficulté réside dans le choix de la méthode à utiliser pour l'établissement de la valeur de séparation. Suivant la méthode utilisée, la précision de classement du modèle est sensiblement modifiée.

Un quatrième inconvénient non négligeable est la discussion de l'hypothèse de linéarité entre les deux pôles, c'est-à-dire entre les entreprises défaillantes et les entreprises non défaillantes. Si une telle linéarité est acceptable, alors une échelle linéaire représentant les différents niveaux de risques de défaillance peut être établie. Ainsi un système de score¹⁶, classant les observations dans des niveaux de risques analogues à ceux définis par Standard & Poor's ou Moody's par exemple, peut en être dérivé. Mais l'hypothèse de la linéarité¹⁷ entre les deux pôles n'a jamais été démontrée. Dès lors, une telle

manière d'établir un système de mesure des différents niveaux de risques de défaillance est critiquable.

Finalement, on peut signaler qu'une fonction discriminante doit présenter des coefficients de pondérations significatifs avec une contribution relative équilibrée. Ces deux dernières conditions ne sont vérifiables que *ex post*.

Ajoutons que l'analyse discriminante multivariée linéaire et le réseau de neurones sont les deux des méthodes de traitement de données qui ne fonctionnent pas dans le cas de données manquantes. Cette limitation technique induit la suppression des observations dont les données sont incomplètes, ce qui signifie une perte d'information par rapport à l'échantillon de base.

L'analyse discriminante multivariée quadratique

Comme le nom l'indique, la fonction discriminante multivariée quadratique n'est plus du type linéaire mais du type quadratique et se présente, dans le cas de deux indicateurs, X_1 et X_2 , de la manière suivante:

$$Z = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_{12} X_1 X_2 + a_{21} X_2 X_1 + a_{11} X_1^2 + a_{22} X_2^2$$

La complexité de la structure de cette formule quadratique augmente avec le nombre d'indicateurs retenus. Pour cette raison, la formule est généralement présentée sous forme matricielle dans la littérature¹⁸. Dès que des méthodes quadratiques sont utilisées, l'avantage de la transparence se perd et le modèle devient, comme dans le cas du réseau de neurones, une approche par la "boîte noire". Une autre observation concernant la méthode quadratique a été apportée par les recherches de Diamond (1976) et de Altman (1977). En comparant la méthode linéaire avec la méthode quadratique, les deux études concluent à la supériorité du point de vue précision de classification de la méthode linéaire.

Un modèle d'analyse discriminante à niveaux multiples

Pour éviter les inconvénients d'une analyse discriminante quadratique, mais tout en gardant un modèle non linéaire à l'esprit, la Banque de France¹⁹ a construit un modèle discriminant à plusieurs niveaux. Ce dernier est semblable

à l'algorithme de classification de Kendall²⁰ et suit la logique d'un arbre de décision. La procédure est la suivante:

A un premier niveau, une fonction discriminante définit si une entreprise est considérée dans une situation normale ou incertaine²¹. Si l'entreprise est classée dans le deuxième groupe, alors la prochaine étape discriminante consiste à déterminer si l'entreprise étudiée se classe dans le groupe des entreprises vulnérables ou dans le groupe des entreprises défaillantes. Ainsi, il est possible d'ajouter plusieurs niveaux discriminants pour affiner le modèle. Pour des raisons de confidentialité, les indicateurs utilisés et la performance de cette technique ne sont pas divulgués par la Banque de France.

Quel modèle choisir: le réseau de neurones ou l'analyse discriminante multivariée?

Les caractéristiques présentées du réseau de neurones et de l'analyse discriminante linéaire permettent de comparer les avantages et inconvénients des deux méthodes. Dans les grandes lignes, le chercheur qui choisit le réseau de neurones, opte pour une construction flexible du point de vue architecture du modèle et indicateurs à retenir alors que celui qui opte pour l'analyse discriminante linéaire choisit une méthode directe et transparente. Ces critères de choix restent très subjectifs. Il serait utile de déterminer le choix à partir d'un critère plus objectif celui de la précision de classement du modèle discriminant utilisé.

Les études comparatives basées sur la précision de classement mettant au concours la méthode discriminante multivariée linéaire et le réseau de neurones sont plus que contradictoires. Dans les recherches de Odom et Sharda (1990), Zhang et al. (1999) et John et al. (2000), la précision du réseau de neurones est plus élevée que celle de l'analyse discriminante multivariée linéaire alors que les recherches de Krause (1993) et Altman et al. (1994) disent le contraire. D'autres études, comme celle de Erxleben (1992) et West (2000) par exemple, concluent une précision identique des deux méthodes discriminantes. Le critère de la précision de classement d'un modèle discriminant ne peut être pris en considération que sous certaines conditions et il dépend fortement de la méthodologie utilisée.

La précision de classement d'un modèle discriminant

L'objectif d'un modèle discriminant, dans le cas présent dans le domaine de l'évaluation du risque de défaillance des entreprises par un réseau de neurones ou par l'analyse discriminante multivariée linéaire, est le classement des entreprises selon les deux groupes, entreprises défaillantes et entreprises non défaillantes. La précision de classement d'un modèle discriminant peut être déterminée en comparant le classement effectué par le modèle discriminant avec la situation réelle de l'entreprise, il y a quatre cas de figures possibles.

Premier cas: une entreprise réellement non défaillante est classée par le modèle discriminant parmi les entreprises non défaillantes.

Deuxième cas: une entreprise réellement défaillante est classée par le modèle discriminant parmi les entreprises défaillantes.

Dans ces deux premiers cas, le modèle classe correctement les observations.

Troisième cas: une entreprise réellement défaillante est classée par le modèle discriminant parmi les entreprises non défaillantes.

Ce troisième cas représente un classement incorrect par le modèle que l'on appelle erreur du type I (ou alpha).

Quatrième cas: une entreprise réellement non défaillante est classée par le modèle parmi les entreprises défaillantes.

Ce classement incorrecte représente l'erreur du type II (ou bêta).

Le nombre total d'entreprises incorrectement classées peut être représenté par la somme des erreurs du type I et II. La précision de classement d'un modèle discriminant est mesurée à l'aide de l'erreur de classement. Plus cette dernière diminue, plus la précision de classement du modèle discriminant augmente ce qui augmente en même temps la signification statistique²² du modèle discriminant utilisé.

L'intérêt de la précision de classement, donc la minimisation de l'erreur de classement d'un modèle discriminant, est double. D'une part, la précision de

classement peut être utilisée pour la construction d'un modèle discriminant par des algorithmes minimisant cette erreur, et d'autre part, elle permet des études comparatives. Minimiser l'erreur de classement soulève pourtant une première question importante: "Quel type d'erreur faudrait-il minimiser?". A ce sujet, il n'existe pas une unité de doctrine dans les recherches publiées, mais il y a une tendance à retenir la minimisation de l'erreur du type II pour un niveau de l'erreur du type I prédéfini²³.

Le critère de l'erreur totale ne devrait en tout cas pas être retenu si le nombre d'observations des deux groupes, entreprises défaillantes et entreprises non défaillantes, ne sont pas identiques. Au lieu de minimiser l'erreur de classement, certains auteurs²⁴ proposent de minimiser le coût occasionné par une erreur de classement. Le coût occasionné par le classement d'une entreprise défaillante dans le groupe des entreprises non défaillante (type d'erreur I) n'est pas identique au coût induit par l'erreur du type II.

La deuxième question se rapporte au type d'échantillon à utiliser pour mesurer la précision de classement. Si l'erreur de classement est estimée sur l'échantillon de construction du modèle discriminant, alors la précision de ce dernier sera fortement biaisée. Pour éviter une telle surévaluation de la précision de classement, le modèle discriminant doit être testé sur un échantillon indépendant à l'échantillon de construction mais présentant les mêmes caractéristiques que ce dernier. De telles conditions ne peuvent être réunies que dans des études comparatives spécifiques, ce qui signifie que des modèles issus de différentes recherches ne sont pratiquement pas comparables.

Le choix du modèle discriminant dépend de l'objectif

Le réseau de neurones et l'analyse discriminante multivariée linéaire sont les deux des méthodes discriminantes modernes et performantes qui atteignent une précision de classement autour de 80% (taux d'erreur total environ de 20%), mesuré sur un échantillon indépendant. Si le choix est porté sur l'une ou l'autre de ces deux techniques, celui-ci est défini par l'objectif que vise l'utilisateur. Si ce dernier désire par exemple baser sa politique de crédit sur un outil discriminant, alors l'analyse discriminante multivariée linéaire devrait être retenue en raison de sa transparence. Si en revanche l'utilisateur désire automatiser un traitement préliminaire des dossiers de crédit en utilisant un mixte d'indicateurs sous forme de variables continues et qualitatives et / ou

désire assurer la confidentialité quant au traitement des données, alors le réseau de neurones serait considéré.

Le choix des indicateurs; une difficulté au-delà des techniques discriminantes

Le réseau de neurones et l'analyse discriminante multivariée linéaire ne sont que deux exemples de méthodes discriminantes possibles par lesquelles, comme pour toute autre méthode discriminante, la meilleure séparation possible des groupes, entreprises défaillantes et entreprises non défaillantes, est recherchée en minimisant l'erreur de classement. Ce que l'on oublie dans cette définition, c'est le fait qu'une méthode discriminante ne minimise l'erreur de classement que par rapport aux indicateurs que le chercheur ou l'utilisateur a bien voulu retenir. Le plus souvent, le choix de ces indicateurs reste très subjectif.

Sur 17 recherches²⁵ concernant l'analyse discriminante, 14 fois les chercheurs ont choisi les indicateurs retenus sur des critères telles que les statistiques (le cas de l'analyse discriminante multivariée linéaire), les mathématiques, la fréquence d'utilisation d'un ratio par des analystes financiers et l'utilisation des ratios dans une étude précédente ou par rapport à une famille de ratios.

Dans la recherche représentative et récente de Hüls (1995), 259 ratios étaient définis initialement selon le critère de l'importance financière, la fréquence d'utilisation dans les rapports annuels, le pouvoir discriminant par rapport aux études précédentes et l'intérêt des auteurs de la recherche. Après une ébauche par rapport aux conditions statistiques et mathématiques, 75 des 259 indicateurs devaient être éliminés. Les 181 indicateurs restants étaient alors soumis à une analyse typologique et pouvaient être classés selon 7 familles d'indicateurs distincts. A partir de ces indicateurs de base, 27 fonctions discriminantes ont été construites dont deux avec une précision de classement d'environ 80%. Avec 181 indicateurs au départ, le nombre de combinaisons²⁶ possibles pour la construction d'un modèle discriminant est de $3.06 \cdot 10^{56}$! Trouver parmi ce nombre de modèles possibles ceux qui minimisent l'erreur de classement est tout simplement une tâche impossible. Les 27 fonctions traitées dans la recherche de Hüls (1995) ne représentent qu'une partie infinitésimale.

Jusqu'à présent, les recherches ne répondent pas à la question des indicateurs à retenir dans un modèle discriminant, même s'il est possible de dégager quelques tendances. Par exemple, les ratios de flux sont des indicateurs bien plus discriminants que les ratios de stock et les indicateurs basés sur des indices ou représentant une croissance n'apportent que peu de contribution dans un modèle discriminant. A défaut d'indications plus précises sur le choix des indicateurs, des chercheurs comme Beaver (1966) et Blum (1974) se fondent sur le modèle théorique du flux de trésorerie en liant ce dernier avec la défaillance d'une entreprise. Mais ces premiers modèles se basant sur des concepts théoriques n'ont pas une précision de classement supérieure aux modèles qui se construisent sur un grand nombre d'indicateurs.

La défaillance de l'entreprise

Une théorie générale de la défaillance de l'entreprise, qui pourrait indiquer les variables pertinentes à retenir dans un modèle discriminant, n'existe pas. Cette lacune est directement liée au critère même de la défaillance puisque ce dernier n'est pas défini universellement. Le plus souvent, il est assimilé à la faillite ou au redressement judiciaire. Mais ces derniers sont des mesures juridiques et ne peuvent pas être liés objectivement à une défaillance économique d'une entreprise. Cette dernière reste encore à définir.

Conclusion

Dans le domaine de l'évaluation du risque de défaillance de l'entreprise, le réseau de neurones comme l'analyse discriminante multivariée linéaire sont des outils modernes et performants utilisés par les plus grandes institutions financières. Mais faute d'une théorie générale de défaillance des entreprises et l'impossibilité de traitement de toutes les combinaisons possibles de modèles discriminants, les utilisateurs doivent se contenter de solutions particulières.

Les recherches dans les domaines du réseau de neurones se dirigent vers l'application des nouveaux types de réseaux (RBF, bayesien, etc.) ou vers le codage plus spécifique des indicateurs de défaillance. Dans le domaine de l'analyse discriminante multivariée linéaire, les recherches se concentrent plutôt sur des modèles à plusieurs niveaux ou à plusieurs segments industriels.

Indépendamment des méthodes discriminantes, les recherches autour des indicateurs et d'une théorie spécialisée sont primordiales. Par exemple, des modèles acceptant des indicateurs qualitatifs²⁷ sont actuellement étudiées. Suivant la méthode discriminante utilisée, un modèle mixte pourrait être imaginé. Dans le cadre de l'UERCC de l'Ecole des HEC à Lausanne, nous nous concentrerons plus particulièrement sur la question du choix des indicateurs par rapport à une modélisation théorique de l'évaluation économique d'une entreprise. Ces indicateurs peuvent être traités par les deux méthodes présentées dans cet article ainsi que par un outil qui serait apte à traiter le problème des données manquantes, le PLS 2 (Multivariate Partial Least Square Regression). Cette approche ouvrira de nouvelles dimensions dans la modélisation de l'évaluation du risque de défaillance des entreprises.

Bibliographie

Ouvrages

- ALTMAN EDWARD I., *Bankruptcy & Distressed Restructurings, Analytical Issue and Investment Opportunities*, 1st edition, Edition Beard Books, Washington, 1999, 417 pages
- BACKHAUS KLAUS, ERICHSON BERND, PLINKE WULFF, WEIBER ROLF, *Multivariate Analysemethoden*, 8. Auflage, Springer Verlag, Berlin, 1996, 591 Seiten
- FAHRMEIR LUDWIG, HAMERLE ALFRED, TUTZ GERHARD, *Multivariate statistische Verfahren*, 2. Auflage, Edition Walter de Gruyter & Co., Berlin, 1996, 902 Seiten
- FEIDICKER KLAUS, *Kreditwürdigkeitsprüfung, Entwicklung eines Bonitätsindikators*, 1. Auflage, Herausgeber Jörg Baetge, IRW, Institut für Rechnungswesen Westfälische Wilhelms-Universität Münster, IDW-Verlag, Düsseldorf, 1992, 282 Seiten
- HÜLS DAGMAR, *Früherkennung insolvenzgefährdeter Unternehmen*, 1. Auflage, Herausgeber Jörg Baetge, IRW, Institut für Rechnungswesen Westfälische Wilhelms-Universität Münster, IDW-Verlag, Düsseldorf, 1995, 412 Seiten
- KRAUSE CLEMENS, *Kreditwürdigkeitsprüfung mit Neuronalen Netzen*, 1. Auflage, Herausgeber Jörg Baetge, IRW, Institut für Rechnungswesen Westfälische Wilhelms-Universität Münster, IDW-Verlag, Düsseldorf, 1993, 278 Seiten
- ROJAS ROUL, *Theorie der neuronalen Netze, Eine systematische Einführung*, 4. Nachdruck, Springer Verlag, Berlin, 1996, 446 Seiten
- SPSS, *Base 9.0 Applications Guide*, 1st edition, Edition SPSS, Chicago, 1999, 412 pages
- SPSS, *Neural Connection 2.0 Applications Guide*, 1st edition, Edition SPSS, Chicago, 1997, 94 pages

Articles extraits de revues scientifiques

- ALTMAN EDWARD I., CAOUETTE JOHN B., AND NARAYANAN PAUL, "Credit-Risk Measurement and Management: The Ironic Challenge in the Next Decade" in: *Financial Analyst Journal*, January/February 1998, pages 7 to 11
- ALTMAN EDWARD I., MARCO GIANCARLO, VARETTO FRANCO, "Corporate distress diagnosis: Comparisons using linear discriminant analysis and neural networks (the Italian experience)" in: *Journal of Banking & Finance*, Volume 18, Number 3, May 1994, pages 505 to 529

- ALTMAN EDWARD I., HALDEMAN ROBERT G., NARAYANAN P., "ZETA Analysis: A new model to identify bankruptcy risk of corporations" in: *Journal of Banking and Finance*, Volume 1, 1977, pages 29 to 54
- ALTMAN EDWARD I., SAUNDERS ANTHONY, "Credit risk measurement: Developments over the last 20 years" in: *Journal of Banking & Finance*, Volume 21, Number 11-12, December 1997, pages 1721 to 1742
- ALTMAN EDWARD I., "Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy" in: *Journal of Finance*, Volume XXIII, Number 4, September 1968, pages 589 to 609
- BAETGE JÖRG, MANOLOPOULOS PETER RÜDIGER, "Bilanz-Ratings zur Beurteilung der Unternehmensbonität - Entwicklung und Einsatz des BBR Baetge-Bilanz-Rating im Rahmen des Benchmarking" in: *Die Unternehmung*, 5/1999, Seiten 351 bis 371
- BARDOS MIREILLE, "Detecting the risk of company failure at the Banque de France" in: *Journal of Banking & Finance*, Volume 22, Number 10-11, October 1998, pages 1405 to 1419
- BARDOS M., ZHU W.H., "Comparaison de l'analyse discriminante linéaire et des réseaux de neurones" dans: *Revue de Statistique Appliquée*, Volume XLV, Numéro 4, 1997, pages 62 à 92
- LAITINEN ERKKI K., "The duality of bankruptcy process in Finland" in: *The European Accounting Review*, Volume 4, Number 3, 1995, pages 433 to 454
- LAITINEN TEIJA, KANKAANPÄÄ MARIA, "Comparative analysis of failure prediction methods: the Finnish case" in: *The European Accounting Review*, Volume 8, Number 1, 1999, pages 67 to 92
- MICHA BERNARD, "Analysis of business failure in France" in: *Journal of Banking & Finance*, Volume 8, Number 2, June 1984, pages 282 to 291
- ST. JOHN CARON H., BALAKRISHNAN NAGRAJ, FIET JAMES O., "Modeling the relationship between corporate strategy and wealth creation using neural networks" in: *Computers and Operations Research*, Number 27, 2000, pages 1177 to 1092
- WEST DAVID, "Neural network credit scoring models" in: *Computers and Operations Research*, Number 27, 2000, pages 1131 to 1152
- ZAVGREN, CHRISTINE V., "The prediction of business failure: the state of the art" in: *Journal of Accounting Literature*, Volume 2, 1983, pages 1 to 38
- ZHANG GUOQIANG, HU MICHAEL Y., PATUWO B. EDDY, INDRO DANIEL C., "Artificial neural networks in bankruptcy prediction: General framework and cross-validation analysis" in: *European Journal of Operational Research*, Number 116, 1999, pages 16 to 32

Revues et articles

- BAETGE JÖRG, "Stabilität eines Bilanzbonitätsindikators und seine Einsatzmöglichkeiten im Kreditgeschäft, Künstliches Neuronales Netz als Grundlage eines solchen Indikators" in: *Der Schweizer Treuhänder*, 6-7/1998, Seiten 605 bis 612
- BAETGE JÖRG, "Stabilität eines Bilanzbonitätsindikators und seine Einsatzmöglichkeiten im Kreditgeschäft, Zum praktischen Einsatz der Bonitätsprüfung" in: *Der Schweizer Treuhänder*, 8/1998, Seiten 751 bis 758
- GUILHOT BERNARD, "La Méthode des Scores, Intérêts et Limites" dans: *La Revue Banque*, N° 468, janvier 1987, pages 39 à 46
- JIMENEZ CHRISTIAN, "Les Méthodes des Scores" dans: *La documentation française, Découverte de la gestion: L'entreprise et ses performances*, Notice 6, Supplément aux cahiers français N° 234, janvier à février 1988, pages 1 à 4
- SANTO MANUEL, "Analyse Discriminante ou Discrimination des Analyses" dans: *Revue fiduciaire comptable, RFC*, février 1987, pages 28 à 31
- TANNOUS JEAN, "La Technique de Détection des Défaillances des Entreprises" dans: *La revue fiduciaire comptable, RFC* non déterminée, pages 28 à 31

Thèses, cahiers de recherches et cahiers de cours

HOTTINGER STEVE, *Zukunftsgerichtete Bonitätsanalyse mit wissensbasierter Technologie, Ein Beitrag zum ertragsorientierten Bankmanagement im Kreditgeschäft*, These, Unité d'Enseignement et de Recherche en Comptabilité et Contrôle de l'Université de Lausanne, Lausanne, 1995, 227 Seiten

LES CAHIERS DE DOCUMENTATIONS ET DE RECHERCHE EN COMPTABILITÉ ET CONTRÔLE, *Banques et PME – Quel crédit?*, Unité d'Enseignement et de Recherche en Comptabilité et Contrôle, HEC, Université de Lausanne, mars 2000, 39 pages

NOTES

- ¹ voir Bardos, Zhu, Comparaison de l'analyse discriminante linéaire et des réseaux de neurones, *Statisitique Appliquée*, 1997, page 65
- ² voir Les Cahiers de documentations et de recherche en comptabilité et contrôle, *Banques et PME – Quel crédit ?*, mars 2000, page 24
- ³ voir Les Cahiers de documentations et de recherche en comptabilité et contrôle, *Banques et PME – Quel crédit ?*, mars 2000, page 17
- ⁴ voir Baetge, Stabilität eines Bilanzbonitätsindikators und seine Einsatzmöglichkeiten im Kreditgeschäft, *Der Schweizer Treuhänder* 6-7/1998, Seite 611
- ⁵ voir la revue fiduciaire comptable, numéro spécial: prévention du risque client, no. 250, Avril 1999
- ⁶ voir Hüls, *Früherkennung insolvenzgefährdeter Unternehmen*, 1995, page XI
- ⁷ voir Feidicker, *Kreditwürdigkeitsprüfung – Entwicklung eines Bonitätsindikators* -, 1992, page V
- ⁸ voir Baetge, Manolopoulos, *Bilanz-Ratings zur Beurteilung der Unternehmensbonität – Entwicklung und Einsatz des BBR Baetge-Bilanz-Rating im Rahmen des Benchmarking*, *Die Unternehmung*, 5/1999, page 352
- ⁹ se référer à la page 14 de cet article; La précision de classement d'un modèle discriminant
- ¹⁰ voir Scherer, *Neuronale Netze*, 1997, page 65
- ¹¹ NeuralWorks Professional de la société NeuralWare Inc. et Neural Connection de la société SPSS Inc.
- ¹² La fonction discriminante de Altman (1968) déterminant le Z-score est toujours utilisée pour évaluer le risque de défaillance des entreprises; voir fonctions Compustat de Standard & Poor's version avril 2000
- ¹³ approche par une formule mathématique par opposition à une approche itérative
- ¹⁴ simple distance géométrique dans un système orthogonal
- ¹⁵ distance géométrique corrigée par la matrice variance-covariance des observations pour l'adapter à un système non-orthogonal
- ¹⁶ Bildung von Güteklassen und Risikoklassen: Hüls, *Früherkennung insolvenzgefährdeter Unternehmen*, 1995, page 282 ff.
- ¹⁷ la linéarité entre les pôles des groupes de l'échantillon n'est pas admise par tous les auteurs, voir Hüls, *Früherkennung insolvenzgefährdeter Unternehmen*, 1995, page 283
- ¹⁸ voir Fahrmeir, *Multivariate statistische Verfahren*, 1996, page 376
- ¹⁹ voir Guilhot, *La méthode des Scores, Intérêts et Limites*, *La Revue Banque*, 1987, page 39 à 46

- ²⁰ la méthode de Kendall consiste d'une analyse discriminante univariée à plusieurs niveaux jusqu'au parfait classement de tous les éléments, voir Hüls, Früherkennung insolvenzgefährdeter Unternehmen, 1995, page 253
- ²¹ la définition de cette notion n'est pas donnée dans l'article, voir Guilhot, La méthode des Scores, Intérêts et Limites, La Revue Banque, 1987, page 39
- ²² un t-test évalue la signification statistique de la fonction discriminante avec $t = \frac{pcc - 0.5}{\sqrt{\frac{0.5(1 - 0.5)}{n}}}$; pcc proportion de classements corrects et n le nombre d'observations classées
- ²³ Beurteilung der Klassifikationsleistungen: voir Hüls, Früherkennung insolvenzgefährdeter Unternehmen, 1995, page 209
- ²⁴ le premier fut Altman et al., Zeta Analysis, Journal of Banking and Finance, 1977, pages 29 à 54
- ²⁵ inventaire des modèles d'évaluation du risque de défaillance par l'analyse discriminante depuis 1966, recherche en cours, Kenel, HEC, UERCC, 2000
- ²⁶ nombre de combinaisons possibles: , $C = \sum_{v=1}^V \frac{V!}{v_i! * (V - v_i)!}$ avec V le nombre d'indicateurs à disposition et v le nombre de variables retenues dans le modèle discriminant. Pour 30 variables, le nombre de combinaisons possibles est déjà de 1'073'741'823.
- ²⁷ information de l'Association Française Des Credits Managers et Conseils, AFDCC, Labadie Axelle, 1999